



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

пусть a_1 - первый член арифметической прогрессии,
 d - её знаменатель

Тогда четвертый член $= a_1 + 3d = 6 - 9x$

шестой $= a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2$

десятый $= a_1 + 9d = 9x^2$

замечим что $9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 4d$

$$(x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) = 2d$$

$$\Rightarrow 2((x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x)) = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2$$

$$(x^2 - 2x)^2 - (6 - 9x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x$$

$$9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - x^4 - 4x^2 + 4x^3 = 5x^2 + 4x^3 - x^4$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 12 + 18x = 5x^2 + 4x^3 - x^4$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

подставим сюда $x = 1$

$$3 - 12 + 3 + 18 - 12 = 24 - 24 = 0$$

$\Rightarrow x = 1$ - корень этого уравнения

$$(x - 1)(3x^3 - 9x^2 - 6x + 12) = 0$$

$$3x^4 - 9x^3 - 6x^2 +$$

$$+ 12x - 3x^3 + 9x^2$$

$$+ 6x + 12 =$$

$$= 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 +$$

$$+ 18x - 12$$

(просто вынесем
 $x - 1$ за скобку)

↓ подставим в эту скобку
 $x = 1$

$$3 - 9 - 6 + 12 = 15 - 15 = 0$$

$\Rightarrow x = 1$ корень этой скобки

$\Rightarrow$ вынесем $x - 1$ еще раз
за скобку

$$(x - 1)^2(3x^2 - 6x - 12) = 0$$

$$3x^2 - 6x - 12 = 0$$

$$D = 36 + 12 \cdot 3 \cdot 4 = 36 + 144 = 180 = 4 \cdot 9 \cdot 5$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 6\sqrt{5}}{6} \Rightarrow x_1 = 1 - \sqrt{5}$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{5}$$

Тогда сделаем проверку, имея три корня
у нашего уравнения: $1; 1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $x = 1$

четвертый член равен $-6 - 9 \cdot 1 = -3$

шестой $(1^2 - 2 \cdot 1)^2 = 1^2 = 1$

десятый $9 \cdot 1^2 = 9$

$1 - (-3) = 4 = 2d \Rightarrow d = 2$

$9 - 1 = 8 = 4d \Rightarrow d = 2$

} все сходится

при $x = 1 - \sqrt{5}$

четвертый $6 - 9(1 - \sqrt{5}) = 9\sqrt{5} - 3$

шестой $((1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}))^2 = 4^2 = 16$

$1 + 5 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5} = 6 - 2 = 4$

десятый $9(1 - \sqrt{5})^2 = 9(6 - 2\sqrt{5}) = 54 - 18\sqrt{5}$

$16 - (9\sqrt{5} - 3) = 19 - 9\sqrt{5} = 2d \Rightarrow d = \frac{19 - 9\sqrt{5}}{2}$

$54 - 18\sqrt{5} - 16 = 38 - 18\sqrt{5} = 4d \Rightarrow d = \frac{38 - 18\sqrt{5}}{4} = \frac{19 - 9\sqrt{5}}{2}$
сходится

при $x = 1 + \sqrt{5}$

четвертый $6 - 9(1 + \sqrt{5}) = -9\sqrt{5} - 3$

шестой $((1 + \sqrt{5})^2 - 2(1 + \sqrt{5}))^2 = 4^2 = 16$

$1 + 5 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} = 6 - 2 = 4$

десятый $9(1 + \sqrt{5})^2 = 9(6 + 2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5}$

$16 - (-9\sqrt{5} - 3) = 19 + 9\sqrt{5} = 2d \Rightarrow d = \frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$

$54 + 18\sqrt{5} - 16 = 38 + 18\sqrt{5} = 4d \Rightarrow d = \frac{38 + 18\sqrt{5}}{4} = \frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$
сходится

Ответ:

$x = 1$

$x = 1 - \sqrt{5}$

$x = 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

9 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$3y + 6x = 3(y + 2x)$$

допустим $y + 2x = t$
 $\Rightarrow y = t - 2x$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |5x - 2t| \leq 2 \\ |4x - t| \leq 1 \end{cases}$$

$$x - 2y = x - 2(t - 2x) = 5x - 2t$$

$$2x - y = 2x - (t - 2x) = 4x - t$$

при этом мы хотим
промаксимизировать
 t

Заметим, что максимум
 t будет в одном из ограничений
либо $5x - 2t = -2$
или $4x - t = -4$

$$① \quad 5x - 2t = -2$$

$$t = \frac{5x + 2}{2}$$

$$\left| 4x - \frac{5x + 2}{2} \right| \leq 1$$

$$\left| \frac{3x + 2}{2} \right| \leq 1$$

$$x \rightarrow \max$$

$$\frac{3x + 2}{2} = 1$$

$$3x + 2 = 2$$

$$3x = 0$$

$$x = 0$$

$$② \quad 4x - t = -4$$

$$t = 4x + 4$$

$$|5x - 2(4x + 4)| \leq 2$$

$$|5x - 8x - 8| \leq 2$$

$$|-3x - 8| \leq 2$$

$$-3x - 8 = -2$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow \max \text{ при } x = 0$$

$$\Rightarrow t = 4$$

$$\Rightarrow \max \text{ выражения}$$

$$3 \cdot t = 3 \cdot 4 = 12$$

Ответ: 12



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$m > 0, n > 0$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n) \cdot (m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

допустим $B = 11p^2 = mn(m+2n+9)$

тогда у нас два числа, которые при перемножении дают $11p^2$

и это 1 и $11p^2$, 11 и p^2 , $11p$ и p

т.к. p - простое число и мы не можем разделить его на 2 числа проще 1 и p

$\Rightarrow$ (1) случай $mn = 1$

т.к. m и n - натуральные числа

$\Rightarrow m = 1$ и $n = 1$

$$m+2n+9 = 1+2+9 = 12 \neq 11p^2 \text{ т.к. } 12 \nmid 11$$

$\Rightarrow$ (2) случай $mn = 11$

$$m=1, n=11 \quad \vee \quad n=11, m=1$$

$$1+22+9 = 32$$

$$11+2+9 = 22$$

$$32 = p^2$$

$$p = 4\sqrt{2}$$

не натур. $\Rightarrow$ не простое

$$22 = p^2$$

$$\Rightarrow p = \sqrt{22}$$

не натур. и не простое

$\Rightarrow$ (3) случай $mn = 11p$

$$m=1, n=11p$$

$$m=11, n=p$$

$$m+2n+9 = p$$

$$11+2p+9 = p$$

$$1+22p+9 = p$$

$$p+22+9 = p$$

$$p = -12$$

$$21p = -10$$

$$p = -\frac{10}{21}$$

не натур.

$\Rightarrow$ (4) случай $mn = p$

$$m=1, n=p$$

$$n=1, m=p$$

$$m+2n+9 = 11p$$

$$p+2+9 = 11p$$

$$1+2p+9 = 11p$$

$$11 = 10p$$

$$10 = 9p$$

$$p = \frac{11}{10}$$

$$p = \frac{10}{9}$$

не натур.

не натур.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

=> ⑤ случай

$$m = p^2 \quad n = 1$$

$$m + 2n + 9 = 11$$

$$p^2 + 2 + 9 = 11$$

$$p^2 = 0$$

не натур. ⑧

$$mn = p^2$$

$$m = p \quad n = p$$

$$3p + 9 = 11$$

$$3p = 2$$

$$p = \frac{2}{3}$$

не натур. ⑧

$$n = p^2 \quad m = 1$$

$$1 + 2p^2 + 9 = 11$$

$$2p^2 = 1$$

$$p = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

не натур. ⑧

=> ⑥ случай

$$mn = 11p^2$$

$$\text{тогда } m + 2n + 9 = 1$$

но m и n хотя бы один $\Rightarrow m + 2n + 9$ хотя бы 12
=> невозм.

$$\Rightarrow B \neq 11p^2$$

$$\Rightarrow A = 11p^2$$

$$(m + 2n)(m + 2n - 7) = 11p^2$$

$m + 2n$ хотя бы 3 $\Rightarrow$ не может равняться 11

① $m + 2n = 11$

$$m + 2n - 7 = p^2$$

$$11 - 7 = p^2 \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = 2 \quad \text{⑤}$$

② $m + 2n = 11p$

$$11p + 7 = p$$

$$10p = -7$$

⑧ $p = \frac{-7}{10}$
не натур.

③ $m + 2n = p$

$$p - 7 = 11p$$

$$-7 = 10p$$

не натур. $p = \frac{-7}{10}$ ⑧

④ $m + 2n = p^2$

$$p^2 - 7 = 11$$

$$p^2 = 18$$

не натур. $p = 3\sqrt{2}$

⑤ $m + 2n = 11p^2$

$$11p^2 - 7 = 1$$

$$11p^2 = 8$$

$$p = \sqrt{\frac{8}{11}}$$

не натур.

тогда мы знаем, что нам подходят 5 пар m и n и $mn(m + 2n + 9) = 75q^2$, подставим

① $(1; 5) \Rightarrow 5(1 + 2 \cdot 5 + 9) = 5 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$ ⑤

② $(3; 4) \Rightarrow 12(3 + 2 \cdot 4 + 9) = 240 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{16}{3}$ ⑧

③ $(5; 3) \Rightarrow 15(5 + 2 \cdot 3 + 9) = 300 = 75q^2 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$ ⑤

④ $(7; 2) \Rightarrow 14(7 + 2 \cdot 2 + 9) = 14 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q = \sqrt{\frac{14 \cdot 20}{75}}$ не натур. ⑧

⑤ $(9; 1) \Rightarrow 9(9 + 2 \cdot 1 + 9) = 9 \cdot 20 = 75q^2 \Rightarrow q = \sqrt{\frac{9 \cdot 20}{75}}$ не натур. ⑧

Ответ: одна пара: $m = 5$; $n = 3$



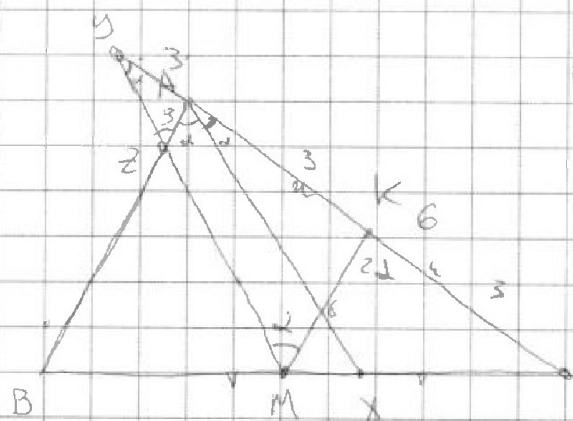
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 14



M - серед. стороны BC
AX - бис-са
MY || AX
AC = 6; AZ = 3; YZ = 3

проведем ср. линию
в $\triangle ABC$, ||-ую AB
пусть K - середина
AC

Пусть $\angle BAC = 2\alpha$
тогда $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$
так AX - бис-са

т.к. YM || XA $\Rightarrow \angle XAC = \angle MYC = \alpha$

т.к. YM || XA $\Rightarrow \angle YZA = \angle BAX = \alpha$

$\Rightarrow \triangle ZAY$ - р/б ($\angle ZYA = \angle ZAY = \alpha$)
 $\Rightarrow YA = AZ = 3$

т.к. KM || AB (KM - ср. линия)

$\Rightarrow \angle BAC = \angle MKC = 2\alpha$

$\Rightarrow$ т.к. $\angle MKC$ - внешний для $\triangle KMY$

$\Rightarrow \angle KMY + \angle KMY = 2\alpha$

$\Rightarrow \angle KMY = \alpha$

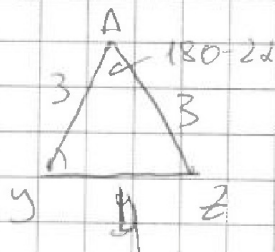
$\Rightarrow \triangle KMY$ - р/б ($\angle KMY = \angle KYM$)

$\Rightarrow KM = YK$

$YK = AK + YA = \frac{AC}{2} + YA = \frac{6}{2} + 3 = 6$

$\Rightarrow KM = 6$

Затем найдем $\cos$ для $\triangle YAZ$



$$3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha) = 4^2$$

$$2 = 2 \cdot 3 \cos(180 - 2\alpha)$$

$$\cos(180 - 2\alpha) = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \cos(2\alpha) = -\cos(180 - 2\alpha) =$$

$$= \frac{1}{3}$$



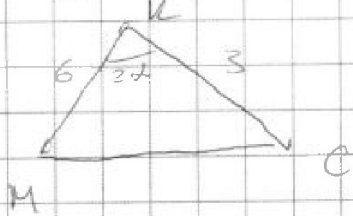
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
6 ИЗ 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда запишем $T \cdot \cos$ для ΔMKC



$$MC^2 = 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cos(2\pi/3)$$

$$MC^2 = 36 + 9 + \frac{36}{1} = 49$$

$$MC^2 = 49 \Rightarrow MC = 7$$

т.к. M - середина стороны BC , то

$$CM = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = 2CM = 2 \cdot 7 = 14$$

Ответ: $BC = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
10 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

замечая, что из второго уравнения очевидно следует что $x=y$
подставим в первое уравнение

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{14+5x-x^2} \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{(7-x)(x+2)}\end{aligned}$$

$$\sqrt{x+2} + 7 = \sqrt{7-x} (2\sqrt{x+2} + 1)$$

~~$$\frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1} = \sqrt{7-x}$$~~

$$x+2-7+x-2\sqrt{(7-x)(x+2)}=4(7-x)(x+2)$$

$$2x-5=2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
8 из 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего пар - $\frac{121 \cdot 120}{2}$, т.к. всего узлов - 121
(11 * 11)

и мы выбираем

из них один и из оставшихся 120 узлов

выбираем еще один

а потом делим на 2, т.к. каждую пару
мы посчитали 2 раза

Всего пар $121 \cdot 60 = 7260$

из них 60 - в первой группе

и 7200 во второй

тогда во второй группе кол-во способов:

$\frac{7200}{4}$ (т.к. у каждого способа + 3 кабеля
пар)

$\frac{7200}{4} = 1800$

а в первой группе:

$\frac{60}{2}$ (т.к. у каждого способа + 1 кабель
пар)
 $= 30$

Всего способов для группы + 200

$1800 + 30 = 1830$

Ответ: 1830 способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 10

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

Заметим, что у нас есть ровно две конфигурации пар. Когда при поворотах (чек) у нас образуется 3 новых пары замкнутых узлов и когда образуется одна, у нас не может образоваться 0 новых пар, т.е. тогда у нас при повороте квадрата 2 точки должны перейти друг в друга, т.е. хотя бы одна из точек должна иметь свое расположение относительно центра квадрата, при этом сдвиг $1/4 \Rightarrow$ через аналогично про две пары.

Тогда разобьем наши пары точек на 2 группы: 1ая при повороте 41 новая пара и вторая: при повороте + 3 новых пары.

Тогда заметим, что точки из первой пары обязательно должны быть симметричны друг другу, и относительно центра, иначе будет + больше новых пар. Посчитаем сколько таких пар будет. Если бы мы считали для маленького квадрата 2×2 их бы было



всего 4

(это количество всех узлов на границе квадрата, т.е. каждый узел на границе соединяется с другим узлом на границе)

для квадрата 4×4 было бы

$$\frac{10 \cdot 6}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

заметим, что для всех узлов квадрата 10×10 это число

узлов на границах квадратов $2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + 8 \times 8 + 10 \times 10 + 1$ (центральный узел)

тогда кол-во пар в 1ой группе будет

$$4 + 8 + 12 + 16 + 20 = 60$$

$2 \times 2 \quad 4 \times 4 \quad 6 \times 6 \quad 8 \times 8 \quad 10 \times 10$

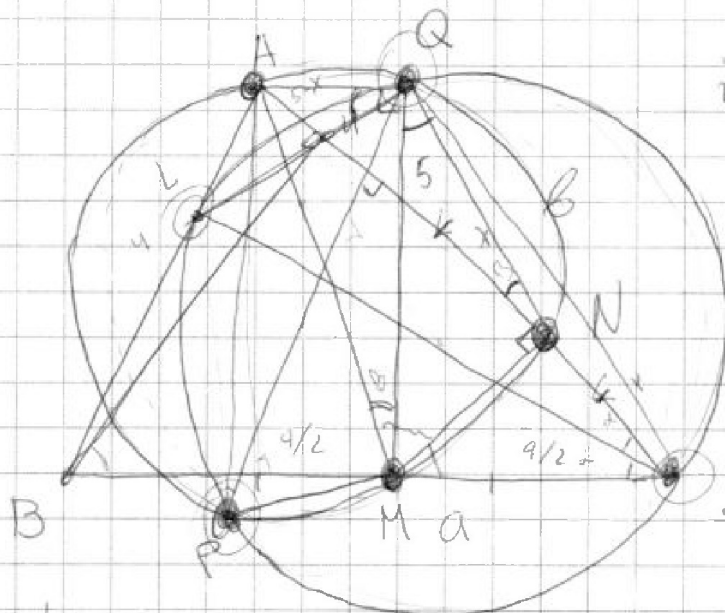


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\Omega - AM$
 $\omega - CL$
 $PQ \parallel BU$

$AC \cup BC$

$AB = 4$

$AN = 5$

$$\frac{3x-2}{2} = 1$$

$$3x-2=2$$

$$3x=4$$

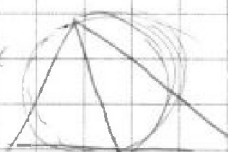
$$x = \frac{4}{3}$$

$$4 = \frac{5}{4}$$

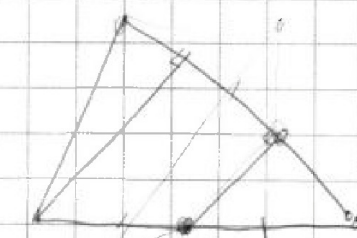
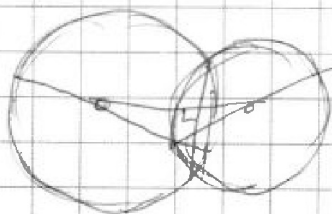
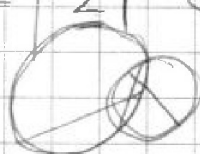
$$\frac{5}{3} = 2y$$

$$2x+y=t$$

$$y=t-2x$$



$$\left| \frac{3x-2}{2} \right| \leq 1$$



$$2x-t-2x$$

$$4x-t$$

$$5 = \frac{4}{3} + 2$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - 2y = -2$$

$$\left| \frac{1}{2} - 2y \right| \leq 2$$

$$|1-y| \leq 1$$

$$x-2t$$

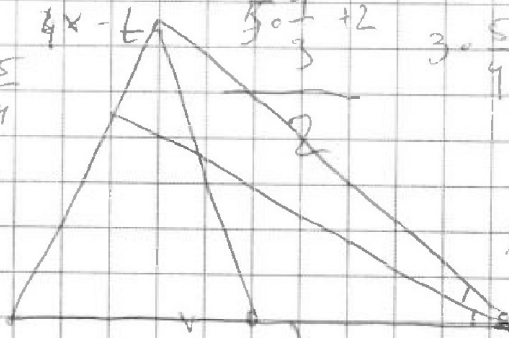
$$\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{5}{4}$$

$$5x-2t = -2$$

$$t = \frac{5x+2}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\left| 4x - \frac{5x+2}{2} \right| \leq 1$$



$$t =$$

$$x = \frac{4}{3}$$

(3)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{s}{h+ch+g} = x$$

$$7+2 = t + \sqrt{h+g} - \frac{s}{h+ch+g}$$

$$h+xs+2h = t$$

$$\sqrt{h+xs+2h} = t$$

$$(2+x)(x-2) = x+t-2+x$$

$$8t-8h+2gh-x(2+g) = (h+2)(2+x) - 5-h-x$$

$$4(14+5x-2g-8h+2gh-x(2+g)) = (h+2)(2+x) - 5-h-x$$

$$\begin{array}{r} 2- \\ 14- \\ \hline 2- \\ 575- \end{array}$$

$$(2+x)(x-2) = x+t-2+x$$

$$24 = 2+2(2+x) - 2$$

$$(2+x)(x-2) = 2+t-x-2+x$$

$$x-x+2h = t+x-2-2+x$$

$$2h-x+2h = t-2-2+x$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 52 \\ \hline 95 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3+3x-2\sqrt{y} = y^3-2\sqrt{x}+3y \end{cases}$$

уравнение
 $y \in [0; 7]$
 $x \in [0; +\infty)$

$$20+16+12+8+4 = 60$$

6 у стоящих на 1 место и всего 2 повороты

$$3(y-x) + 2(\sqrt{y}-\sqrt{x}) + 3(\sqrt{y}-\sqrt{x}) + 2(\sqrt{y}-\sqrt{x})$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 60 \\ \hline 7260 \end{array}$$

~~121~~

$$x^3-y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2) = 3(y-x) + 2(\sqrt{y}-\sqrt{x})$$

Вариант $\rightarrow 121-120 \neq x$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2) = (\sqrt{y}-\sqrt{x})(3\sqrt{y}+3\sqrt{x}+2)$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2) = 3\sqrt{y}+3\sqrt{x}+2$$

$$9+9+7+7 = 32$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$(7-y)(x+2) =$$

$$= 7x+14-yx-2y$$

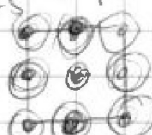
$$\frac{16}{9 \cdot 8} = \frac{2}{9}$$

$$9 \cdot 4 = 36$$

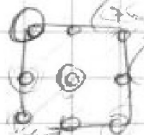
$$-y^2+5x+14$$

$$36 \cdot 8 = 288$$

$$7+7+5+5 = 24$$



квадрат 4x4



$$x^2+3x+2$$

$$x(x^2+3x+2)$$

$$11+11+9+9 = 40$$

$$12+8+4 = 24$$

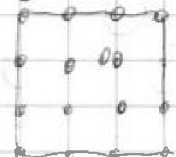
$$2 \times 2 \rightarrow 4$$

$$4 \times 4 \rightarrow 16$$

$$6 \times 6 \rightarrow 36$$

$$8 \times 8 \rightarrow 64$$

$$10 \times 10 \rightarrow 100$$



$$x^3-y^3+3x-3y+\sqrt{2x}-\sqrt{2y} = 0$$

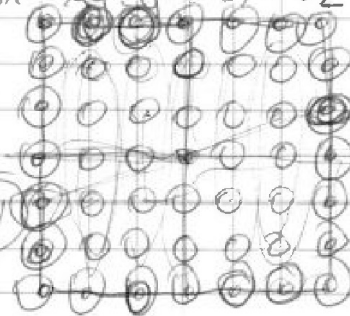
$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2) - 3(\sqrt{y}+\sqrt{x}) - \sqrt{2} = 0$$

$$(\sqrt{y}+\sqrt{x})(x^2+xy+y^2-3) = \sqrt{2}$$

7 точек

симметричные относительно центра и всего 2 раскраски

охлаждение -4





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6-9x$$

$$(x^2-2x)^2$$

$$9x^2$$

$$6d$$

$$a_1+3d$$

$$a_1+5d$$

$$a_1+9d$$

$$(x^2-2x)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$9x^2 - 4x^3 + 4x^2 - x^4 = 5x^2 - x^4 + 4x^3 = 4d$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x = 2d$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 12 + 18x = 5x^2 - x^4 + 4x^3$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 \div x-1$$

$$3x^3 - 9x^2 - 6x + 12$$

$$(1-2)^2 = 12x - 12$$

$$(x-1)(3x^3 - 9x^2 - 6x + 12) = 0$$

$$3x^3 - 9x^2 - 6x + 12 \div x-1$$

$$3x^2 - 6x - 12$$

$$(x-1)^2(3x^2 - 6x - 12) = 0$$

$$3 - 2\sqrt{45}$$

$$6 \pm 2\sqrt{45}$$

$$6-9$$

$$-3$$

$$a_1+3d$$

$$d=4$$

$$a_1+5d$$

$$8$$

$$a_1+9d$$

$$\frac{9x^2+9x-6}{6} = \frac{5x^2-x^4-4x^3}{4}$$

$$6-27+18\sqrt{45}$$

$$(3-2\sqrt{45})^2 = 9+180-12\sqrt{45}-6+4\sqrt{45}$$

$$(183-8\sqrt{45})^2$$

$$|x-2y| \leq 2$$

$$3y+6x \rightarrow \max$$

$$|2x-y| \leq 1$$

$$x-2y \in [-2, 2]$$

$$x \leq 2+2y$$

$$2x-y \in [-1, 1]$$

$$x \leq \frac{1+y}{2}$$

$$x-2y \leq 2$$

$$|x-2y| \leq 2 \quad 3(y+2x)$$

$$x \leq 2+2y$$

$$2x-y \leq 1$$

$$2x \leq 1+y$$

$$8yx \rightarrow \max$$

$$y^2+4x^2 \leq 1+4yx$$

$$(x-2y)^2 \leq 4$$

$$x^2-4yx+4y^2 \leq 4$$

$$4x^2-4yx+y^2-x^2+4yx-4y^2$$

$$3x^2-3y^2 \leq 3$$

$$x^2-y^2 \leq 1$$

$$(x-y)(x+y) \leq 1$$

$$4x^2+4yx+y^2 \leq 1+8yx$$

$$x^2+4y^2 \leq 4+4yx$$

$$(x^2+4y^2-4)-2 \leq 8yx$$

$$x^2-4yx+4y^2 \leq 4$$

$$2yx \leq (1-x+y)(1+y)$$

$$x \leq \frac{1+y}{2}$$

$$y \leq x^2-1$$

$$x^2-4yx+4y^2 \leq 4$$

$$x^2-4y^2-4 \leq 4yx$$

$$y+2\sqrt{1+y}$$

$$5x^2+5y^2 \leq 5$$

$$x^2+y^2 \leq 1$$

$$(x-y)^2 \leq 1-2yx$$

$$y^2+4yx+4x^2$$

$$1+8yx$$

