



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Пусть d - разность прогрессии.

$$\text{Тогда } \begin{cases} (x^2 - 4x)^2 = 6x + 18 + 2d & (1) \\ -3x^2 = 6x + 18 + 6d & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2): \frac{(x^2 - 4x)^2 + x^2}{3} = 6x - 2x + 18 - 6$$

$$\Downarrow$$
$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 + x^2 = 6x - 2x + 12$$

$$\Downarrow$$
$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\Downarrow$$
$$(x - 2)(x^3 - 6x^2 + 17x - 12) = 0$$

$$\Downarrow$$
$$(x - 2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\Downarrow$$
$$(x - 2)^2(x - (2 + \sqrt{7}))(x - (2 - \sqrt{7})) = 0$$

$$\Downarrow$$
$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\text{система } \begin{cases} (x^2 - 4x)^2 + x^2 = 6x - 2x + 18 - 6 \\ -3x^2 = 6x + 18 + 6d \end{cases}$$

равносильная

исходной. Значит

$$(3) \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \\ -3x^2 = 6x + 18 + 6d \end{cases}$$

также равносильная

исходной. А из системы (3) находится d при x .
Значит все 3 значения x подходят.

Ответ: $2; 2 + \sqrt{7}; 2 - \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. [Порча QR-кода недопустима!]

$$\textcircled{3} A = m^2 + 2mn + n^2 + 9m + 9n - 6m - n^2 + 9(n - 6x) = (m+n)(m-n+9)$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 14x - 3y \leq 6 \\ 13x - 4y \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x - 3y \leq 6 \\ 14y - 3x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3y \geq -6 \quad (1) \\ 4x - 3y \leq 6 \\ 4y - 3x \geq -8 \quad (2) \\ 4y - 3x \leq 8 \end{cases}$$

$$3 \cdot (1) + 4 \cdot (2): -18 - 32 \leq 12x - 9y + 16y - 12x = 7y$$

$$3 \cdot (1) + 4 \cdot (2): -18 - 32 \leq 12x - 9y + 16y - 12x = 7y$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 3y - 4x \leq 6 \\ 14y + 3x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 3y - 4x \\ -8 \leq 14y + 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y - 4x \geq -6 \quad (3) \\ 14y + 3x \leq 8 \quad (4) \end{cases}$$

$$4 \cdot (1) + 3 \cdot (2): -24 - 24 \leq 16x - 12y + 12y - 9x = 7x$$

Таким образом, $-50 \leq 7y \Rightarrow 14x + 7y \geq -48 - 50$
 $-48 \leq 7x$

Равенство достигается при $x = -\frac{48}{7}$ и $y = -\frac{50}{7}$

Проверим подходят ли они под исходные усл.:

$$\left| 4 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) + 3 \cdot \frac{50}{7} \right| = \left| \frac{-160 - 32 + 150}{7} \right| = \left| \frac{-42}{7} \right| = 6 \leq 6$$

$$\left| 3 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) + 4 \cdot \frac{50}{7} \right| = \left| \frac{-1820 - 24 + 200}{7} \right| = \left| \frac{56}{7} \right| = 8 \leq 8$$

Ответ: -146

$$\begin{array}{r} \times 26 \\ 4 \\ \hline 104 \end{array} \quad \begin{array}{r} 105 \\ 21 \\ \hline 5 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$③ A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

Если $A = 3q^2$, то ~~или~~ $m-n \div 3$, или $m-n+9 \div 3$,
т.к. 3 - простое. ~~или~~ но если $m-n \div 3$, $m-n+9 \div 3$,
т.к. $9 \div 3$ (аналогично, $m-n+9 \div 3 \Rightarrow m-n \div 3$). Значит,
 $A \div 9 \Rightarrow 3q^2 \div 9 \Rightarrow q^2 \div 3$ ~~т.к. 3 - простое~~ $\Rightarrow q = 3$

$$(m-n)(m-n+9) = 27$$

т.к. и $m-n$, и $m-n+9 \div 3$, оба множителя > 1

~~$m-n=3$~~ Также $\forall m, n$, $m-n+9 > m-n$

~~$m-n=9$~~ Тогда есть 2 случая:

$$1. \begin{cases} m-n=3 \\ m-n+9=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=3 \\ m-n=0 \end{cases} \text{ Нет решений.}$$

$$2. \begin{cases} m-n=-9 \\ m-n+9=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=-9 \\ m-n=-12 \end{cases} \text{ Нет решений.}$$

$$\text{Значит, } A \neq 3q^2 \Rightarrow \begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 3q^2 \end{cases}$$

Если $A \neq 13p^2$ то если $m-n \div p \Rightarrow q \div p \Rightarrow p = 3$,
 $m-n+9 \div p$

т.к. $m-n+9 > m-n$, $\begin{cases} m-n=3 \\ m-n=3 \cdot 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=3 \\ m-n=39 \end{cases}$ нет решений.

6 А.

Значит, только 1 скобка $\div p$, а значит

$$\text{либо } \begin{cases} m-n=p^2 \\ m-n+9=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=p^2 \\ m-n=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=2 \\ m-n=4 \end{cases}$$

$$\text{либо } \begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-n=13 \\ 22=p^2 \end{cases} \text{ Нет таких } p \in \mathbb{N}.$$

Если $m-n$ может быть только 4 $\Rightarrow$
 $B = mn(4+3) = 7mn \Rightarrow 3q^2 \div 7 \Rightarrow q = 7$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~по условию $B = 7 \cdot m \cdot n = 7 \cdot 7 \cdot 3$~~

т.к. $B = 7 \cdot m \cdot n = 7 \cdot 7 \cdot 3$, ~~то~~ $mn = 21$

значит,
$$\begin{cases} m-n=4 \\ mn=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+n=4+n \\ 4n+n^2=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4+n \\ n=3 \\ n=-7 \end{cases}$$

т.к. $m, n \in \mathbb{N}$, подходит только $\begin{cases} m=7 \\ n=3 \end{cases}$

~~ответ: $13 \cdot 3$~~ Тогда $A = 4 \cdot 13 = p^2 \cdot 13$, $p=2$
 $B = 3 \cdot 7 \cdot 7 = 3 \cdot q^2$, $q=7$

Ответ: $m=7; n=3$



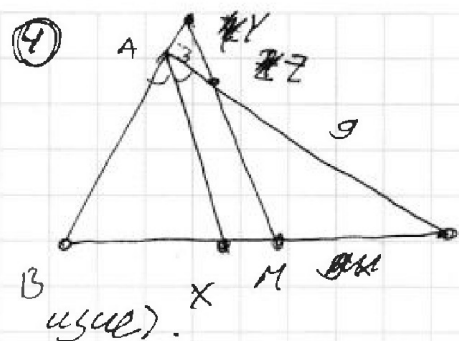
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BAX = \alpha$. Т.к. AX — бис-са,
 $\angle XAM = \angle BAX = \alpha$

Т.к. пр-ые $AX \parallel$ пр-ой MY , $\angle$

$\angle XAC = \angle AYZ = \alpha$ (накрест лежащ-
ные).

$$\angle YAZ = 180^\circ - \angle BAX - \angle XAC = 180^\circ - 2\alpha$$

Т.к. сумма углов треугольника $= 180^\circ$, $\angle AYZ = 180^\circ - \angle YAZ - \angle AZY = \alpha = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ$ — р-б $\Rightarrow AY = AZ = 3$.

По т. пропорциональности ($\angle XAM$; пр-ые ZM ; AX).
 $\frac{AZ}{ZC} = \frac{XM}{MC} = \frac{AX}{AC} = \frac{3}{9}$. Пусть $MC = 9x$. Тогда $XM = 3x$.
Т.к. M — сер. BC , $BM = 9x$. $BX = BM - XM = 9x - 3x = 6x$.

Т.к. AX — бис., $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{6x}{3x+9x} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = \frac{1}{2} AC = 6$

По т. кос-ов ($\triangle AYZ$). $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos \angle YAZ$
 $\frac{YZ^2 - AY^2 - AZ^2}{2 \cdot AY \cdot AZ} = \cos(180^\circ - 2\alpha)$

$$\cos(180^\circ - 2\alpha) = \frac{3^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 3^2}$$

$$\cos(2\alpha) = \frac{18 - 16}{18}$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{1}{9}$$

По т. кос-ов ($\triangle ABC$): $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle ABC$

$$BC^2 = 36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC = \sqrt{196} = 14$$

Отлет: ~~13~~



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{5} \begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (1) \\ 4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y} & (2) \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq -6 \\ x \geq 0 \\ y \leq 5 \\ y \geq 0 \\ x+y^2 \leq 30 \end{cases}$$

Расс-м φ - ~~м~~ $F(t) = 4t^4$
 $g(t) = t$
 $h(t) = 5\sqrt{t}$ при $t \geq 0$. Все они возрастают

Тогда, если $f(t_0) + g(t_0) + h(t_0) = f(t_1) + g(t_1) + h(t_1)$ - то все возрастает. $\Rightarrow$ если $f(t_0) + g(t_0) + h(t_0) = f(t_1) + g(t_1) + h(t_1)$ и $t_0, t_1 \geq 0$.

+ $h(t_1)$, то $t_0 = t_1 \Rightarrow$ т.к. $x \geq 0$ и $y \geq 0$, ~~т.к.~~ из (2) следует, что $x = y$

Подставим $y = x$ в (1):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\Downarrow$$

$$x+6+5-x+5-2\sqrt{30-x-x^2} = 4 \cdot (30-x-x^2)$$

Пусть $p = \sqrt{30-x-x^2} \geq 0$

$$16 - 2p = 4p^2 \Leftrightarrow 2p^2 + p - 8 = 0 \Leftrightarrow p = \frac{-1 \pm \sqrt{65}}{4}$$

$$\text{т.к. } p \geq 0; \quad -1 - \sqrt{65} < 0; \quad -1 + \sqrt{65} > 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{-1 + \sqrt{65}}{4} = \sqrt{30-x-x^2} \Rightarrow \frac{1 - 2\sqrt{65} + 65}{16} = 30 - x - x^2 \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + \frac{33 - \sqrt{65}}{8} - 30 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{\frac{121 - 33 - \sqrt{65}}{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = (2\sqrt{30-x-x^2} - 5)^2$$

$$-2\sqrt{30-x-x^2} = 4 \cdot (30-x-x^2) + 2 \cdot 10\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

$$\text{Пусть } p = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$-2p = 4p^2 + 80p + 25$$

$$4p^2 + 82p + 25 = 0$$

$$11 - p = p^2 + 10p + 25$$

$$p^2 - 9p + 14 = 0$$

$$\begin{cases} p = \frac{9 + \sqrt{81 - 56}}{2} \\ p = \frac{9 - \sqrt{81 - 56}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = \frac{9+5}{2} \\ p = \frac{9-5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^2 = 7^2 \\ p^2 = 2^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 30 - x - x^2 = 7^2 \\ 30 - x - x^2 = 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 19 = 0 \quad (3) \\ x^2 + x - 26 = 0 \quad (4) \end{cases}$$

$$(3) D = 1 - 19 \cdot 4 < 0 \Rightarrow \text{нет корней}$$

$$(4) D = 1 + 4 \cdot 26 = 105 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{105}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{105}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Если } x = y = \frac{-1 + \sqrt{105}}{2}, \quad x \geq 0 > -6$$

$$y \geq 0$$

$$\sqrt{105} < 11 \Rightarrow -1 + \sqrt{105} < 10 \Rightarrow y \leq 5$$

$$\text{Т.к. } x = y \text{ и } y \leq 5, \quad x + y^2 \leq 5 + 25 = 30.2$$

Подходит под ОДЗ.

Если $x = y = \frac{-1 - \sqrt{105}}{2} < 0$. Не подходит под ОДЗ.

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-1 + \sqrt{105}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{105}}{2} \right)$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) 1. Как-то раз было способов 10^2 раскрасить 2 точки в белый, считая ~~по~~ раскраски, получаемые друг из друга поворотами 10^2 раз. $= \frac{10^2 \cdot (10^2 - 1)}{2}$ (на стороне кв 10 узлов, всего узлов 10^2)

2. Если белые точки ^{в раскраске} симметричны относительно точки пересечения диагоналей квадрата, то существует только 1 раскраска, получаемая из этой поворота. Т.е. такую раскраску мы считаем ^{одинаковой} (в п. 1). Всего таких раскрасок (без учета поворота): $\frac{10^2}{2}$ (достаточно вбросить ^{или} $2 \times$ ^{узлов} 10^2 в квадрат). При этом ни один узел не остается на т. (диагоналей, а значит не симметричен себе).

3. Иначе для каждой раскраски $\exists$ 3 отличные раскраски, получаемые из нее поворотами. Т.е. каждую такую раскраску мы считаем 4 раза в п. 1.

Тогда как-то раскрасок не получаемых друг из друга поворотами =

$$= \left(\frac{10^2(10^2 - 1)}{2} - \frac{10^2}{2} \right) + \frac{10^2}{2 \cdot 2} = \frac{10^2(10^2 - 2)}{8} + \frac{10^2}{8} =$$

^{то}
 Ответ: $\frac{10^2(10^2 - 2)}{8} + \frac{10^2}{8}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☒	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$③ A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

Если $4 = 3g^2$, то или $m-n \div 3$, или $m-n+9 \div 3$,
т.к. $3 - np$

$$1 - \checkmark$$

$$16 = 18 - 2 \cdot 9 \cos \alpha$$

$$2 - \checkmark$$

$$3 - \checkmark$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{9}$$

$$4 - \checkmark$$

$$5 - \checkmark$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{1}{9}$$

$$6 - \checkmark$$

$$36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 144 + 2 \cdot 2 \cdot 4 =$$

$$= 36 + 144 + 16 = 196$$

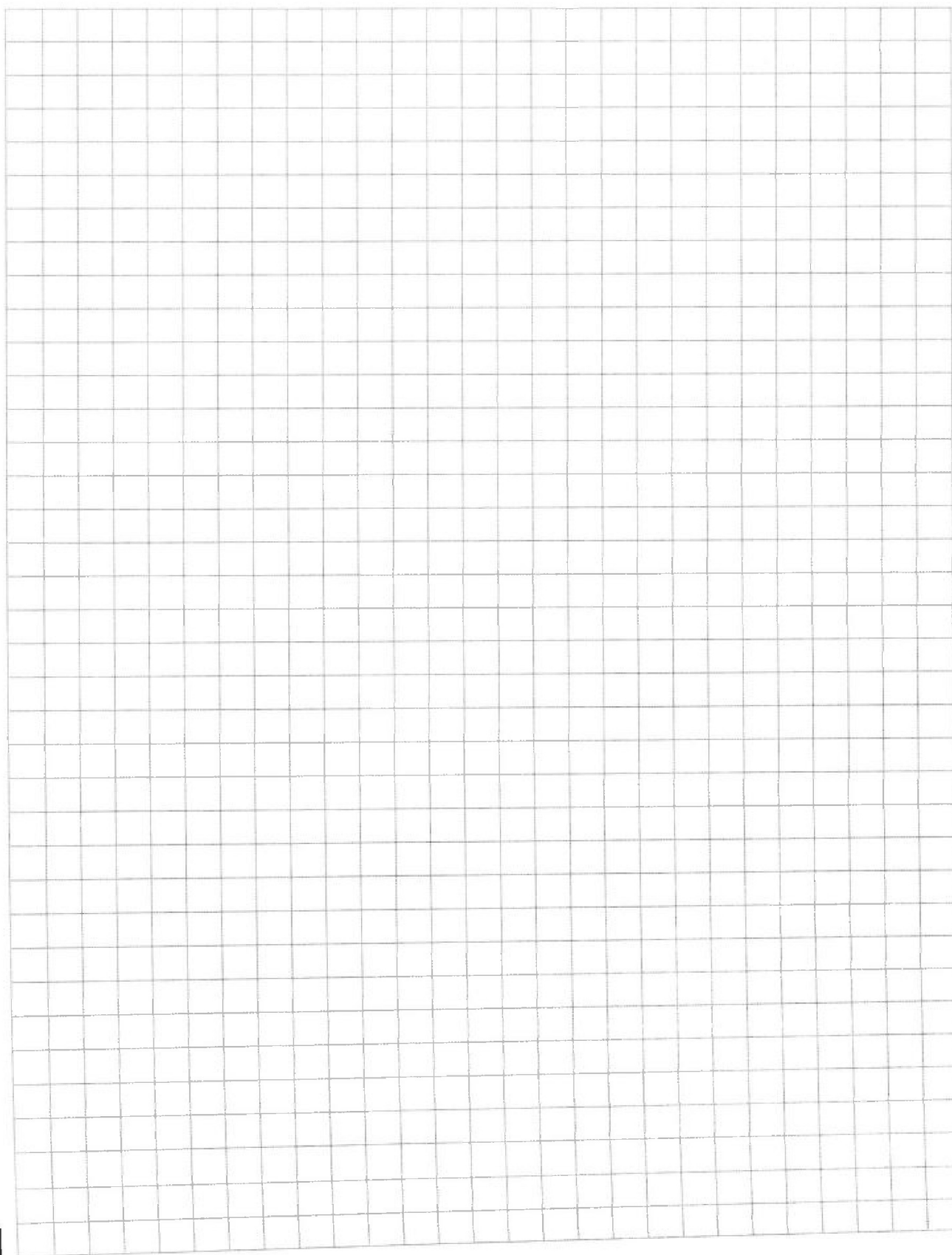


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, реш-яни системы могут быть только

$$x = y = \frac{-1 + \sqrt{121 - \frac{33 - \sqrt{657}}{2}}}{2} \text{ и } x = y = \frac{-1 - \sqrt{121 - \frac{33 - \sqrt{657}}{2}}}{2}$$

~~или~~

$$\frac{10^2 \cdot (10^2 - 1)}{2} - 3 \cdot \frac{10^2 (10^2 - 1)}{2} + 2 \cdot \frac{10^2}{2} =$$

$$= \frac{10^2 \cdot (10^2 - 1) \cdot (-3) + 10^2}{2} = 10^2 \left(\frac{-2 \cdot 10^2 + 3}{2} \right)$$

$$\frac{10^2 \cdot (10^2 - 1)}{2} - \frac{10^2}{2} + \frac{10^2}{2 \cdot 2} =$$

$$2. \begin{cases} 14x - 3y \geq -6 & 1 \cdot 3 \\ 4y - 3x \geq -8 & 1 \cdot 4 \end{cases} \quad 7y \geq -18 - 32 = -50$$

$$\begin{cases} 4x - 3y \geq -24 & 1 \cdot 4 \\ 4y - 3x \geq -8 & 1 \cdot 3 \end{cases} \quad 7x \geq -24 - 24 = -48$$

$$-96 - 50 = -146$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} = 2\sqrt{30-x^2} - 5$$

$$11 - 2p = 4p^2 - 10p + 25$$

$$p = 9 \pm \sqrt{81 - 56} = 14; 2$$

$$30 - x - x^2 = 49$$

$$x^2 + x + 19 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{105}$$

$$30 - x - x^2 = 4$$

$$x^2 + x - 26 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{105}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



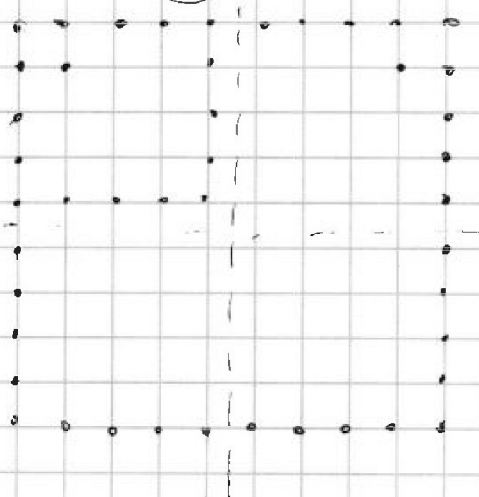
Всего способов $\frac{n^2 \cdot (n^2 - 1)}{2}$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{77}}{4}$$

Каждому не сим соответствует 4.

Каждому сим ^{только} от O_d или $O_x - 2$

каждому сим от O_x и $O_d - 1$



$$\begin{aligned} & \frac{5^2 \cdot (5^2 - 1)}{2} \\ & + \frac{10 \cdot 5 \cdot (10 \cdot 5 - 1) - 2}{2} \end{aligned}$$

$$1 - 8 + 17 - 4 - 12$$

16

$$1 + 8 + 17 + 4 - 12$$

16

$$-3x^2 - 6x - 18 = 6d$$

$$2^4 - 2^5 + 17 \cdot 4 - 2^3 - 12 =$$

$$-8 - 2x - 4 = 6d + 5$$

$$= 17 \cdot 4 - 4(2 + 3 + 42) = 0$$

10
64
16
48

$$16 - 64 + 68 - 8 - 12$$

$$(x-2)x^3 - 6x^2$$

$$(x-2)(x^2 - 4x - 3) = x^3 - 4x^2 - 3x - 2x^2 + 8x + 6 =$$

$$(m-n)(m-n+3)$$

$$m \cdot n(m-n+3)$$

$$m-n : 3 \Rightarrow m-n+3 : 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 6x+18+2d &= (x^2-4x)^2 \\ 6x+18+6d &= -3x^2 \end{aligned} \quad ||| -$$

$$6x+18-18x-18 \cdot 3$$

$$6x \cdot 3 + 18 \cdot 3 - 6x - 18 = 3(x^2 - 8x^3 + 16x^2) + 3x^2$$

$$2 \cdot 6x + 18 \cdot 2 = \cos \quad 16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot \cos 2\alpha$$

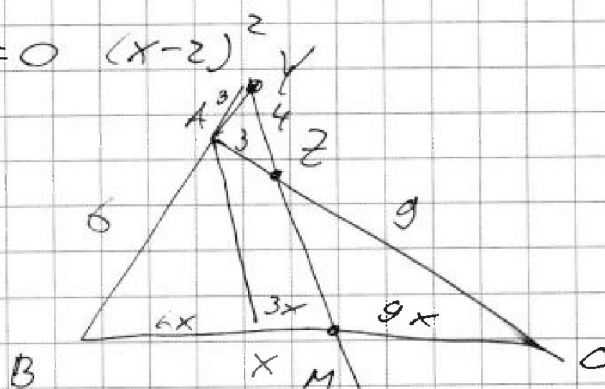
$$4x + 12 = x^4 - 8x^3 + 17x^2 \quad \frac{2}{9}$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0 \quad (x-2)^2$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4+3}$$



$$BC^2 = 36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cos 2\alpha = 36 + 144 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 = 68 + 144 = 212$$

$$36 + 144 + 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cos 2\alpha = 36 + 144 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 = 36 + 160 = 196$$

$$x + 6 - 2 \sqrt{10 - x - x^2} + 5 - x + 5 = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

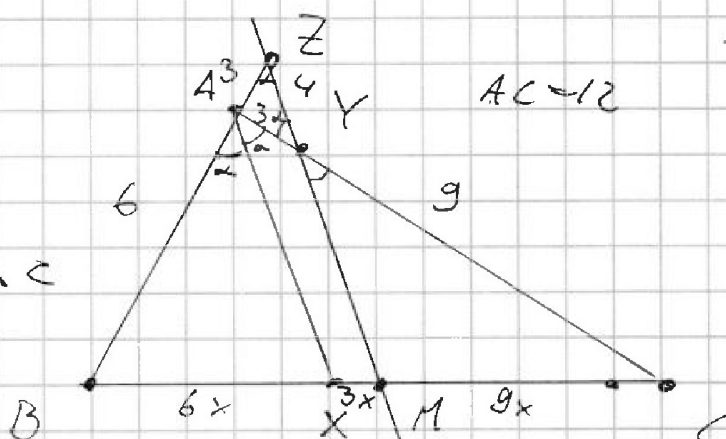
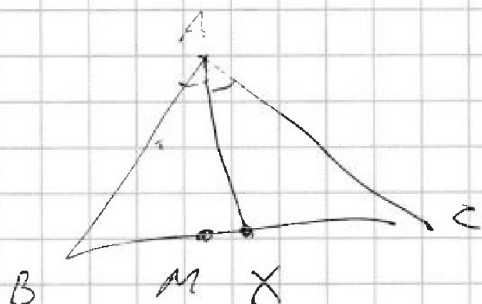
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow -14 \leq 7x - 7y \leq 14 \Rightarrow -2 \leq x - y \leq 2$$

$$u + v = 14$$

$$-u + v = 7$$



$$\frac{1 + 65 - 2\sqrt{65}}{4} = \frac{66 - 2\sqrt{65}}{4}$$

$$36 + 144 - 8 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{9} = 164$$

$$\sqrt{2}x \geq 10$$

$$\sqrt{2}y \leq 5$$

$$x + y^2 \leq 30$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x + 5 - \sqrt{x} = 4y^4 + y + 5 - \sqrt{y} \\ x + 6 + 5 - y - 2\sqrt{30+5x-6y-xy} = 4(30-x-y^2) \end{cases}$$

$$11 - 2\sqrt{30-x-y^2} = 4(30-x-y^2)$$

$$D = 1 + 64 \quad 11 - 2\sqrt{30-x-y^2} + 5 = 4(30-x-y^2)$$

$$2p^2 + p - 8 = 0$$

$$30 - x - y^2 = p^2 \Leftrightarrow p^2 - 30 + x + y^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4p^2 + 120}}{2} = -1 \pm \sqrt{11 - 4p^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Введем шк. координаты с центром в т. О декартовой кв. и осями || сторонам клеток.

Прямую будем считать переводимой в 4-ю четверть и на

ней будем проводить через середины сторон

Кроме какой-нибудь горизонтальный отрезок стороны не проводим через узел на вершине. Горизонтальной стороной соединим узлы с центрами кв. узлах 2-х раз вертикальных сторон. Тогда на нем

Т.к. на каждой стороне четное число узлов ни один из узлов не лежит на середине стороны, в которой их пересекает ось, ни один узел не лежит на пересечении осей координат.

При повороте на 90° по часовой стрелке каждый узел из 1-го квад. четверти переходит в 4-ю, из 2-ой в 1-ю, из 3-ей в 2-ю, из 4-ой в 1-ю. Т.к.

$$\frac{(n^2 - 2n^2 - 2) - 4n^2}{8}$$

$$|a+b| \geq |a-b|$$

$$a+b \quad -8 \leq 4y - 3x \quad | \cdot 3$$

$$a-b \quad -6 \leq 4x - 3y \quad | \cdot 4$$

$$a+b$$

$$b-a \quad -24 \leq x+y \leq a$$

$$24 \quad y \geq b$$

$$-y \leq b$$

$$-48 \leq 7x$$

$$x = -\frac{48}{7} - 48 \cdot 4 + 50 \cdot 3 = 192 + 150 =$$

$$= 342$$

$$-42$$

$$-8 \leq 3x - 4y \quad | \cdot 3$$

$$-6 \leq 4x - 3y \quad | \cdot 4$$

$$y = -\frac{50}{7}$$

$$342 \overline{) 7} \\ 20, \dots$$