



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

- он сидит на первой парте в ряду,
- ближайшая парта перед ним пуста,
- за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

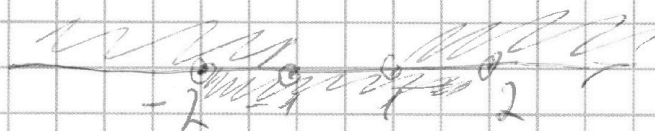
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \\ -2 < t < 2 \end{cases}$$



сверху условия $\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$

снизу $-2 < t < 2$

по рисунку видно, что $t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$

Ответ: $(-2, -1) \cup (1, 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

1) имеет две различных корня

$\Rightarrow D > 0$, D -дискриминант

$$D = 12t^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2 = 4(4 - t^2) = 4(2 - t)(2 + t)$$

$$4(2 - t)(2 + t) > 0 \Leftrightarrow (t + 2)(t - 2) < 0$$

$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -2 \quad 2 \end{array} \Rightarrow \text{по методу интервалов } -2 < t < 2$

$$2) \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{4t^2 - 4}{1} \\ x_1 + x_2 = \frac{-2\sqrt{3}t}{1} \end{cases}$$

x_1, x_2 - корни данного уравнения

по Т. Виета

$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 > 0$ - по условию

$$\Rightarrow 4t^2 - 4 > 0 \Rightarrow 4(t^2 - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 1)(t + 1) > 0$$

$\Rightarrow \text{по методу интервалов}$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$a+b=40$$

$$a^2 - 20b + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

p - простое число

a, b - ?

$$\begin{aligned} 1) \quad a^2 - 20b + b^2 + 15a - 15b &= (a-b)^2 + 15(a-b) = \\ &= (a-b)(a-b+15) \end{aligned}$$

$$2) \quad a+b=40 \Rightarrow a=40-b$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (a-b)(a-b+15) = (40-b-b)(40-b-b+15) = \\ &= (40-2b)(55-2b) = 17p^5 \end{aligned}$$

$$2(20-b)(55-2b) = 17p^5$$

$$3) \quad 2(20-b)(55-2b) : 2$$

$$\Rightarrow 17p^5 : 2, \quad 17 \nmid 2 \Rightarrow p^5 : 2$$

p - простое $\Rightarrow$ а Чевида, что ~~2~~

$$p = 2 \Rightarrow 17 \cdot 32 = 17p^5$$

$$\Rightarrow 2(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 32$$

$$(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 16 = 170 + 60 + 42 = 272$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(20-b)(55-2b) = 272$$

$$20 \cdot 55 - 55b - 40b + 2b^2 = 272$$

$$2b^2 - 95b + 2055 - 272 = 0$$

$$2b^2 - 95b + 828 = 0$$

Δ - дискриминант уравнения $2b^2 - 95b + 828 = 0$

$$\Delta = 95^2 - 4 \cdot 2 \cdot 828 = 9025 - 6624 =$$

$$= 2401 = 7 \cdot 343 = 7^2 \cdot 49 = 49^2$$

$$\Rightarrow b_1 = \frac{95 - 49}{4}$$

$$b_2 = \frac{95 + 49}{4}$$

b_1, b_2 корни уравнения $2b^2 - 95b + 828 = 0$

$$b_1 = \frac{46}{4} = 11\frac{1}{2}$$

$$b_2 = \frac{144}{4} = 36$$

$\Rightarrow b_1 \notin \mathbb{N}$ - противоречие
 $\Rightarrow b \neq 11\frac{1}{2}$

$$b_2 = 36; 36 \in \mathbb{N} \Rightarrow b = 36$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ b=36 \end{cases} \Rightarrow a=4; b=36$$

Ответ: $a=4; b=36$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

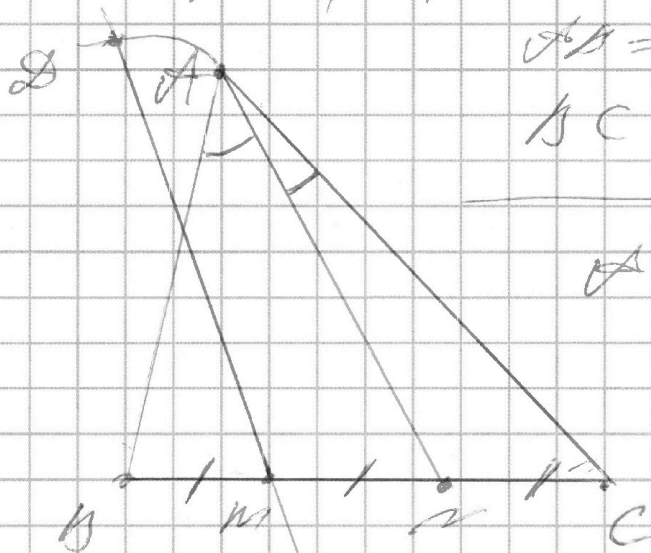
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\angle C A K) = -\frac{1}{4} ; \quad MK = MC = KC$$

$$AB = CD$$

$$BC = 12$$

$$AK = ?$$



1) по обобщенной Т. Фалеса;

$$\text{т.к. } AK \parallel DM, \text{ то } \frac{AK}{CD} = \frac{MC}{ML}$$

$$\Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{1}{2}$$

2) $\frac{CA}{BA} = \frac{1}{2} = \frac{AK}{AB} \Rightarrow$ по признаку биссектрисы
сбс угла треугольника

AK - бис. $\angle CAB$

$$\Rightarrow \angle CAK = \angle BAK = \frac{1}{2} \angle CAB$$

$$\Rightarrow \cos(\angle CAK) = \cos(\angle BAK) = -\frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \cos(\angle CAB) = -\frac{1}{4}$$
$$BC = 12$$

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) 6} \\ 12 \\ \underline{24} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 2AC$$

Пусть $AB = c$; $AC = b$; $BC = a$

$\Rightarrow$ по Т. косинусов: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\angle CAB)$

$\cdot \cos(\angle CAB)$

$$\Rightarrow 144 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$144 = b^2 + c^2 + \frac{1}{2}bc$$

$$AB = 2AC \Rightarrow c = 2b$$

$$\Rightarrow 144 = b^2 + (2b)^2 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot 2b$$

$$144 = b^2 + 4b^2 + b^2$$

$$144 = 6b^2$$

$$b^2 = 24 = 4 \cdot 6$$

$$\Rightarrow b = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow c = 4\sqrt{6} \Rightarrow AB = 4\sqrt{6}$$

$c = AB$

Ответ: $4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~a_1, a_2, a_3~~

~~a_1, a_2, a_3~~

Возрастим листья

1 2 3
2 5 8
3 6 9

$\frac{1}{2}$

— розу, где 1 — первая карта

3

2 — вторая, 3 — третья.

отличные символы

Крошечные шарики по
возрастанию роста; тогда a_i — символ
листья. И пусть $a_i = n$, где
 a_i — номер шарика по росту
 n — номер его листа.

Тогда полное эквивалентно

кар-ту своего листа

указание $a_1 + a_2 + a_3 = 45$ и

еще $\dots$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- допустим в третьем ряду 2 человека
- 1) выберем 3 в первом, втором и третьем ряду
 - 2) выберем 3 во втором, третьем и четвертом ряду
 - 3) в третьем ряду 2 человека.

$$\begin{vmatrix} a_i \\ a_{i+1} \\ x \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} a_i \\ x \\ a_{i+1} \end{vmatrix} \quad \leftarrow \text{вот они}$$

или можно выбрать 2 человека во втором ряду и 3 человека в первом и третьем ряду

$$\text{Ответ: } C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2 \cdot 3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Прокладываем все по порядку где a_1 - самый маленький, a_8 - самый большой

a_i - больше a_{i-1}

тогда мы а₁ а₂ сидят на первом ряду
~~ряде~~, а₃ а₄ на втором ряду а₅
на первом ряду а₆ а₇ на втором ряду
а₁ на первом а₂ на втором а₃ а₄ на первом
ряде, а₅ на втором

$$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7 < a_8$$

0	0	0
0	0	0
0	0	0

обозначим места

1	4	7
2	5	8
3	6	

тогда а₁ а₂
а₃ а₄ а₅ а₆ а₇ а₈

на 366



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3+K = \frac{19+K}{2}$$

$$6+2K = 19+K$$

$$K = 13$$

= 7 13 ~~деревьев~~ ^{деревьев}, в которых сруба
дорога

= 7 всего 17 деревьев

Ответ: 17 деревьев



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим данные условия
в виде графа, где вершины -
деревья, дороги - рёбра.

Тогда получается ~~граф~~ граф,
в котором из каждой вершины
можно пройти в другую точку
только одним способом.
 $\Rightarrow$ Этот граф - дерево.
по признаку.

Тогда, если n - кол-во вершин в
графе, то по св-ву деревьев
у нас n - вершин
и $n - 1$ - рёбра

$\Rightarrow n + k$ - вершин; k - кол-во
деревьев, из которых идёт один дорожки
и $n + k$ - рёбра. $\frac{n + k}{2}$ - рёбра.

$$\Rightarrow n + k = \frac{n + k}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $t=3$, то

$$x = 3 - y$$

$$\Rightarrow \sqrt{6 - y + 6y - y^2 - y^2} + \sqrt{1 - 13 - 21} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{-2y^2 + 6y - 3} = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2y^2 + 6y - 3 = 1 \\ -2y^2 + 6y - 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$2y^2 - 6y + 4 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$y^2 - y - 2y + 2 = 0$$

$$y(y-1) - 2(y-1) = 0$$

$$(y-1)(y-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=1, x=2, \\ y=2, x=1. \end{cases}$$

Если $y=1$, то $2y^2 + 6y - 3 =$

$$= 2 + 6 - 3 = 5$$

$$= -2 + 6 - 3 = 1 > 0$$

$$\Rightarrow y=2$$

подходит

Если $y=2$, то

$$-2y^2 + 6y - 3 = -8 + 12 - 3 = 1 > 0$$

$$\Rightarrow y=2 \text{ подходит}$$

$\Rightarrow$ Ответ: $(0; 1), (1; 0), (0; 2), (2; 0),$
 $(2; 1), (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Еще $t=2, \tau=0$

$$x+y=2, \quad x=2-y$$

$$\Rightarrow \sqrt{4-4+4y-y^2-y^2} + \sqrt{1-0} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{4y-5y^2} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{4y-5y^2} = -1$$

$$\Rightarrow y(4-5y) = 0$$

$$\begin{cases} y=0 \\ y=\frac{4}{5} \end{cases}, \quad \frac{4}{5} \neq \frac{4}{5} \Rightarrow y \neq \frac{4}{5}$$

$$y=0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

Еще

$$\Rightarrow \sqrt{4-4+4y-y^2-y^2} + \sqrt{1} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{4y-2y^2} = 0$$

$$4y-2y^2=0$$

$$2y(2-y)=0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y=0 & \text{оба слагаемых} \\ y=2 & \text{когда } y=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{корень } t=2$$

$$\begin{cases} y=0 \\ x=2 \\ y=2 \\ x=0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Если } t = -1, \text{ то } x + y = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 - y$$

$$\Rightarrow \sqrt{2 - 2y + 2y - 1 + 2y - y^2 - y^2} + \sqrt{1 - 1 - y + y - 2} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2y - 2y^2 + 1} + \sqrt{1 - 1 - 1} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2y - 2y^2 + 1} = 1$$

Если ~~2y~~ y^2 $\Rightarrow$ возведём в квадрат,
каждое из y , получим 1 условие
и выберем из подходящих

$$2y - 2y^2 + 1 = 1$$

$$2y - 2y^2 = 0$$

$$2y(1 - y) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Если } y = 0, \text{ то } 2y - 2y^2 + 1 = 1$$

$$\Rightarrow y = 0 \text{ подходит}$$

$$\text{Если } y = 1, \text{ то } 2y - 2y^2 + 1 =$$

$$= 2 - 2 + 1 = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ подходит}$$

$$= \begin{cases} y = 0, \\ x = 1 \\ y = 1 \\ x = 0 \end{cases} \text{ когда } t = -1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$$~~
~~$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$$~~
~~$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$$~~
~~$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$$~~
~~$$= 1$$~~

$x, y \in \mathbb{Z}$

1) $2x + 2y - x^2 - y^2 = -(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2$

2) $1 - |x+y-2| \geq 0$

$\Rightarrow 1 \geq |x+y-2|$

$x+y = t \leftarrow \text{замена}$

$\Rightarrow 1 \geq |t-2|$

$\Rightarrow \text{Если } t \geq 2, \text{ то } 1 \geq t-2$

$\Rightarrow t \leq 3 \Rightarrow t \in [2, 3]$

Если $t \leq 2$, то $1 \geq 2-t$

$\Rightarrow t \geq 1$

$\Rightarrow t \in [1, 2]$

$\Rightarrow t \in [1, 3], \text{ но } x, y \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow t = \{1, 2, 3\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^4$

$b \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} 20-b = 17 \\ 55-2b = 2^4 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2 \\ 55-2b = 2^3 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^2 \\ 55-2b = 2^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^3 \\ 55-2b = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^4 \\ 55-2b = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-b = 17 \cdot 2^3 \\ 55-2b = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-b = 1 \\ 55-2b = 2^4 \cdot 17 \end{cases}$

$95-49 = 46$

$95+49 = 144$

$10 \cdot 10 + b \leq 10, \text{ т.к. } b \geq 1$

$\Rightarrow 20-b \neq 34 = 17 \cdot 2$

$20-b \neq 68 = 17 \cdot 2^2$

$20-b \neq 136 = 17 \cdot 2^3$

$20-b \neq 272 = 17 \cdot 2^4$

$\Rightarrow \begin{cases} 20-b = 17 \\ 55-2b = 2^4 \end{cases}$

$\begin{cases} 20-b = 1 \\ 55-2b = 2^4 \cdot 17 \end{cases}$

$20 \cdot 55 = 100 + 1000 = 1100$

$1100 - 172 = 928$

$928 = 2 \cdot 4 \cdot 14 = 2 \cdot 3 \cdot 138 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 69 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 23$

$95 \cdot 95 = 9025$

$8 \cdot 928 = 7424$

$6400 + 160 + 64 = 6560 + 64 = 6624$

$9025 - 6624 = 2401$

$36 \cdot 4 = 12024$

$2401 \cdot 7 = 16807$

$16807 - 144 = 16663$

$16663 - 172 = 16491$

$16491 - 172 = 16319$

$16319 - 172 = 16147$

$16147 - 172 = 15975$

$15975 - 172 = 15803$

$15803 - 172 = 15631$

$15631 - 172 = 15459$

$15459 - 172 = 15287$

$15287 - 172 = 15115$

$15115 - 172 = 14943$

$14943 - 172 = 14771$

$14771 - 172 = 14599$

$14599 - 172 = 14427$

$14427 - 172 = 14255$

$14255 - 172 = 14083$

$14083 - 172 = 13911$

$13911 - 172 = 13739$

$13739 - 172 = 13567$

$13567 - 172 = 13395$

$13395 - 172 = 13223$

$13223 - 172 = 13051$

$13051 - 172 = 12879$

$12879 - 172 = 12707$

$12707 - 172 = 12535$

$12535 - 172 = 12363$

$12363 - 172 = 12191$

$12191 - 172 = 12019$

$12019 - 172 = 11847$

$11847 - 172 = 11675$

$11675 - 172 = 11503$

$11503 - 172 = 11331$

$11331 - 172 = 11159$

$11159 - 172 = 10987$

$10987 - 172 = 10815$

$10815 - 172 = 10643$

$10643 - 172 = 10471$

$10471 - 172 = 10299$

$10299 - 172 = 10127$

$10127 - 172 = 9955$

$9955 - 172 = 9783$

$9783 - 172 = 9611$

$9611 - 172 = 9439$

$9439 - 172 = 9267$

$9267 - 172 = 9095$

$9095 - 172 = 8923$

$8923 - 172 = 8751$

$8751 - 172 = 8579$

$8579 - 172 = 8407$

$8407 - 172 = 8235$

$8235 - 172 = 8063$

$8063 - 172 = 7891$

$7891 - 172 = 7719$

$7719 - 172 = 7547$

$7547 - 172 = 7375$

$7375 - 172 = 7203$

$7203 - 172 = 7031$

$7031 - 172 = 6859$

$6859 - 172 = 6687$

$6687 - 172 = 6515$

$6515 - 172 = 6343$

$6343 - 172 = 6171$

$6171 - 172 = 5999$

$5999 - 172 = 5827$

$5827 - 172 = 5655$

$5655 - 172 = 5483$

$5483 - 172 = 5311$

$5311 - 172 = 5139$

$5139 - 172 = 4967$

$4967 - 172 = 4795$

$4795 - 172 = 4623$

$4623 - 172 = 4451$

$4451 - 172 = 4279$

$4279 - 172 = 4107$

$4107 - 172 = 3935$

$3935 - 172 = 3763$

$3763 - 172 = 3591$

$3591 - 172 = 3419$

$3419 - 172 = 3247$

$3247 - 172 = 3075$

$3075 - 172 = 2903$

$2903 - 172 = 2731$

$2731 - 172 = 2559$

$2559 - 172 = 2387$

$2387 - 172 = 2215$

$2215 - 172 = 2043$

$2043 - 172 = 1871$

$1871 - 172 = 1699$

$1699 - 172 = 1527$

$1527 - 172 = 1355$

$1355 - 172 = 1183$

$1183 - 172 = 1011$

$1011 - 172 = 839$

$839 - 172 = 667$

$667 - 172 = 495$

$495 - 172 = 323$

$323 - 172 = 151$

$151 - 172 = -21$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Тогда, учитывая живых людей, у которых есть
хотят увидеть $x_1 + x_2 = 45$
Иногда все же нужно уделить
и время другим людям, чтобы они
не потеряли кол-во времени~~
 ~~$x_1, x_2 \in \mathbb{N}$
 $x_1 + x_2 = 45$
Всего 45~~

~~Задача у меня за первую
разу. Для того чтобы
выбрать 3-х людей в эту группу,
она должна быть равна 3, то есть,
остаток деления~~
 ~~$\Rightarrow C_3^3 \cdot C_3^3 \cdot 2 \cdot 3$
буква 3 в скобках 3 / букву 3 из ост~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2l + 2w = 1$$

$$2l(w+1) + 2(w+1) = 3$$

$$(w+1)(2l+2) = 3$$

$$x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow l, w \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} w+1=1 \\ 2l+2=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w=0 \\ l=\frac{1}{2} \end{cases} \leftarrow \text{не подходит}$$

$$\begin{cases} w+1=-1 \\ 2l+2=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w=-2 \\ l=-\frac{5}{2} \end{cases} \leftarrow \text{не подходит}$$

$$\begin{cases} w+1=3 \\ 2l+2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w=2 \\ l=-\frac{1}{2} \end{cases} \leftarrow \text{не подходит}$$

$$\begin{cases} w+1=-3 \\ 2l+2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w=-4 \\ l=-\frac{3}{2} \end{cases} \leftarrow \text{не подходит}$$

$$\text{Let } l-w \neq 2 \text{ then } (l-w)^2 = 0$$

$$1 - (\sqrt{l} + \sqrt{w}) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{l} + \sqrt{w} = 1$$

$$\sqrt{4+2-4-1} + \sqrt{1-1-2+1} =$$

$$= \sqrt{1} + \sqrt{-1} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-1x+y-2} = 1$$

$$1) \quad 2x+2y-x^2-y^2 = -(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2$$

~~Сделаем замену $x-1=a$
 $y-1=b$~~

$$= \sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-1x+y-2} =$$

$$= \sqrt{2-a^2-b^2+2} + \sqrt{1-a-b} = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2-a^2-b^2 \geq 0 \\ 1-a-b \geq 0 \end{cases} \quad \text{ОДЗ}$$

~~Если $a+b \geq 0$, то~~

$$\sqrt{2-a^2-b^2+2} + \sqrt{1-a-b} = 1$$

$$(\sqrt{2-a^2-b^2+2} + \sqrt{1-a-b}) + 2\sqrt{(1-a-b)(2-a^2-b^2+2)} = 1$$

$$-a^2-a+1-b^2-b+1+2\sqrt{(1-a-b)(2-a^2-b^2+2)} = 0$$

~~Пусть $2-a^2-b^2 = w$~~

$$1-a-b = c$$

$$\Rightarrow w+c-1+2\sqrt{cw} = 0$$

$$2\sqrt{cw} = 1-c-w \Rightarrow 1-c-w \geq 0$$

$$4cw = 1-2c-2w+2cw$$

$$= 1-2c-2w+2cw = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

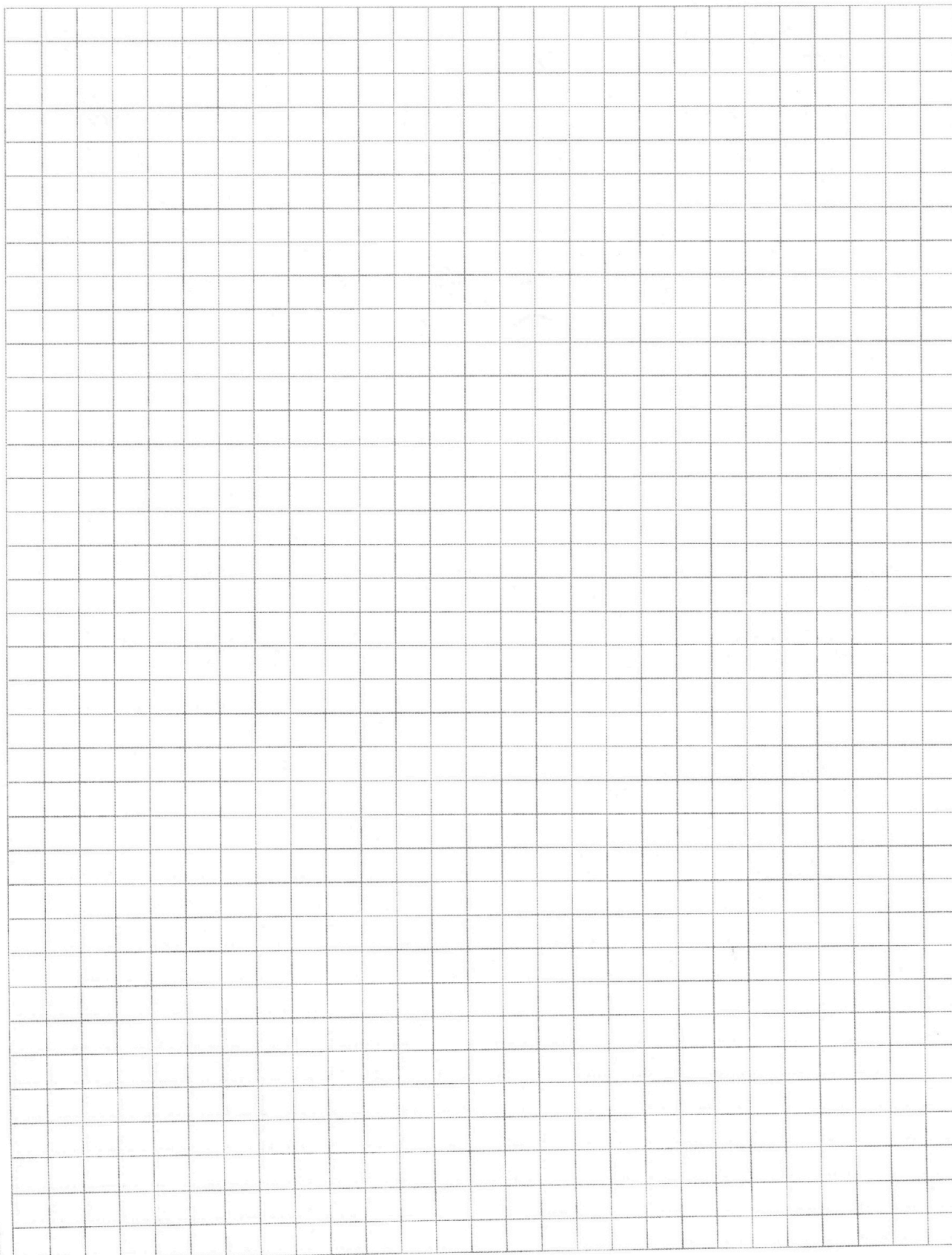
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



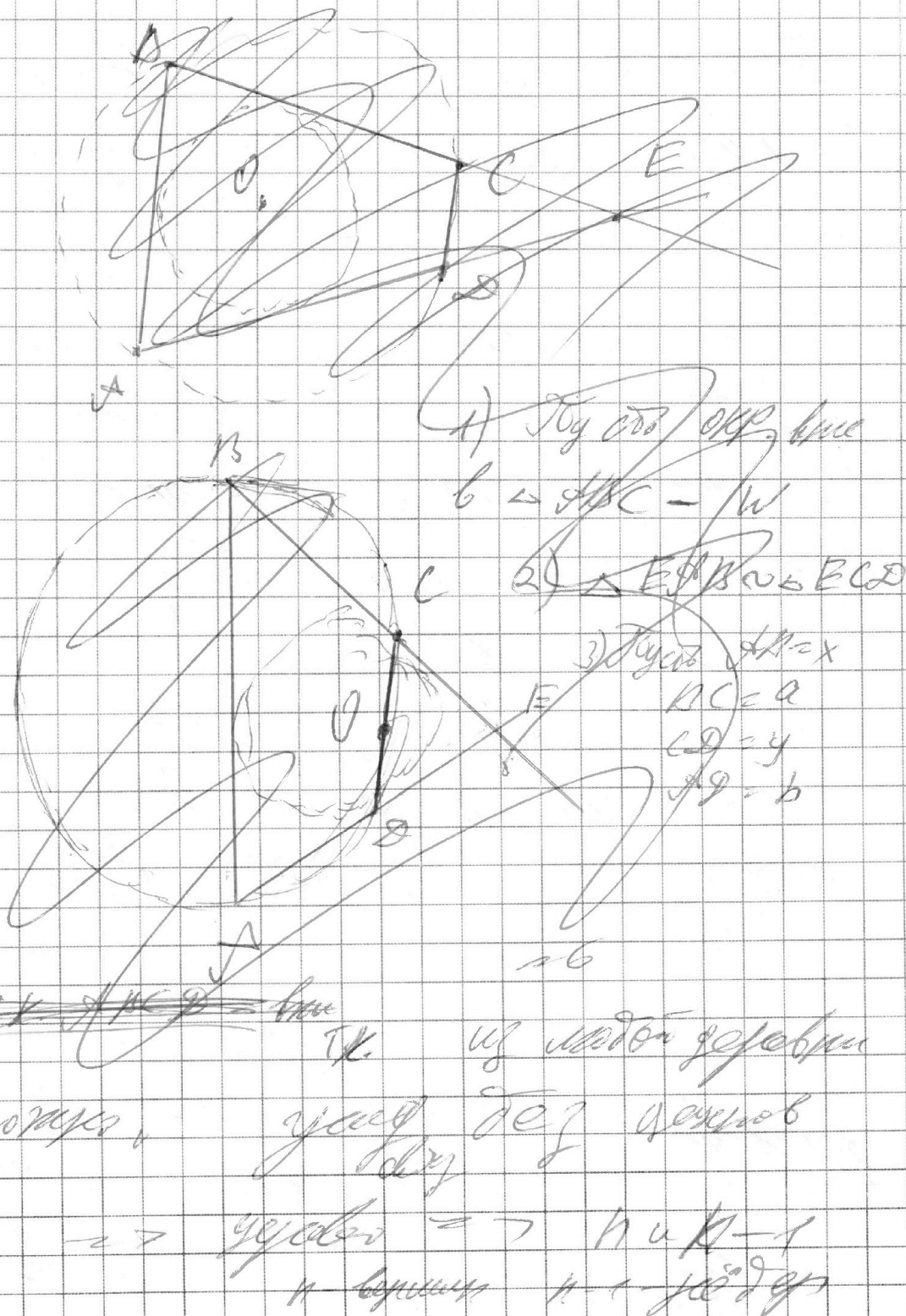


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2 \cdot 2 + 0 - 2 \cdot 2 - 0^2} + \sqrt{1 - 12 + 0 - 2 \cdot 1} =$$

$$= \sqrt{0} + \sqrt{1 - 0} = \sqrt{1}$$

$$x, y \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x-y+2} = 1$$

$$2x+2y-x^2-y^2 = -(x^2-2x+1+y^2-2y+1)+2 =$$

$$= -(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2$$

$$2(x+y) - (x^2+2xy+y^2) + 2xy = 2(x+y) - (x+y)^2 +$$

$$+ 2xy = (x+y)(2-x-y) + 2xy$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = \sqrt{(x+y)(2-x-y)+2xy}$$

Если $x+y \geq 2$, то

$$\sqrt{(x+y)(2-x-y)+2xy} + \sqrt{1-x-y+2} = 1$$

$$x+y = t$$

$$2xy = r$$

$$\sqrt{t(2-t)+2r} + \sqrt{1-t+2} = 1$$

$$\sqrt{2t-t^2+2r} + \sqrt{3-t} = 1$$

$$= (x+1)(1+x-1) = x(2-x)$$

$$x(2-x) + y(2-y)$$

$$\sqrt{4-4} + \sqrt{1-12+0-2} = 0 + \sqrt{1} = 1$$

$$36 \cdot 28 = 1008$$

$$= 2 \cdot 504$$

$$= 2 \cdot 16 \cdot 31.5$$

$$= 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4$$

$$= 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4$$

$$= 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4$$

$$16 - 8 \cdot 36 + 36^2 + 15(4-36) = 16 + 36(36-8) + 15 \cdot 32$$

$$= 16 + 36 \cdot 28 + 15 \cdot 32$$

$$8 \cdot 36 = 288$$

$$= 6 \cdot 48$$

$$= 3 \cdot 96$$

$$= 3 \cdot 32 \cdot 3$$

$$= 3 \cdot 32 \cdot 3$$