



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B$ в безветренную погоду составляет $T_0=400$ с. Расстояние AB равно $S=9,6$ км.

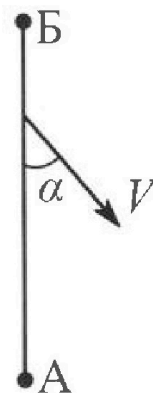
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течении всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 16$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.) таким, что $\sin \alpha = 0,6$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ максимальная? Движение аппарата прямолинейное.

4. Найдите максимальную продолжительность T_{MAX} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$. Движение аппарата прямолинейное.



2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол $2\beta = 60^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до падения на площадку.

2. Найдите максимальную высоту H полета.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в момент времени $t_1 = 1$ с.

3. Клин с углом при вершине $\alpha = 30^\circ$ находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=1$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите горизонтальную силу F , которой систему удерживают в покое.

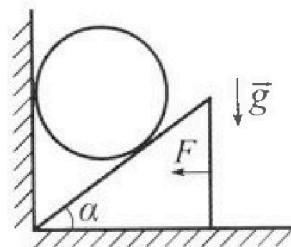
Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на $H=0,8$ м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.

2. Найдите перемещение h шара после соударения до первой остановки.

3. Найдите ускорение a клина в процессе разгона.

4. При каком значении угла α ускорение клина максимальное?

5. Найдите максимальное ускорение a_{MAX} клина.





Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

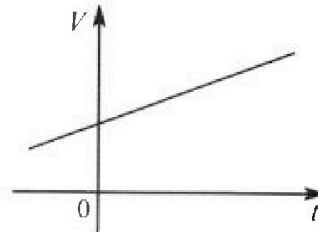
Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками $t_1 = 35^\circ\text{C}$ и $t_2 = 42^\circ\text{C}$ равно $L=5$ см. В термометре находится $m=2$ г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем ртути в $\beta = 1,018$ раза больше объема ртути при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность ртути при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 13,6$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.



1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ ртути от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: m , ρ , β , t_0 , t_{100} , t .

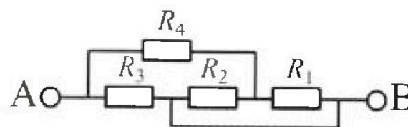
2. Найдите приращение ΔV объема ртути при увеличении температуры от $t_1 = 35^\circ\text{C}$ до $t_2 = 42^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.

3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 6$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения $U=10$ В.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.

3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

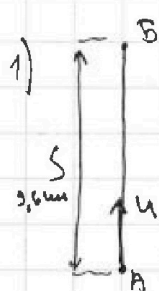


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$u = \frac{S}{T_0} = \frac{9600}{400} = 24 \text{ м/с}$$

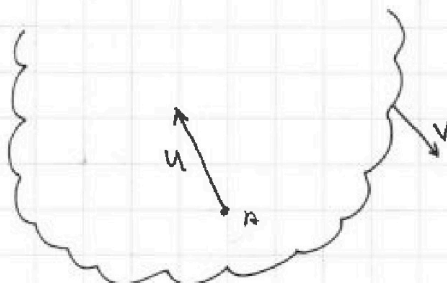
Ответ: 24 м/с.

2)



$$\sin \alpha = 0,6 \Rightarrow \cos \alpha = 0,8$$

B — центр сферы воздуха



Можно рассчитать по теореме косинусов: $(uT_1)^2 = (vT_1)^2 + S^2 - 2vT_1S \cos(180 - \alpha)$

$$u^2 T_1^2 = v^2 T_1^2 + S^2 + 2vS \cos \alpha T_1$$

$$T_1^2 (u^2 - v^2) - 2vS \cos \alpha T_1 - S^2 = 0$$

$$T_1 = \frac{v \cdot S \cos \alpha \pm \sqrt{v^2 S^2 \cos^2 \alpha + S^2 (u^2 - v^2)}}{u^2 - v^2} = \frac{v \cdot S \cdot \cos \alpha \pm S \sqrt{v^2 (\cos^2 \alpha - 1) + u^2}}{u^2 - v^2}$$

$$= \frac{S (v \cdot \cos \alpha \pm \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha})}{u^2 - v^2} = \frac{9600 (16 \cdot 0,8 \pm \frac{\sqrt{12096}}{5})}{3200} = 30 \left(\frac{64 \pm \sqrt{12096}}{5} \right)$$

$$= 6 (64 \pm \sqrt{12096}) = 384 \pm 24\sqrt{21}$$

$$= 384 \pm 24\sqrt{21} \text{ м/с}$$

Ответ: $384 + 24\sqrt{21}$ м/с



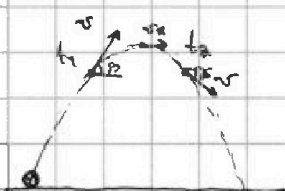
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

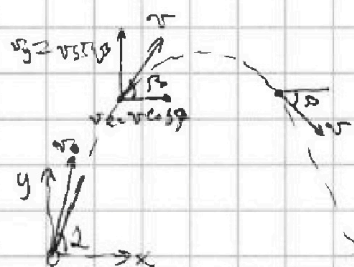
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Движение тела по параболе, скорость в любой момент времени направлена касательной. Если модуль скорости одинаков $\Rightarrow$ в момент t_1 тело не имеет вертикальной скорости, а в момент t_2 уже имеет её.

Если скорость направлена на $2\beta \approx 60^\circ$, то скорость в любой момент будет направлена перпендикулярно в момент t_1 и t_2 $\Rightarrow$ направлено на угол $\beta = 30^\circ$ к горизонту.

v - скорость тела в момент времени t



$$v_y(t) = v \sin \beta - gt$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 1 \text{ c}$$

$$v \sin \beta - g \Delta t = -v \sin \beta$$

$$2v \sin \beta = g \Delta t$$

$$v = \frac{g \Delta t}{2 \sin \beta} = \frac{10 \cdot 1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 10 \text{ м/с}$$

$$v \sin \beta = \frac{1}{2} v = 5 \text{ м/с}$$

$$v_{0y}(t) = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$v_0 \sin \alpha - g t_1 = v \sin \beta$$

$$v_0 \sin \alpha = v \sin \beta + g t_1$$

v_0 - скорость тела в начале

2-го момента направления скорости и горизонталь в начале

А время полета $T = 2t$ время полета (время вверх и вниз симметрично)

$$v_{0y}(t) = v_0 \sin \alpha - gT = 0 \quad (\text{в верхней точке проекция скорости на ось } y = 0)$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{gT}{2}$$

$$T = 2t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$T = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2(v \sin \beta + g t_1)}{g} = \frac{2(5 + 10 \cdot 1)}{10} = 3 \text{ c}$$

$$\text{Ответ: } T = 3 \text{ c.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $v_{y}(t) = v_0 \sin \alpha - g t = 0$ (в вершине полета)

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$h(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2} \Rightarrow \max h = h \text{ в момент времени } t$$

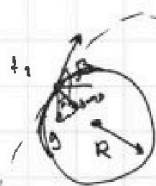
$$H = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g \cdot \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v_0 \sin \alpha = v \sin \beta + g t = 15 \text{ м/с (из пункта 1)}$$

$$H = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g} = \frac{15^2}{20} = 11,25 \text{ м}$$

Ответ: 11,25 м.

3)



как всегда $g \cos \beta = \frac{v^2}{R}$

$$R_n = g \cos \beta = \frac{v^2}{R}$$

$$v = 10 \text{ м/с (из п. 1)}$$

$$R = \frac{v^2}{g \cos \beta} = \frac{100}{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м}$$

Ответ: $\frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м}$.

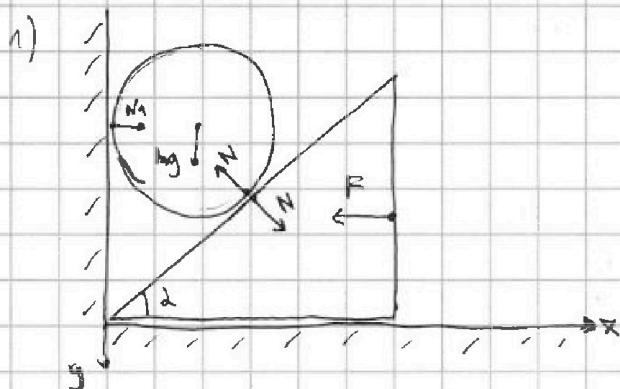


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N — сила реакции опоры

ВЗН: $y: \text{верт}$ $mg - N \cos \alpha = 0$

$x: \text{гориз}$ $N \sin \alpha - F = 0$

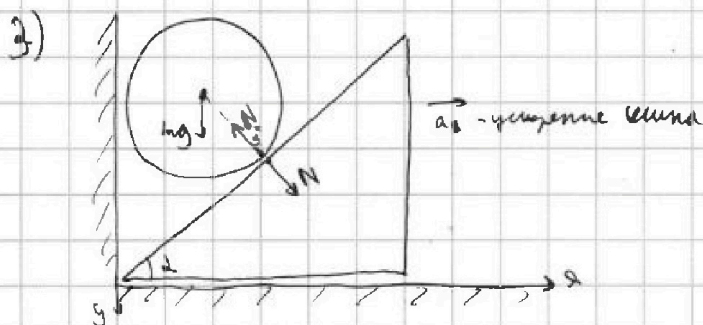
$$N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$F = N \sin \alpha = \frac{mg}{\cos \alpha} \sin \alpha = mg \tan \alpha =$$

$$= 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ Н}$$

Ответ: $\frac{10}{\sqrt{3}} \text{ Н}$.

Нужно найти ускорения:



ВЗН: $y: \text{верт}$ $mg - N \cos \alpha = m a_1$

$x: \text{гориз}$ $N \sin \alpha = m a_2$

Откуда $N \cos \alpha = mg - m a_1$

$$N = \frac{mg - m a_1}{\cos \alpha}$$

$$N \sin \alpha = m \tan \alpha (g - a_1) = m a_2$$

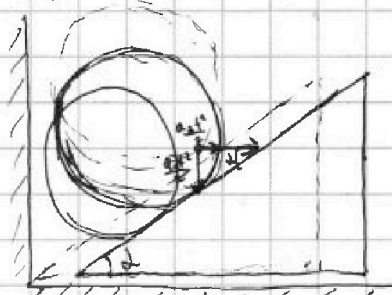
$$\tan \alpha (g - a_1 \tan \alpha) = a_2$$

$$g \tan \alpha - a_1 \tan^2 \alpha = a_2$$

$$g \tan \alpha = a_2 + a_1 \tan^2 \alpha$$

$$a = \frac{g \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{10}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{10 \cdot 3}{4 \sqrt{3}} = 2,5 \sqrt{3} = \frac{5 \sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} g$$

Ответ: $\frac{5 \sqrt{3}}{2} \text{ м/с}^2$



$$\tan \alpha = \frac{a_2 + a_1 \tan^2 \alpha}{a_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

$$a_2 \tan \alpha = a_1$$

$$a = \frac{a_1}{\tan \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) a = g \frac{\lg 2}{\lg^2 2 + 1} \geq g \frac{\lg 2}{\frac{1}{\cos^2 2}} \geq g \lg 2 \cdot \cos^2 2 \geq g \frac{\sin 2}{\cos 2} \cos^2 2 = \\ = g \sin 2 \cos 2$$

$$\sin 2 \cos 2 \rightarrow \max \Rightarrow u \ 2 \sin 2 \cos 2 \rightarrow \max \\ \sin(2\alpha) \rightarrow \max \\ \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \\ \alpha = 45^\circ$$

$\Rightarrow$ максимальное ускорение будет максимальное при $\underline{\underline{\alpha = 45^\circ}}$

$$5) \boxed{a_{\max} = g \sin 2 \cos 2 \geq g \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = g \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2} g}} \\ \sin 2 = \cos 2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2} g = 5 \text{ м/с}^2.$$



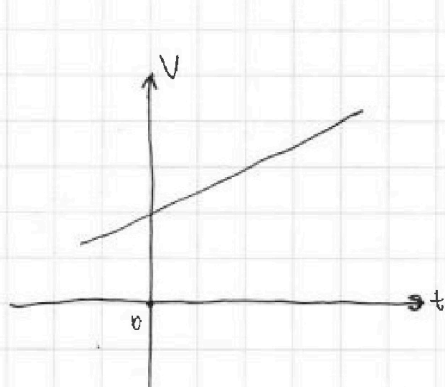
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\rho = \frac{h}{v_0} \Rightarrow v_0 = \frac{h}{\rho}$$

v_0 - об'єм при $t=0$

$y = kx + b$ (линійна ф-ція)

$$v = k t + b$$

$$v_0 = k t_0 + b$$

$$v_{100} = k t_{100} + b = \rho v_0$$

$$\rho v_0 - v_0 = \rho v_0 (\rho - 1) = \frac{h}{\rho} (\rho - 1) = k (t_{100} - t_0) \Rightarrow k = \frac{h (\rho - 1)}{\rho (t_{100} - t_0)}$$

$$\frac{h}{\rho} = \frac{h (\rho - 1)}{\rho (t_{100} - t_0)} t_0 + b \Rightarrow b = \frac{h}{\rho} \left(1 - \frac{t_0 (\rho - 1)}{t_{100} - t_0} \right)$$

$$1) \left[v(t) = \frac{h (\rho - 1)}{\rho (t_{100} - t_0)} t + \frac{h}{\rho} \left(1 - \frac{t_0 (\rho - 1)}{t_{100} - t_0} \right) \right] = \frac{h}{\rho} \left(\frac{\rho (t - t_0) - t + t_{100}}{t_{100} - t_0} \right)$$

Отже

$$2) \Delta v = v(t_2) - v(t_1) = \frac{h}{\rho} \left(\frac{\rho (t_2 - t_0) - t_2 + t_{100}}{t_{100} - t_0} - \frac{\rho (t_1 - t_0) - t_1 + t_{100}}{t_{100} - t_0} \right) =$$

$$= \frac{h}{\rho} \left(\frac{\rho t_2 - \rho t_0 - t_2 + t_{100} - \rho t_1 + \rho t_0 + t_1 - t_{100}}{t_{100} - t_0} \right) =$$

$$= \frac{h}{\rho} \left(\frac{\rho t_2 - t_2 (\rho - 1) - t_1 (\rho - 1)}{t_{100} - t_0} \right) = \frac{h}{\rho} \left(\frac{(t_2 - t_1) (\rho - 1)}{t_{100} - t_0} \right) =$$

$$= \frac{2}{13,6 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{(42 - 35) (1,019 - 1)}{100 - 0} \right) =$$

$$\text{Отже: } \Delta v = \frac{h}{\rho} \left(\frac{(t_2 - t_1) (\rho - 1)}{t_{100} - t_0} \right) = \frac{63}{340} \text{ м/с}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

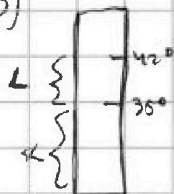
СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4

3)



$$V_{35} = S \cdot x$$

$$V_{42} = S(x + L)$$

$$\Delta V = V_{42} - V_{35} = S(x + L) - Sx = SL$$

$$S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{\frac{63}{50}}{50} = \frac{63}{17000} \text{ м}^2$$

Ответ: $\frac{63}{17000} \text{ м}^2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

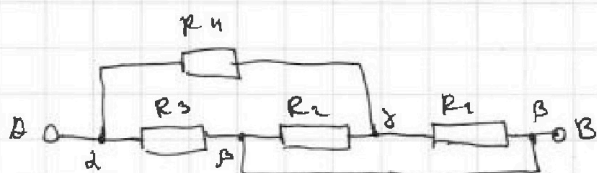
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

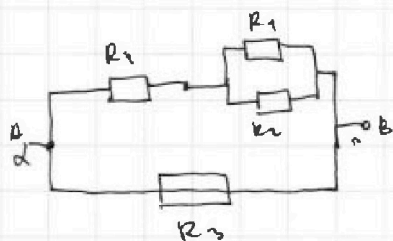
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

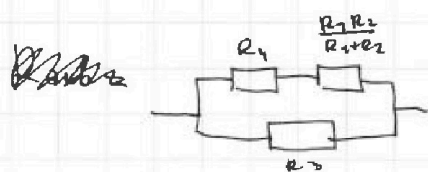
$$R_1 = 5 \text{ Ом}, R_2 = 20 \text{ Ом}, R_3 = 10 \text{ Ом}, R_4 = 6 \text{ Ом}$$



1) Преобразуем схему в эквивалентную без резисторов



Итак, чтобы найти R_{AB}

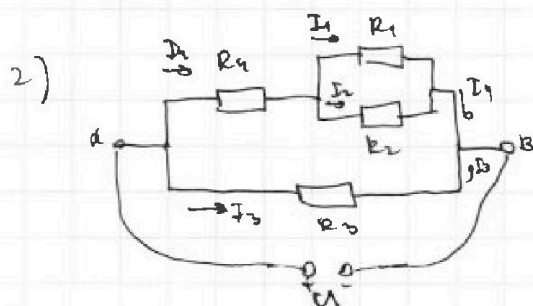


$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{5+20} = \frac{1}{6} + \frac{1}{26} = \frac{13}{78} + \frac{3}{78} = \frac{16}{78} = \frac{8}{39}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$R_{AB} = 5 \text{ Ом}$$

Отсюда $R_{AB} = 5 \text{ Ом}$



$I_1 R_1 = I_2 R_2$ (закон Ома)

$$5 I_1 = 20 I_2$$

$$I_1 = 4 I_2$$

$$I_4 = I_1 + I_2 = 5 I_2$$

$$U = I_4 R_4 + I_2 R_2 = 5 I_2 R_4 + I_2 R_2 =$$

$$= I_2 (5 R_4 + R_2) \Rightarrow I_2 = \frac{U}{5 R_4 + R_2} = \frac{10}{10+20} =$$

$$\frac{1}{3} = 0,3 \text{ А}$$

$$I_4 = 0,3 \text{ А}$$

$$I_1 = 0,3 \text{ А}$$

Расчет выполнен верно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I_3 R_3 = U$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{20}{20} = 1 \text{ A}$$

$$\text{найти ток } I_{\text{всех}} = I_3 + I_4 = 2 \text{ A}$$

$$P = I^2 R_{\text{всех}} = 2^2 \cdot 5 = 20 \text{ Вт}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 =$$

$$= 0,2^2 \cdot 5 + 0,2^2 \cdot 20 + 1^2 \cdot 10 + 1^2 \cdot 6 = 3,2 + 0,8 + 10 + 6 = 20 \text{ Вт}$$

$$\text{Ответ: } P = 20 \text{ Вт}$$

3) из первого закона Кирхгофа, что падающая мощность рассеивается на резисторе R_1 .

$$P_{R1} = 0,8 \text{ Вт}$$

$$\text{Ответ: } 0,8 \text{ Вт.}$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

