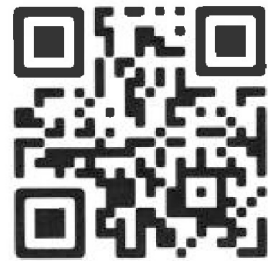




Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

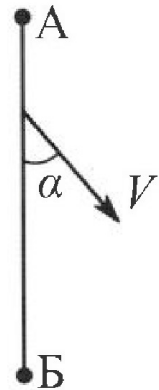


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность $T_{\min}$ полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.

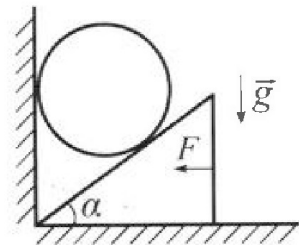


2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис.). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину $N_{\max}$ этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

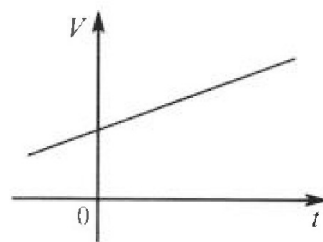
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



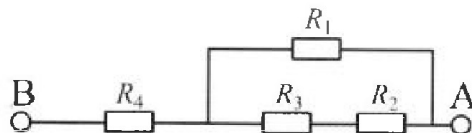
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r$, $R_2 = 2r$, $R_3 = 4r$, $R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{экв}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



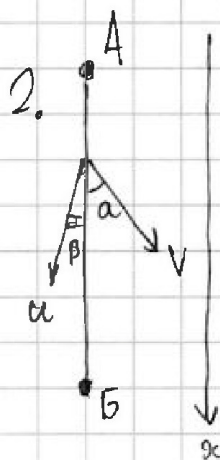
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. При полёте в спокойном воздухе происходит равномерное движение, таким образом $2S = T_0 \cdot U \Rightarrow$
 $\Rightarrow U = \frac{2S}{T_0} = \frac{4000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = \boxed{20 \text{ м/с}}$



2. Заметим, что при полёте в ветренную погоду аппарат также не должен отклоняться от траектории AB (т.к. не может менять направление своей скорости - летит всегда по прямой). Тогда $U \cdot \sin \beta = V \cdot \sin \alpha$
 $\Rightarrow \sin \beta = \frac{V \sin \alpha}{U} = 0.6$. Найдём итоговую скорость аппарата вдоль траектории: $v_{\text{сч}} = V \cos \alpha + U \cos \beta$.

$\sin \alpha = 0.8 \Rightarrow \cos \alpha = 0.6$ ($\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$); $\sin \beta = 0.6 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos \beta = 0.8$ ($\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$) $\Rightarrow v_{\text{сч}} = 25 \text{ м/с}$.

$T_1 \cdot v_{\text{сч}} = S \Rightarrow T_1 = \frac{S}{v_{\text{сч}}} = \frac{2000 \text{ м}}{25 \text{ м/с}} = \boxed{80 \text{ с}}$

3. Пусть минимальная продолжительность полёта

- $T_{\min}$, тогда $T_{\min} = \frac{S}{V \cos \alpha + U \cos \beta} + \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha} = \frac{2S U \cos \beta}{U^2 \cos^2 \beta - V^2 \cos^2 \alpha}$
 $= \frac{2S U \cos \beta}{U^2 (1 - \sin^2 \beta) - V^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2S U \cos \beta}{U^2 - V^2} \Rightarrow \cos \beta \rightarrow \min \Rightarrow \sin \beta \rightarrow \max \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 82

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \beta = \frac{3}{4} = 7 \boxed{a = 90^\circ} = 7 \cos \beta \cdot \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$4. \quad T_{\min} = \frac{2SU \cos \beta}{u^2 - v^2} = \frac{4000 \text{ м} \cdot 20 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}}{(400 - 225) \text{ м}^2/\text{с}^2} = \frac{800\sqrt{7}}{7} \text{ сек} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ сек}$$

Ответ: $u = 20 \text{ м/с}$; $T_1 = 80 \text{ сек}$; $a = 90^\circ$; $T_{\min} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ сек}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
42 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нормального ускорения a направлена перпендикулярно скорости) $\Rightarrow R = \frac{v^2}{a} = 2.5 \text{ м}$

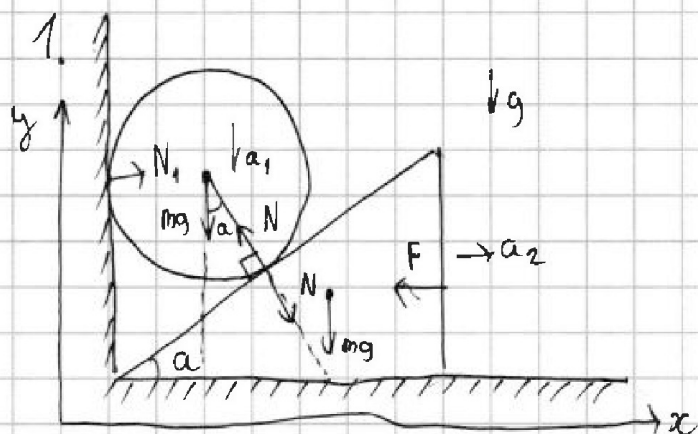
Ответ: $T = 1 \text{ с}$; $L = 10 \text{ м}$; $R = 2.5 \text{ м}$.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Равновесие для шара
по оси y :

$$mg = N \cos \alpha = 7N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

Равновесие для клина по оси x ; $F = N \cos(90 - \alpha) = 7N = \frac{F}{\sin \alpha}$

$$\Rightarrow \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{F}{\sin \alpha} = 7 \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{\sin \alpha} = 7 \sin \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha = 7 \boxed{\alpha = 60^\circ}$$

2. Первая остановка произошла при достижении максимальной высоты после отскока. Заметим, что кинетическая энергия шара при начальном положении и при первой остановке после отскока была одинаковой и равнялась 0, т.к. скорость шар в оба момента 0.

Тогда, т.к. шар не теряет энергию при соударении и движении, потенциальная энергия также равна в обоих случаях: $mgh = mgH = 7 \boxed{h = H = 0.15 \text{ м}}$.

3. Запишем равновесие шара на ось xc : $\boxed{N_1 = N \sin \alpha}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
12 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4. N_1 = N \sin \alpha = \cancel{mg \sin \alpha} = mg \sin \alpha \cos \alpha = \boxed{\frac{mg \sin 2\alpha}{2} - 7 \max = 7\alpha = 45^\circ}$$

Занесем II 3-й для кинем на ось x и шара на ось y :

$$ma_2 = N \sin \alpha$$

$$ma_1 = mg - N \cos \alpha$$

$$a_2 = a_1 \tan \alpha$$

$$\frac{N \sin \alpha}{\tan \alpha} = mg - N \cos \alpha = 7mg = 2N \cos \alpha$$

$$\Rightarrow N = \frac{mg}{2 \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow 7N \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = mg - N \cos \alpha \Rightarrow \boxed{7N = mg \cdot \cos \alpha}$$

$$5. \boxed{N_{\max} \frac{mg \sin(45.2)}{2} = \frac{mg}{2}}$$

Ответ: $\alpha = 60^\circ$; $\mu = 0.15$; $N_1 = mg \sin \alpha \cos \alpha$; $\alpha = 45^\circ$; $N_{\max} = \frac{mg}{2}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 81

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $V(t) = m p \beta \cdot \frac{(t - t_0)}{t_{100}}$ $V(t) = m p$
объем при t_{100}

$$V(t) = \frac{m}{p} \cdot \left((\beta - 1) \cdot \frac{(t - t_0)}{t_{100}} + 1 \right)$$

объем при t_0 необходимый коэффициент

2. $V(50^\circ\text{C}) = \frac{m}{p} \cdot \left((1.12 - 1) \cdot \frac{50 - 0}{100} + 1 \right) = 50 \text{ мм}^3 \cdot 1.06 = 53 \text{ мм}^3$

$V(40^\circ\text{C}) = \frac{m}{p} \cdot \left((1.12 - 1) \cdot \frac{40 - 0}{100} + 1 \right) = 50 \text{ мм}^3 \cdot 1.048 = 52.4 \text{ мм}^3$

$\Delta V = \frac{m}{p} \cdot (\beta - 1) \cdot \frac{t_1 - t_2}{t_{100}} = 0.6 \text{ мм}^3$

3. $\frac{m}{p} \cdot (\beta - 1) \cdot \frac{t_{100} - t_0}{t_{100}} = S L = 7 \left[S = \frac{m(\beta - 1)}{p L} = \frac{3}{50} \text{ мм}^2 \right]$

Ответ: $V(t) = \dots$; $\Delta V = 0.6 \text{ мм}^3$; $S = \frac{3}{50} \text{ мм}^2$

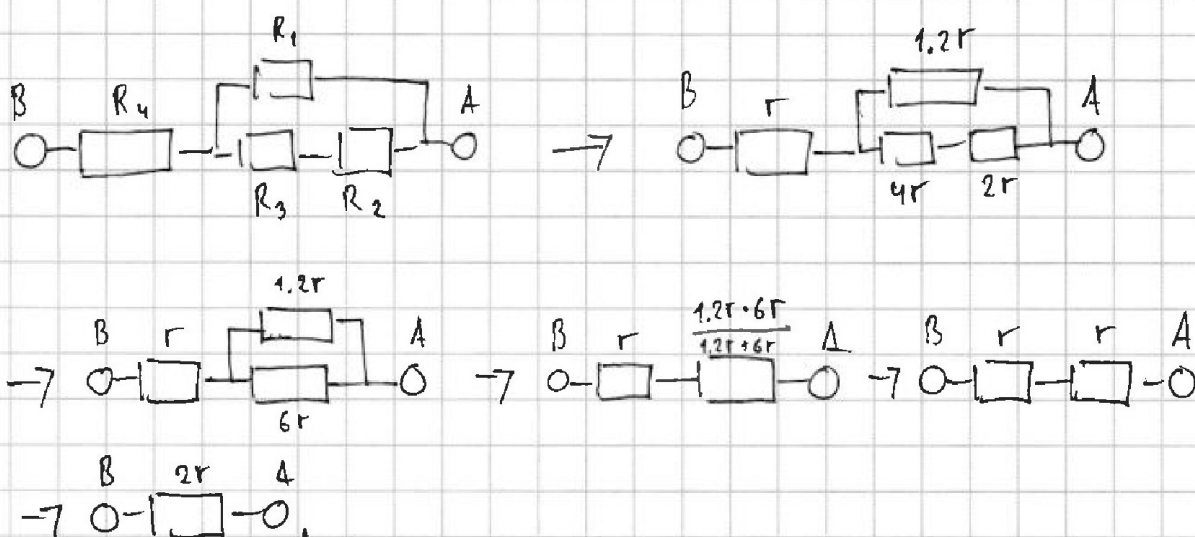


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
81 из 81

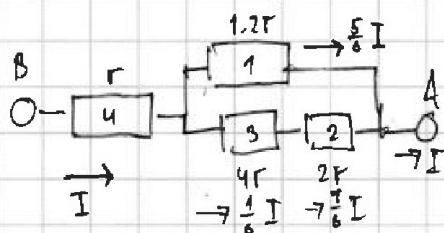
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. Таким образом, $R_{\text{экв}} = 2r = 10 \text{ Ом}$

2. $P = I^2 R_{\text{экв}} = 160 \text{ Вт}$

3. Расставим ток на всей цепи:



$$\begin{aligned} P_4 &= I^2 r; & P_1 &= \frac{25}{36} I^2 \cdot 6r = \frac{5}{6} I^2 r \\ P_3 &= \frac{1}{36} I^2 \cdot 4r = \frac{1}{9} I^2 r \\ P_2 &= \frac{1}{36} I^2 \cdot 2r = \frac{1}{18} I^2 r \end{aligned}$$

Следовательно, $P_{\min} = P_2 = \frac{1}{18} I^2 r = \frac{80}{18} \text{ Вт}$

Ответ: $R_{\text{экв}} = 10 \text{ Ом}$; $P = 160 \text{ Вт}$; $P_{\min} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нарисуем векторный треугольник скоростей:



1. Таким образом достижение максимальной высоты произошло через $\frac{t_2 - t_1}{2}$ после момента времени $t_1 = 7$
- $$T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 10$$

2. Весь полёт длится $2T$, при этом горизонтальная компонента скорости в любой момент времени была равна $v(H_{\max}) = \frac{g(t_2 - t_1)}{2} = 5 \text{ м/с}$ (т.к. гравитация воздействует лишь на вертикальную составляющую, сила сопротивления воздуха отсутствует)

$$L = v_x \cdot 2T = \frac{2g(t_2 - t_1)T}{2} = 10 \text{ м}$$

3. Ускорение мяча в высшей точке $g = \frac{v_x^2}{R}$ (формула

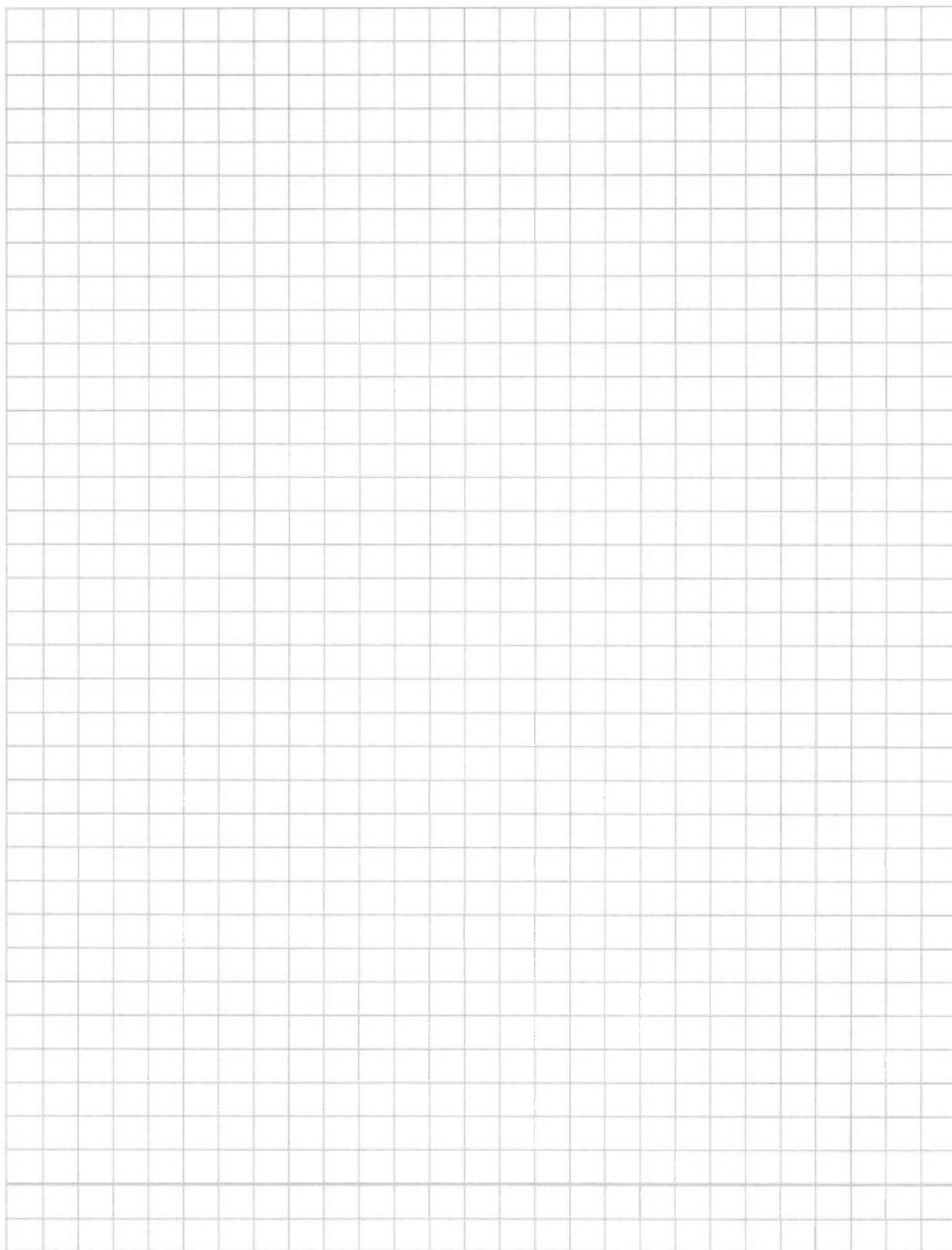


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

