

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

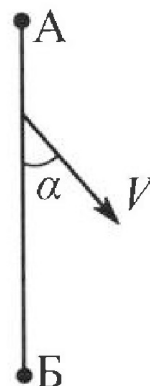
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.

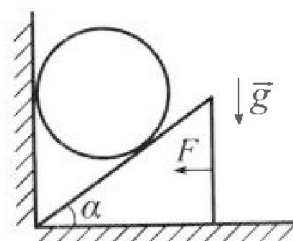


2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

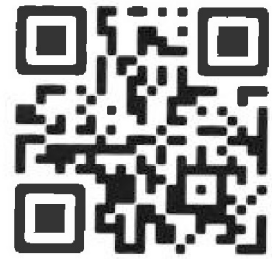
2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

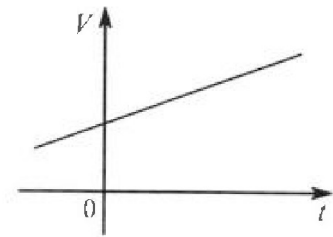
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L = 100$ мм. В термометре находится $m = 0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



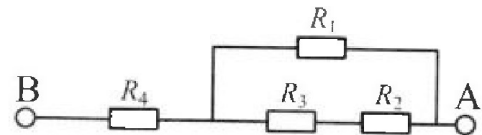
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $| \Delta V |$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{экв}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.

3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

$$\begin{aligned} \frac{0,04}{0,8} &= \frac{4 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} = 0,05 \\ \frac{0,05}{1,12} &= \frac{60 \cdot 10^{-4}}{100} = 60 \cdot 10^{-6} = 60 \cdot 10^{-5} = 6 \cdot 10^{-4} \\ 6 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3 \\ 6 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3 \\ 6 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^3 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \frac{m}{\rho} &= 0,05 \text{ см}^3 \\ \frac{5}{100} &= t \cdot \frac{0,12 \cdot 0,05}{100} \\ 400 - 225 &= 175 \\ 175 &= \frac{175}{3} \end{aligned}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

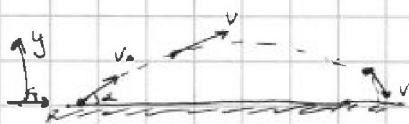
СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $t_1 = 0,5 \text{ c}$ $t_2 = 1,5 \text{ c}$ $\alpha = 90^\circ$ $g = 10 \text{ м/с}^2$ $T = ?$ $R = ?$ $L = ?$

Решение:



Пусть в t_1 и t_2 мячик с V_0 и в начале V_0 , который направлен под α к горизонту.

По ЗСЭ если в t_1 он на h_1 от земли, а в t_2 на h_2 :

$$mgh_1 + \frac{v^2 m}{2} = \frac{v^2 m}{2} + mgh_2 \Rightarrow h_1 = h_2 \text{ (о том, что мячик на земле)}$$

$\Rightarrow$ Пусть OX направ. по V_0 , $OY \perp OX \Rightarrow y(t) = V_0 \sin(\alpha) t - \frac{g t^2}{2}$,
а $x(t) = V_0 \cos(\alpha) t \Rightarrow$ т.е. V повернулось на 90° от точки t_1 до t_2 , то $|V_y(t_1)| = |V_x(t_2)|$, а $|V_y(t_2)| = |V_x(t_1)|$

$$\Rightarrow V_x(t) = V_0 \cos(\alpha) \Rightarrow |V_y(t_1)| = |V_x(t_2)|, \text{ а } V_y(t) = V_0 \sin(\alpha) - g t$$

$$\Rightarrow V_0 \sin(\alpha) - g t_1 = g t_2 - V_0 \sin(\alpha) \Rightarrow V_0 \sin(\alpha) = g \frac{t_1 + t_2}{2}$$

Заметим, что $V_y(T) = 0 \Rightarrow V_0 \sin(\alpha) = g T \Rightarrow T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ c}$

Тогда $t_n = 2T = t_1 + t_2$ — время полета, т.е. $V_y(t_n) = 0$
 $y(t_n) = 0 \Rightarrow V_0 \sin(\alpha) = \frac{g t_n}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x(t_n) = L = V_0 \cos(\alpha) t_n = \frac{g(t_1 + t_2)}{2} \cdot (t_1 + t_2)$$

т.е. $V_y(t_1) = V_x(t_2) \Rightarrow V_0 \sin(\alpha) - t_1 g = V_0 \cos(\alpha) \Rightarrow$

$$\Rightarrow L = \left(\frac{g(t_1 + t_2)}{2} - t_1 g \right) t_n = g \cdot \frac{t_2 - t_1}{2} \cdot (t_1 + t_2)$$

$\Rightarrow$ т.е. в малой окр. вышест м. мало убав. по окр., но

его ускорение, перпенд. скорости: $g = \frac{V_0 \cos(\alpha) V_x'(T)}{V_0^2 \cos^2(\alpha)}$

(в вышест м. $\vec{g} \perp \vec{V}(T)$) $\Rightarrow R = \frac{V_0^2 \cos^2(\alpha)}{g} = \frac{(g \frac{t_1 + t_2}{2})^2}{g} \Rightarrow$

$$R = g \cdot \left(\frac{t_2 - t_1}{2} \right)^2$$

Ответ: $T = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1 \text{ c}$ $L = g \cdot \frac{(t_2 - t_1)(t_1 + t_2)}{2} = 10 \text{ м}$

$$R = g \cdot \left(\frac{t_2 - t_1}{2} \right)^2 = 2,5 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

23H где макс в проекции на x:

$$0 = N_1 - N \sin(\alpha) \Rightarrow N_1 = N \sin(\alpha) = mg \cos(\alpha) \sin(\alpha)$$

$$\sin(2\alpha) = \sin(\alpha + \alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{mg}{2} \sin(2\alpha) \Rightarrow N_{\max} = \frac{mg}{2} \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$N_1 = mg \sin(\alpha) \cos(\alpha) = mg \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Ответ: $\tan(\alpha) = \sqrt{3}$

$$N_1 = mg \sin(\alpha) \cos(\alpha) = mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} H$$

$$N_{\max} = \frac{mg}{2} = 2H \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$H = h \cdot \frac{1}{\sin(\alpha)} = \frac{1}{2} h = \frac{4}{3} = 0,2 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

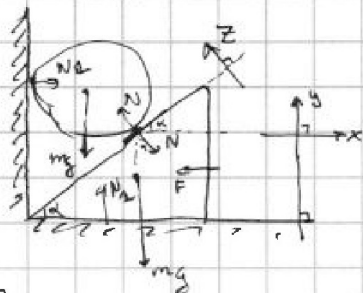
СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $F = \sqrt{3} mg$; $m = 0,4 \text{ кг}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$ $\alpha = ?$
 $H = ?$ $h = 0,15 \text{ м}$ $N_1 = ?$ $a_{\text{max}} = ?$ $N_{\text{max}} = ?$

Решение:



1) Р. для клина на x и y: шар на y:

$$x - F = N \sin(\alpha) \quad (\text{шар})$$

$$y - mg = N \cos(\alpha) \quad (\text{шар})$$

$$\Rightarrow \frac{F}{mg} = \tan(\alpha) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{1}{2}$$



Поскольку шар клин движется. Их шар скажем без

трения от клина, но в шарике на z: $a_{\text{ш}} = a_{\text{кл}} = a$

Поскольку $a_{\text{ш}}$ — укл. шар, $a_{\text{кл}}$ — укл. клина $\Rightarrow a_{\text{ш}}$ парал. земле, $a_{\text{кл}}$ парал. накл. $\Rightarrow a_{\text{ш}} \sin(\alpha) = a_{\text{кл}} \cos(\alpha)$

$\Rightarrow a_{\text{ш}} = a_{\text{кл}} \tan(\alpha)$. Поскольку, шар ускоряется только по вкл. скажем и вниз.

2) Р. для шара в пр. на y и для клина в пр. на x:

$$\text{шар: } N \sin(\alpha) = m a_{\text{ш}}$$

$$\text{шар: } -N \cos(\alpha) + mg = m a_{\text{ш}}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{m a_{\text{ш}}}{mg - m a_{\text{ш}}}$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{\frac{1}{\tan(\alpha)}}{\frac{g}{a_{\text{ш}}} - 1} \Rightarrow \frac{1}{\tan^2(\alpha)} = \frac{g}{a_{\text{ш}}} - 1 \Rightarrow \frac{g}{a_{\text{ш}}} = 1 + \frac{1}{\tan^2(\alpha)}$$

$$\Rightarrow \frac{g}{a_{\text{ш}}} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \Rightarrow N \sin(\alpha) = m \cdot \frac{a_{\text{ш}}}{\sin(\alpha)} = \frac{a_{\text{ш}}}{\tan(\alpha) \sin^2(\alpha)} \cdot m =$$

$$= \frac{g \sin(\alpha)}{\tan(\alpha)} m = g \cos(\alpha) m ; a_{\text{ш}} = g \sin^2(\alpha)$$

Поскольку шар перед ударом о пол у шара была ср. $V_{\text{ш}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow H = \frac{V_{\text{ш}}^2}{2 a_{\text{ш}}} ; h = \frac{V_{\text{ш}}^2}{2 g} \Rightarrow \frac{H}{h} = \frac{g}{a_{\text{ш}}} = \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \Rightarrow H = h \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)}$$

Поскольку $N = g \cos(\alpha) m \Rightarrow N_{\text{max}} = g m$ при $\alpha = 0$

Поскольку $\tan(\alpha) = \sqrt{3}$

$$H = h \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)} = h \cdot \frac{4}{3} = 0,2 \text{ м}$$

$a_{\text{ш}} = g \sin^2(\alpha) = g \cdot \frac{3}{4} = 7,5 \text{ м/с}^2$

$N_{\text{max}} = mg$; $N_1 = mg \cos(\alpha) = \frac{mg}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $m = 0,042$ $t_0 = 0^\circ\text{C}$ $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ $L = 100 \text{ мм}$
 $\rho = 1,12$ $p = 0,82 / \text{см}^3$ $V(t) = ?$
 $t_1 = 50^\circ\text{C}$ $t_2 = 40^\circ\text{C}$ $|\Delta V| = ?$ $S = ?$

Решение:

Уз. газ. $V(t_0) = \frac{p \cdot m}{p}$; $V(t_{100}) = \frac{p \cdot m}{p} \Rightarrow$

$\Rightarrow V(t) = b + a \cdot t \Rightarrow \begin{cases} \frac{p \cdot m}{p} = b + a \cdot t_0 \\ \frac{p \cdot m}{p} = b + a \cdot t_{100} \end{cases}$

$\Rightarrow (p-1) \frac{m}{p} = a(t_{100} - t_0) \Rightarrow a = \frac{(p-1) \frac{m}{p}}{t_{100} - t_0}$

$b = \frac{p \cdot m}{p} - a \cdot t_0 = \frac{\frac{p \cdot m}{p} \cdot t_{100} - \frac{p \cdot m}{p} \cdot t_0 - p \cdot \frac{p \cdot m}{p} \cdot t_0 + \frac{p \cdot m}{p} \cdot t_0}{t_{100} - t_0} = \frac{\frac{p \cdot m}{p} \cdot t_{100} - p \cdot \frac{p \cdot m}{p} \cdot t_0}{t_{100} - t_0}$

$\Rightarrow V(t) = \frac{\frac{p \cdot m}{p} \cdot t_{100} - p \cdot \frac{p \cdot m}{p} \cdot t_0}{p(t_{100} - t_0)} + t \cdot \frac{(p-1) \frac{p \cdot m}{p}}{p(t_{100} - t_0)}$

$|\Delta V| = V(t_1) - V(t_2) = (t_1 - t_2) \cdot \frac{(p-1) m}{p(t_{100} - t_0)}$

Заметим, что $S_L = V(t_{100}) - V(t_0) = (t_{100} - t_0) \cdot \frac{(p-1) m}{p(t_{100} - t_0)} = \frac{(p-1) m}{p}$

$\Rightarrow S = \frac{(p-1) m}{p L}$

Ответ: $V(t) = \frac{m}{p} \cdot \left(\frac{t_{100} - p t_0}{t_{100} - t_0} \right) + t \cdot \frac{m}{p} \cdot \left(\frac{p-1}{t_{100} - t_0} \right)$

$|\Delta V| = (t_1 - t_2) \cdot \frac{(p-1) m}{(t_{100} - t_0) p} = 0,6 \text{ мм}^3$

$S = \frac{(p-1) m}{p L} = 0,06 \text{ мм}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

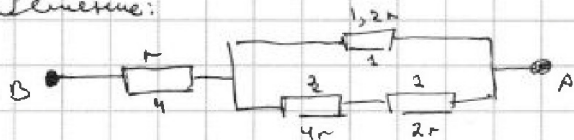
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $R_1 = 1,2 \Omega$ $R_2 = 2 \Omega$ $R_3 = 4 \Omega$ $R_4 = r$ $r = 5 \Omega$ $I = 4 \text{ A}$

$R_{\text{экв}} - ?$ $P_{\text{экв}} - ?$ $P_{\text{min}} - ?$

Решение:



Заметим, что R_3 и R_2 чрез. паралл., с ними посл. соединены R_1 , а со всей группой паралл. соединены $R_4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow R_{\text{экв}} = R_4 + \frac{(R_3 + R_2)(R_1)}{R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow R_{\text{экв}} = r + \frac{6r + 1,2r}{r + 2r} = r + r = 2r = 10 \Omega$$

По 3-й Физ.-матем. : $P_i = Q_i I_i$ где i -то резистора

т.е. $Q_i = I_i R_i \Rightarrow P_i = I_i^2 R_i \Rightarrow P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$.

$I_4 = I$, т.к. R_4 соединен посл. ко всему ост.

$I_3 = I_2$, т.к. они параллельно соединены, а также:

$P I_3 (R_3 + R_2) = I_3 (R_1)$, т.к. напр. при паралл. соедин. в ветвях равны $\Rightarrow$, а также $I_3 + I_1 = I \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{I}{5} = 0,8 \text{ A} \Rightarrow I_3 \cdot 5 = I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{I}{5} ; I_2 = \frac{5I}{5}$$

$$\Rightarrow P_4 = I^2 r$$

$$P_3 = \frac{I^2}{36} \cdot 4r$$

$$P_2 = \frac{I^2}{36} \cdot 2r$$

$$P_1 = \frac{36 I^2}{49} \cdot 1,2r = \frac{43,2}{49} I^2 r$$

$$P_1 = \frac{25}{36} I^2 \cdot 1,2r = \frac{30}{36} I^2 r \Rightarrow P_2 = \frac{I^2}{12} r \text{ мин.}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \left(\frac{36}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{30}{36} \right) I^2 r = 2 I^2 r$$

Ответ: $R_{\text{экв}} = 2r = 10 \Omega$; $P = 2 I^2 r = 160 \text{ Вт}$

$$P_{\text{min}} = P_2 = \frac{I^2 r}{18} = \frac{70}{9} \text{ Вт на 2-ом резисторе}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

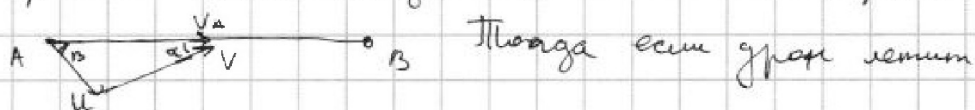
Дано: $T_0 = 200$, $S = 2$ км, $\sin(\alpha) = 0,8$, $V = 15$ м/с, $U = ?$, $T_1 = ?$, $\alpha_{\min} = ?$
 $T_{\min} = ? \Rightarrow \cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,6$

Решение:

П.к. аппарат проходит $2S$ за T_0 с const. скоростью U , то $2S = T_0 U \Rightarrow U = \frac{2S}{T_0} = \frac{4000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

П.к. груз летит по прямой, то и ветер постоянный, то $\vec{V}_A = \text{const}$.

П.к. $U > V$, то можно найти угол α , чтобы он летел по прямой AB . Тогда $\vec{V}_A = \vec{U} + \vec{V}$ сонаправлена с AB :



по условию ρ к AB : $u \sin(\beta) = V \sin(\alpha) \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{V}{u} \sin(\alpha)$

$$\Rightarrow \cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{u^2} \sin^2(\alpha)} = \frac{\sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)}}{u}$$

$$\Rightarrow V_A = u \cos(\beta) + V \cos(\alpha) = \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{S}{\sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha)}$$

Заметим, что $V_A = \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha) \leq \sqrt{u^2} + V \sin \alpha$, а $V_A = u + V$ достигается при $\alpha = 0$

Заметим, что если лететь из $B \rightarrow A$, то

$V_{A2} = \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} - V \cos(\alpha)$, т.к. $\alpha \rightarrow 180^\circ + \alpha$ при полете из $B \rightarrow A$ (ветер идет относительно $B \rightarrow A$ в обратн. сторону)

$$\Rightarrow T = S \cdot \left(\frac{1}{V_A} + \frac{1}{V_{A2}} \right) = S \cdot \frac{2 \sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)}}{u^2 - V^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\min} \text{ при } \sin^2(\alpha) \text{ мин } \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow T_{\min} = \frac{2S}{\sqrt{u^2 - V^2}}$$

Ответ: $U = \frac{2S}{T_0} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$T_1 = \frac{S}{\sqrt{u^2 - V^2 \sin^2(\alpha)} + V \cos(\alpha)} = \frac{2000 \text{ м}}{9 + \sqrt{400 - 225}} \frac{\text{с}}{\text{м}} = 80 \text{ с}$$

$$T_{\min} = \frac{2S}{\sqrt{u^2 - V^2}} = \frac{2 \cdot 2000}{5 \cdot \sqrt{7}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с при } \alpha = 90^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

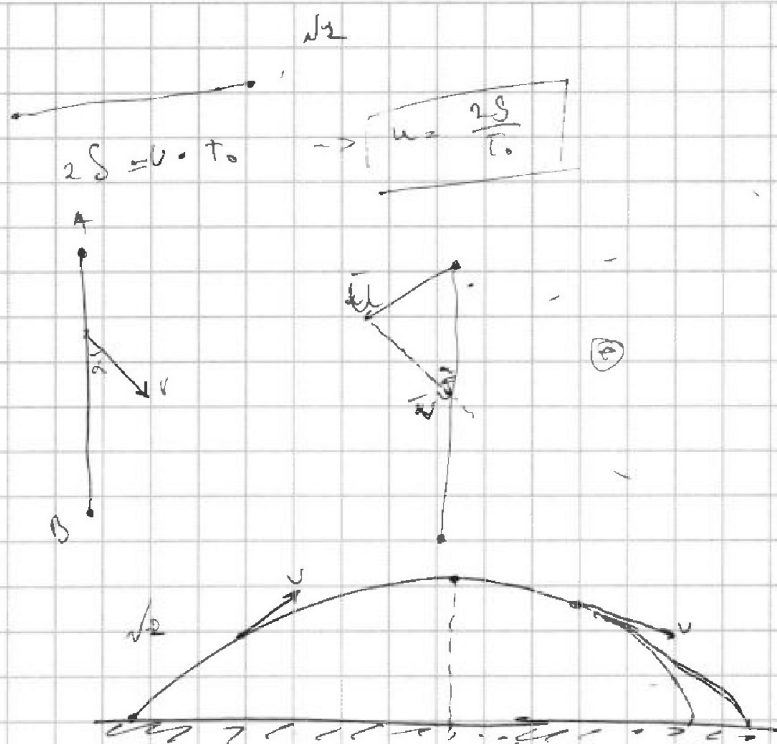
5
☒

6
☐

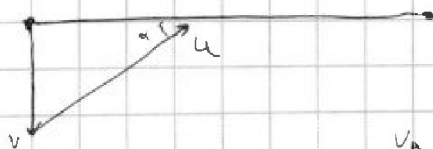
7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin(\alpha) = \frac{v}{u}$$
$$= \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u}$$



$$\frac{1}{2}(\alpha) = \frac{u}{v}$$

$$\frac{S}{\sqrt{v^2 + u^2}}$$



$$\frac{1}{\sqrt{v^2 + u^2}}$$

$$u^2 = v^2 + v_A^2 - 2\cos(\alpha) v_A v$$

$$v_A = 2\cos(\alpha) v + \sqrt{2\cos(\alpha) v^2 - u^2 + v^2}$$

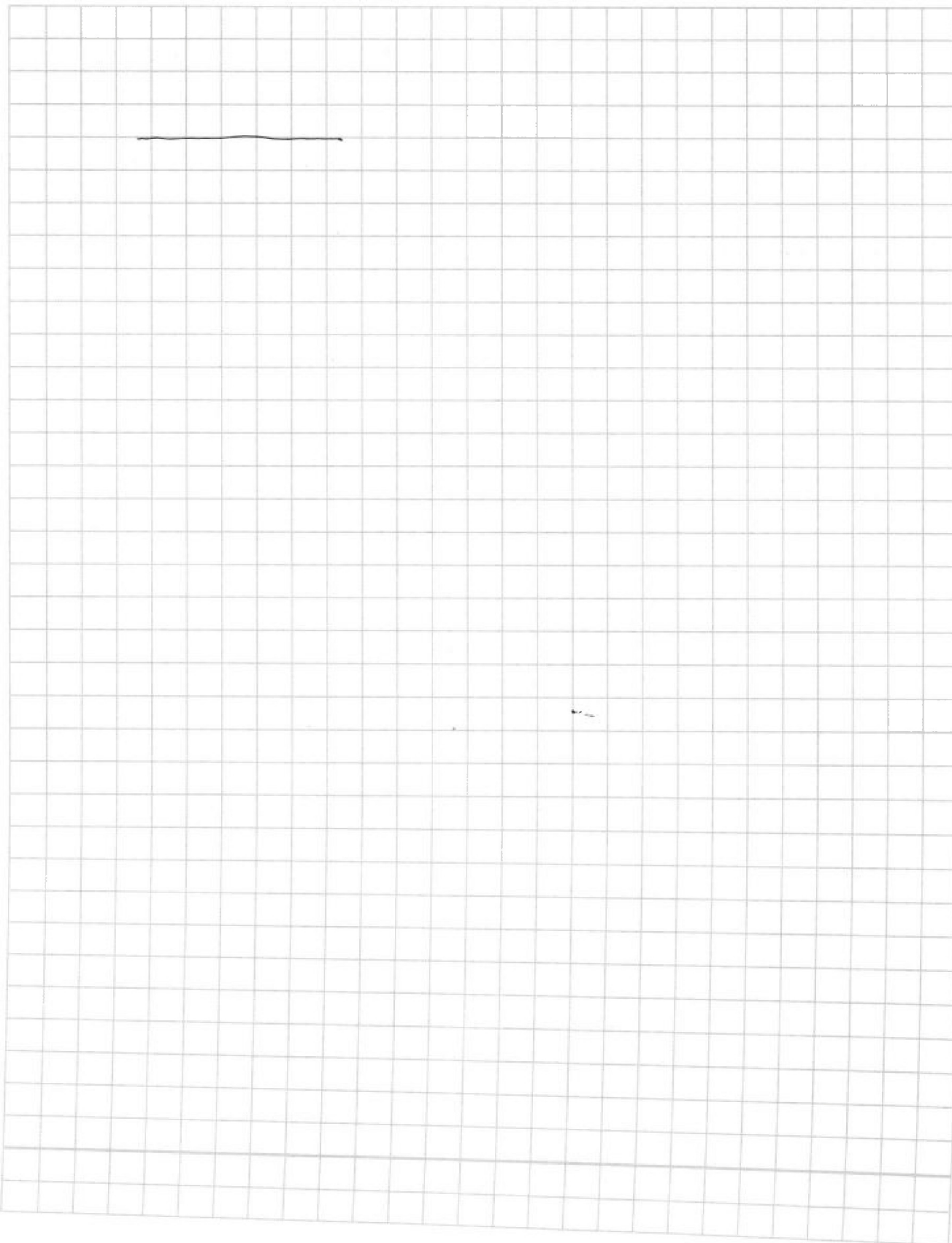


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

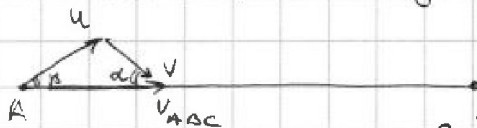
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: $T_0 = 200 \text{ с}$, $S = 2 \text{ км}$, $U = ?$; $\sin(\alpha) = 0,8$; $V = 15 \text{ м/с}$;
 $\alpha_{\min} = ?$ $t_{\min} = ?$

Решение: Так как аппарат пролетает $2S$ за T_0 с постоянной скоростью U , то:

$$2S = T_0 U \Rightarrow U = \frac{2S}{T_0} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ м}}{200 \text{ с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

В случае с ветром, т.к. аппарат всегда летит по прямой, то его $\vec{V}_{\text{вс}} = \vec{V} + \vec{U}$ должна быть сонаправлена с AB :



Тогда продолжим ось полета будет $t = \frac{S}{V_{\text{вс}}}$. Пусть угол между V и AB будет β . Тогда $U \cos(\beta) + V \cos(\alpha) = V_{\text{вс}}$, а $V \sin(\alpha) = U \sin(\beta)$, т.к. $V_{\text{вс}}$ сонапр. с AB . $\Rightarrow$

$$\Rightarrow V_{\text{вс}}^2 = U^2 \cos^2(\beta) + V^2 \cos^2(\alpha) + 2UV \cos(\beta) \cos(\alpha)$$

$$\text{а } V^2 \sin^2(\alpha) = U^2 \sin^2(\beta) \Rightarrow V_{\text{вс}}^2 = U^2 - V^2 \sin^2(\alpha) + U^2 \cos^2(\alpha) + 2UV \cos(\beta) \cos(\alpha) = U^2 + V^2 (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) + 2UV \cos(\alpha)$$

Тогда для того, чтобы T было мин. нужно максимизировать $V_{\text{вс}}$. Т.к. из уравнения $V \sin(\alpha) = U \sin(\beta)$ берем. следовательно, то понятно, что случай макс. $V_{\text{вс}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА .

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

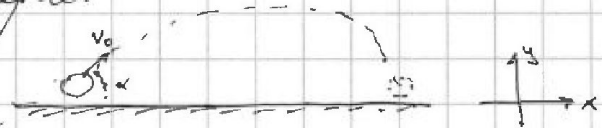
Дано: $t_1 = 0,5 \text{ c}$; $t_2 = 1,5 \text{ c}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$; $2\beta = 90^\circ$

$|v(t_1)| = |v(t_2)|$, где $v(t)$ — функция вектора скорости по времени. $t = ?$, $L = ?$, $R = ?$

Решение: Траектория полета:

Пусть v_0 — скорость в нач. м.

α — угол $\vec{v}_0$ с горизонталью.



$$\Rightarrow v_x(t) = v_0 \cos(\alpha), \quad v_y(t) = v_0 \sin(\alpha) - tg$$

$$\Rightarrow |v(t)| = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = v_0 \sqrt{\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) + t^2 g^2 - 2 \sin(\alpha) t g}$$
$$= v_0 \sqrt{1 + \frac{t^2 g^2}{v_0^2} - \frac{2 \sin(\alpha) t g}{v_0}} \Rightarrow |v(t_1)| = |v(t_2)| \text{ из условия, возмем:}$$

$$v_0 \sqrt{1 + \frac{t_1^2 g^2}{v_0^2} - \frac{2 \sin(\alpha) t_1 g}{v_0}} = v_0 \sqrt{1 + \frac{t_2^2 g^2}{v_0^2} - \frac{2 \sin(\alpha) t_2 g}{v_0}} \Rightarrow t_1^2 g^2 - t_2^2 g^2 =$$

$$= 2 \sin(\alpha) g (t_1 - t_2) \cdot \frac{1}{v_0} \Rightarrow (t_1 + t_2) g = 2 \sin(\alpha) \cdot \frac{1}{v_0}$$

$$= 2 \sin(\alpha) g (t_1 - t_2) v_0 \Rightarrow (t_1 + t_2) g = 2 \sin(\alpha) v_0$$

Таким же образом, на