



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть S - сумма углов многоугольника

n - число углов; $\alpha_1 = 143^\circ$ - наименьший угол
 α_n - наибольший

погда: $S = (n-2) \cdot 180$ и $S = \frac{n(n-1)}{2} \cdot 180$ - т.к. это многоугольник

$$S = \frac{n}{2} \cdot (\alpha_1 + \alpha_n) = \frac{n}{2} (\alpha_1 + \alpha_n + 2(n-1)) = n(\alpha_1 + n - 1)$$

Заметим, что $\alpha_n < 180^\circ$ т.к. многоугольник выпуклый

$$\begin{cases} S = (n-2) \cdot 180 \\ S = \frac{n}{2} (\alpha_1 + \alpha_n) \\ \alpha_1 + 2(n-1) < 180 \end{cases} \quad \begin{cases} (n-2) \cdot 180 = n(143 + n - 1) \\ 143 + 2(n-1) < 180 \end{cases}$$

$$(n-2) \cdot 180 = 143n + n^2 - n$$

$$n \cdot 180 - 2n = 143n + n^2 - n$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0 \Rightarrow n = \frac{38 \pm \sqrt{38^2 - 4 \cdot 360}}{2}$$

$$38^2 = (30+8)^2 = 900 + 480 + 64; \quad 4 \cdot 360 = 1200 + 240$$

$$900 + 480 + 64 - 1200 - 240 = 4$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} = 20, 18; \quad n_1 = 20; \quad n_2 = 18$$

Заметим, что $n_1 = 20$ не удовлетворяет
 $143 + 2(n-1) < 180$, т.к. $143 + 2(20-1) = 181 > 180$

$n = 18$ удовлетворяет $143 + 2(n-1) < 180$, т.к.
 $143 + 2 \cdot (18-1) = 177 < 180$

Ответ: 18 углов. верно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x/1416 + y/118 + z/1124 = 1/6$ по свойству логарифмов
это равносильно

$$x \frac{10926}{1092} + y \frac{10928}{1092} + z \frac{10924}{1092} = \frac{10926}{1092} \text{ равносильно}$$

свернувшем $x/10926 + y/10928 + z/10924 = 1/6$

$$x \cdot 4 + y \cdot 3 + z \cdot 2 + 10926 = 10926$$

$$4x + 3y + 2z = 10926 - 2 \cdot 10926; \quad 4x + 3y + 2z = 10926(1-2)$$

т.к. x, y, z - целые $4x + 3y + 2z$ - четное число.

т.е. это число 10926 - нечетное, поэтому
единственным вариантом при котором
полученное выражение верно, когда $10926/4 - 2 = 0$
тогда $z = 1$, и выражение преобразуется к виду

$$4x + 3y + 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{-2-4x}{3} \quad x = \frac{-2-3y}{4}$$

~~$x^2 + y^2 + z^2$ стандартная $x^2 + y^2$, т.к. z - конста
 $x^2 + y^2$ - квадратичное~~

~~$y^2 + 1 - \frac{2-3y}{4}$ - квадратичное, вынеси коэффициент~~

~~$$2y + 2 \left(1 - \frac{2-3y}{4} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \right) = \left(y^2 + \left(1 - \frac{2-3y}{4} \right)^2 \right)'$$~~

~~$$2y + 2 \left(1 - \frac{2-3y}{4} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \right) = 2y + 0,75 \left(1 - \frac{2-3y}{4} \right) = 2y + 0,75 + \frac{3}{8}y$$~~

~~$$16y + 6 \cdot 9y = 25y + 6$$~~

~~$(x^2 + y^2)' = 25y + 6$ в точке минимума $(x^2 + y^2)' = 0$, тогда~~

~~$$25y + 6 = 0 \text{ и } y = -\frac{6}{25}$$
 Но $y \in \mathbb{Z}$, значит $\emptyset$~~

~~y - это целая часть $-\frac{6}{25}$ - целое число
надеюсь, что так, т.к. квадратичное $x^2 + y^2$ - квадратичное~~

~~или $y = 0$ или $y = -1$~~



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Если $y=0$, то $x^2+y^2=0$ - минимальное значение x , y и z равно 0~~

~~$y=0, x=0, x^2+y^2=0$ - минимальное~~

~~$y=0, x=-1, x^2+y^2=1$~~

~~$y=-1, x=0, x^2+y^2=1$~~

~~$y=-1, x=1, x^2+y^2=2$~~

тогда $x = \frac{-2-3y}{4}$, так y - целое и
выбором определяем пары целых x и y

$y=2, x=-2$

$y=-2, x=1$

$y=6, x=-5$

$y=-6, x=4$

очевидно при данном наборе y и x

x^2+y^2 стандартные координаты тогда выбираем
наибольшее значение x^2+y^2

$y=-2, x=1;$

тогда $y^2+x^2+z^2=(-2)^2+1^2+z^2=6$

Ответ 6.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

множество $M: \{a; a+1; a+2; a+3; a+4; a+5; a+6\}$
 $5+0+1+2+3+4+5+6=21$
 $a \in \mathbb{N}$

2; p - сумма в числах множества, тогда очевидно

$$p = (6a + 21 - a)$$

$$q = (6a + 21 - b), \text{ где } a \text{ и } b \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

при q - простое число $\Rightarrow$ при q на 3 не делится
 значит a и b не должны делиться на 3
 без остатка, т.к. $6a+21$ на 3 делится.

Значит ~~$a \neq 0$~~ a и b не могут быть 0; 3; 6.

при q - простое число $\Rightarrow$ при q на 2 не делится, значит
 a и b должны делиться на 2 без остатка, т.к.

$6a+21$ делит нечетное нечётное число, если
 прибавить ещё одно нечётное получим чётное
 и это не простое, тогда a и b не могут быть
 равны 1; 3; 5

исключив из ^{списка} $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ все неподходящие
 варианты получим a и $b \in \{2; 4\}$

$$p \neq q \Rightarrow 792 \Rightarrow p \neq q \Rightarrow a \neq b, \text{ тогда } a=2 \text{ } b=4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получа:

$$p = (6a + 21 - 2) = (6a + 19)$$

$$q = (6a + 21 - 4) = (6a + 17)$$

$$p^2 - q^2 = (6a + 19)^2 - (6a + 17)^2 = (6a)^2 + 6a \cdot 2 \cdot 19 + 19^2 - (6a)^2 -$$

$$- 2 \cdot 6a \cdot 17 - 17^2 = 2 \cdot 2 \cdot 6a + (19^2 - 17^2) =$$

$$= 24a + 100 + 2 \cdot 10 \cdot 9 + 9^2 - 100 - 2 \cdot 10 \cdot 7 - 7^2 = 24a + 72 = 792$$

$$p^2 - q^2 = 24a + 72 = 792$$

$$24a = 792 - 72 = 720$$

$$a = 30$$

множества M: 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; ~~37~~

Ответ: 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36.

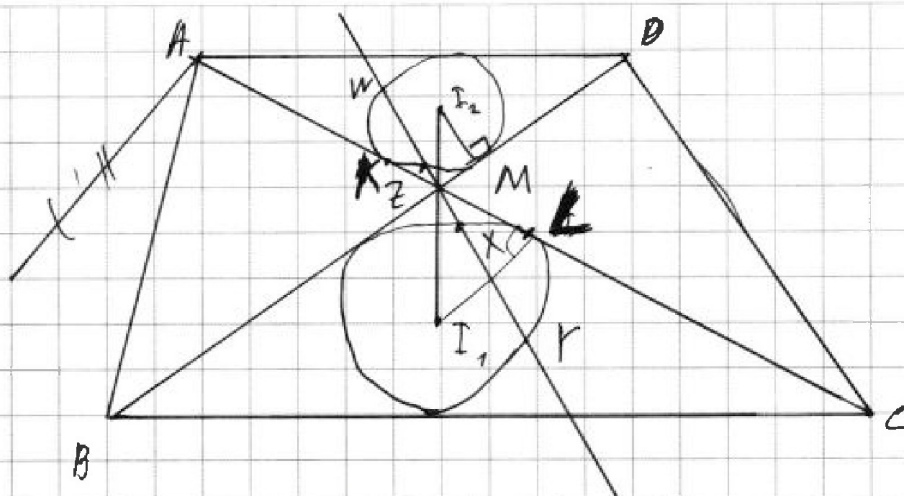


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AMD = \angle BMC$ - верт. уг.
 $\angle BAH = \angle DBC$ - макс. лев.
 $\angle ACB = \angle CAD$ - макс. лев.

$\Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD$

т.к. $\triangle BMC \sim \triangle AMD$ очевидно все соответствующие стороны и углы в окружностях будут равны с тем же коэффициентом подобия $\Rightarrow \frac{AM}{BC} = \frac{I_1 M}{I_2 M} = \frac{1}{2}$

$$I_1 M = 2 I_2 M$$

$$I_1 M + I_2 M = I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$I_1 M + 2 I_2 M = \frac{13}{2} \Rightarrow I_1 M = \frac{13}{6}; I_2 M = \frac{13}{3}$$

$$ML^2 = MX \cdot MY \quad MK^2 = ME \cdot MW \quad ME \cdot MY = 5$$

$$ML^2 \cdot MK^2 = MX \cdot MW \cdot MY \cdot ME = 5 \cdot 5$$

$$ML \cdot MK = 5 \quad \text{так как } ML = \frac{1}{2} MK, \text{ тогда}$$

$$ML^2 = 10$$

$$I_1 L = \sqrt{I_1 M^2 - ML^2} = \sqrt{\left(\frac{13}{6}\right)^2 - 10} = \sqrt{\frac{169}{36} - 10} = \sqrt{\frac{79}{36}} = \frac{\sqrt{79}}{6}$$

$$\text{Ответ: } I_1 L = \frac{\sqrt{79}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

Если 4 точки лежат на одной плоскости, то эта плоскость $\Rightarrow$ среди всех пирамид

будет больше 3 ^{вершин} точек в основании будет только

4 тех основания, которые лежат в плоскости, ^{кон-во точек равно числу оснований}

в основании 7 точек - 1

основание 6 ^{вершин} точек - ~~1~~ 7

основание 5 ^{вершин} точек - сочетание 5 из 7 = $\frac{7!}{5! \cdot 2!} = 21$

основание 4 ^{вершин} точек - сочетание 4 из 7 = $\frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35$

К каждой основе есть по 5 ^{названий} ^{вершин} т.к. вершина не лежит в плоскости основания

Поэтому пирамиды итерационные более 3 ^{вершин} точек в основании
будет: $(35 + 21 + 7 + 1) \cdot 5 = (42 + 22) \cdot 5 = 64 \cdot 5 = 320$

Пирамиды Все пирамиды итерационные меньше 4 ^{вершин} точек в основании (т.е. будут состоять из 4 ^{иметь} ^{ки в основании} ^{вершин} ^{максимум}) абсолютно любые точки, тогда кон-во пирамид

из 4-х точек с 4 вершинами это сочетание 4 из 12: $\frac{12!}{4! \cdot (12-4)!} = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{11 \cdot 5 \cdot 3}{1} = 165$

Всего пирамид: $495 + 320 = 815$

Ответ: 815



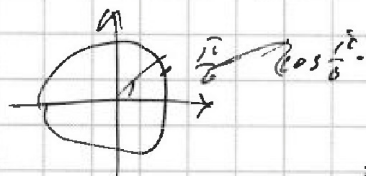
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 < 5 - \sqrt{4} \sin \frac{3\pi}{4} < 9 \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4} < 9$$



$$\frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(x+\beta) = \sin x \cos \beta + \cos x \sin \beta > 0 \quad \left(5 - \frac{4 \cdot 3\pi}{4}\right) < \dots$$
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$

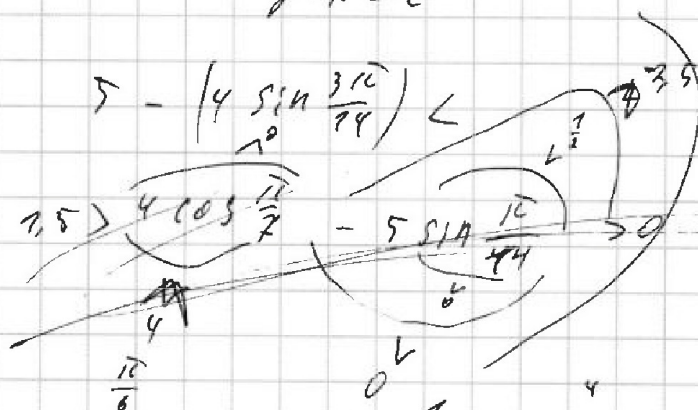
$$-4 \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \right) < 0$$
$$-4 \left(\sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \right) = -4 \left(\sin \frac{2\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} \right)$$

$$a+b < c$$

$$1 \cos \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 2 \cos \frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$y+x < c$$

$$1 > \sin \frac{3\pi}{4} > 0$$



$$1 > \cos \frac{\pi}{4} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} > \sin \frac{\pi}{4} > 0$$

$$0 > -5 \sin \frac{\pi}{4} > -2,5$$

$$4 > 4 \cos \frac{\pi}{2} - 5 \sin \frac{\pi}{4} > -2,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2

21 - 64 см

$\widehat{a+1} \widehat{a+2} \widehat{a+3} \widehat{a+4} \widehat{a+5} \widehat{a+6}$

$$\frac{ML}{MK} = 2 = \frac{MX}{MZ} = \frac{a+0}{a+6}$$

~~ML~~

p и q - $\widehat{a+1}$ $\widehat{a+2}$ $\widehat{a+3}$ $\widehat{a+4}$ $\widehat{a+5}$ $\widehat{a+6}$

p и q - $\widehat{a+1}$ $\widehat{a+2}$ $\widehat{a+3}$ $\widehat{a+4}$ $\widehat{a+5}$ $\widehat{a+6}$

$$p = (6a + k)$$

$$q = (6a + e)$$

$$p^2 - q^2 = (6a + k)^2 - (6a + e)^2 = (6a)^2 - (6a)^2 + k^2 - e^2 +$$

$$+ 2 \cdot 6a \cdot k - 2 \cdot 6a \cdot e = 12ak + k^2 - 12ae - e^2 =$$

$$1) = 12a(k - e) + (k - e)(k + e) = (k - e)(12a + k + e)$$

$$2) k(12a + k) - e(12a + e)$$

$$k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$e = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$(k - e) = 21 - 21 = 0; \quad k + e = 21 + 21 = 42$$

$$(k + e) = 21 + 21 = 42$$

$$ML \cdot MK = 21$$

$$ML \cdot MK$$

$$12ak + e = \frac{792}{4} = 198 \text{ см} \quad 12a + k + e = \frac{792}{2} = 396$$

$$12a + k + e = 396$$

$$12a = 360 \Rightarrow a = 30$$

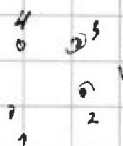
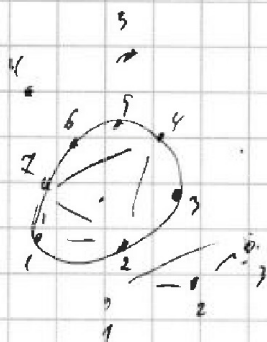


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2} =$$

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2!} =$$

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} =$$

$$C_2^1 = \frac{7!}{4! \cdot (7-4)!} =$$

$$C_2^5 = \frac{7!}{5! \cdot (7-5)!} =$$

$$C_2^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3! \cdot 2} = 35$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} C_2^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} =$$

$$C_{72}^4 = \frac{72!}{4! \cdot 68!} = \frac{9 \cdot 72 \cdot 71 \cdot 70}{4 \cdot 3 \cdot 2} =$$

$$C_2^6 = \frac{7!}{6! \cdot 1} =$$

$$11 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 56$$

$$7 \cdot 5 \cdot (1 + 7 + 21 + 35 + 35) =$$

$$10 \cdot 9 \cdot 10 =$$

$$11 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 =$$

$$21 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 4 =$$

$$21 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 =$$

$$41 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 =$$

$$51 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 =$$

$$61 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5 =$$

$$71 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 =$$

$$81 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 =$$

$$91 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 =$$

$$101 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

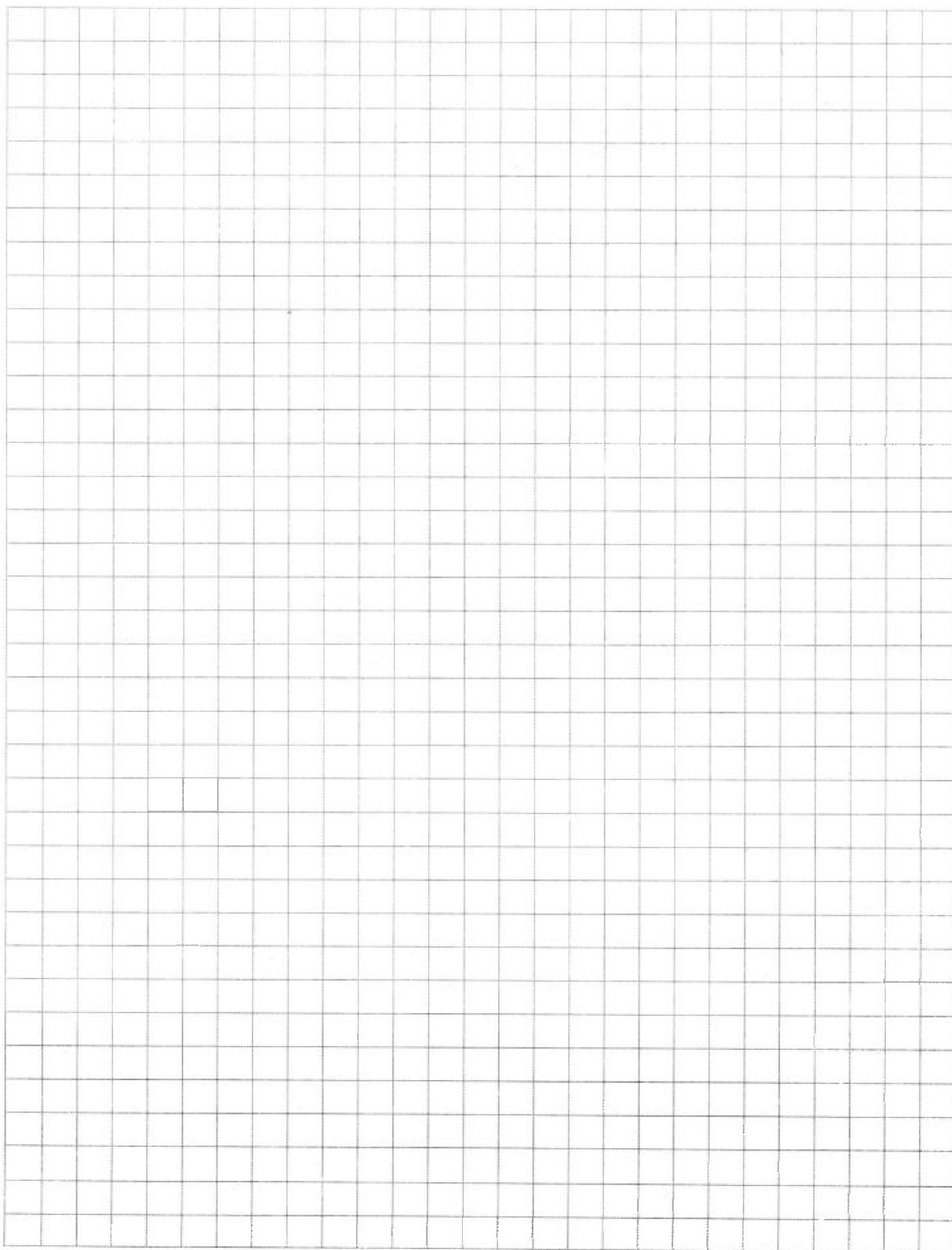
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{24} > \frac{1}{6}$$

$$\frac{9}{42} > \frac{7}{42}$$

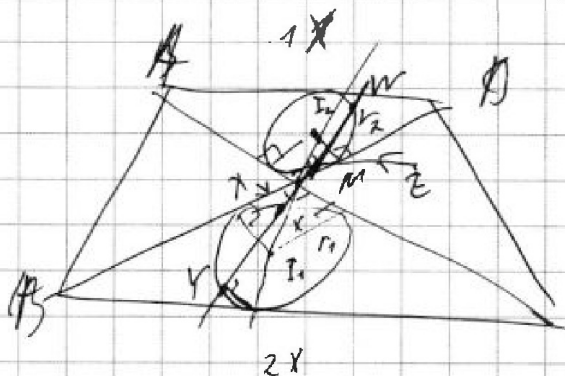


$$\cos \frac{\pi}{2} = \sin \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4(\sin \frac{5\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14})}{8} = \sin \frac{5\pi - \pi}{14 \cdot 2} \cos \frac{5\pi + \pi}{14 \cdot 2}$$

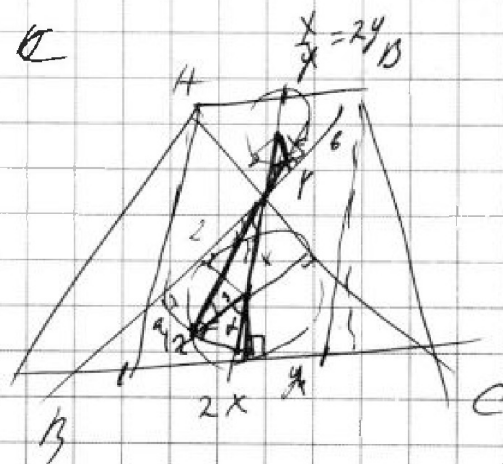
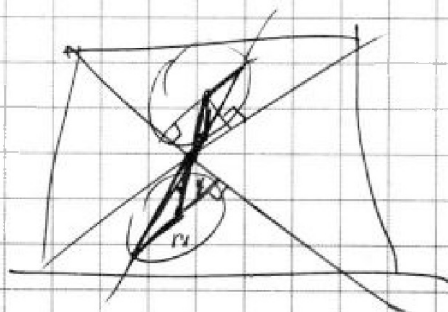
$$= \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$= 4 \left(\sin \frac{3\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \right) = -8 \left(\sin \frac{\pi}{4} \right) \cos \frac{2\pi}{4}$$



$$\frac{2r_1}{13A} = \frac{r_2 \cdot 6}{23 - 2 \cdot 93}$$

$$\begin{array}{r} 34 \overline{) 13} \\ 2 \overline{) 13} \\ 13 \overline{) 13} \\ 0 \end{array}$$



$$\frac{Mz}{a} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S = (n-2) \cdot 180$$

$$S = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} = n \cdot \frac{1}{2} (a_1 + a_1 + (n-1) \cdot 2)$$

$$\begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$S = \frac{n}{2} (a_1 + a_n + 2 \cdot (n-1)) = (n-2) \cdot 180$$

$$\frac{n}{2} (2a_1 + n(n-1)) = (n-2) \cdot 180$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{38^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{38 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2}$$

$$(30+8)^2 = 900 + 480 + 64 = 1444$$

$$1444 - 360 = 1084$$

$$900 + 48$$

$$1444 - 360 + 480 + 64 - 4360 = 240$$

$$1444 - 240 = 1204$$

$$n = \frac{40}{2} = 20$$

$$n = \frac{36}{2} = 18$$

$$143 + 20 \cdot 2 = 183$$

$$143 + 18 \cdot 2 = 179$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \ln 16 + 4 \ln 4 + 2 \ln 24 = \ln 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \text{мин!}$$

$$\ln 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 e}$$

$$\frac{\log_2 16}{\log_2 e} = \frac{2 + \log_2 8}{\log_2 e}$$

$$4 \frac{4}{\log_2 e} + 4 \frac{3}{\log_2 e} + 2 \frac{3 + \log_2 3}{\log_2 e} = \log_2 e$$

$$4x + 3y + 3z + 2 \log_2 3 = 1 + \log_2 3$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$z = 1$$

$$3z + 2 \log_2 3 = 1 + \log_2 3$$

$$2(\log_2 8) = \log_2 4$$

$$a = \log_2(-4)$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$y = \frac{-2 - 4x}{3}$$

$$1 - \frac{2 - 4x}{3} + y^2$$

$$2(-\frac{2-4x}{3}) + 24 = 0 \quad 2x \frac{\log_2 24}{\log_2 e} = \frac{\log_2 4}{\log_2 e}$$

$$-\frac{2-4x}{3} + \frac{4x}{3} = 0$$

$$-2 + 3y + \frac{16}{3}y = 0$$

$$-2 - 3y + \frac{16}{3}y = 0$$

$$y \frac{23}{3} = -2$$

$$y = -\frac{6}{23}$$

$$y \frac{23}{3} = -2$$

$$(26 + 9) \cdot 81 y \frac{25}{25} = \frac{2}{25}$$

$$2 \ln 24 = \ln 6$$

$$2 \ln 24 = \ln 6$$

$$2 \ln 24 = \ln 6$$

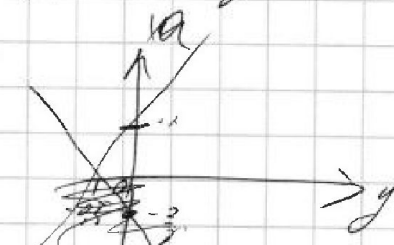
$$2 \ln 24 = \ln 6$$

$$2 \ln 24 = \ln 6$$

$$2x \frac{\log_2 24}{\log_2 e} = \frac{\log_2 4}{\log_2 e}$$

$$2 \log_2 64 = \log_2 4$$

$$2 \log_2 6 + 2z = \log_2 6$$



$$y = -\frac{6}{23}$$