



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сумма углов равна 180 в выпуклом
многоугольнике равна $180(n-2)$, где
 n - количество вершин.

с другой стороны сумма углов многоугольника, образованного по условию равна
сумме арифметической прогрессии от 143

до $143 + 2n - 2$, где n - количество вершин и

равна
$$\frac{143 + 143 + 2n - 2}{2} \cdot n$$

тогда
$$\frac{286 + 2n - 2}{2} \cdot n = 180(n-2)$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 36n + 360 = 0$$

$$D = 36^2 - 360 \cdot 4 = 36$$

$$n_1 = \frac{36 + \sqrt{36}}{2}; n_2 = \frac{36 - \sqrt{36}}{2}$$

n_1, n_2 - не натуральные числа, отсюда
такого многоугольника не существует

Ответ: 0.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 3 + z \ln 24 = \ln 6.$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 = \ln 2 + \ln 3 - 2 \ln 3.$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 \cdot (1 - 2).$$

Рассмотрим два случая:

1) $z \neq 1$; тогда

$$\frac{\ln 3}{\ln 2} = \log_2 3 \quad \text{и}$$

$$\frac{4x + 3y + 3z - 1}{1 - 2} = \log_2 3$$

в левой части ур-ва находится рациональное число, а в правой - нет.

(так, числа x, y и z - целые, а $\log_2 3$ - иррациональное).

2) $z = 1$; тогда

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = 0.$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = 0; \quad z = 1$$

$$4x + 3y + 2 = 0.$$

$$4x + 3y = -2.$$

$$x = \frac{-2 - 3y}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Т.к. наименьшее значение $x^2 + y^2 + z^2$~~

Заметим, что при возрастании модули y на промежутке $[1; +\infty)$ возрастает и модуль x , тогда наименьшее x получим при наименьшем целом y , удовлетворяющем этому уравнению (по модулю). Таким y будет $y = \pm 1$ ($y = 0, y \geq 1, y = -1$ и $y \geq 1$ не удовлетворяют уравнению целости числа x).

$$\text{тогда } x = \frac{-2 \pm 6}{4} = -2.$$

Тогда наименьшее значение

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4 + 1 + 1 = 6$$

Ответ: 6.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Перепишем условие $p^2 - q^2 = 792$ в

$$\text{виде } (p-q)(p+q) = 792; \quad 792 = 2^3 \cdot 9 = 11$$

т.к. левая часть уравнения делится на 2, то

и левая часть уравнения делится на 4, замечая, что числа $p-q$ и $p+q$ одинаковой четности, перейдем к уравнению в натуральных числах

$$\begin{cases} 4x \cdot 2y = 792 \\ xy = 99 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{каждое из чисел } \frac{p+q}{2} \text{ и } \frac{p-q}{2} \text{ может быть равно} \\ \text{либо } 4x, \text{ либо } 2y, \text{ где } x \text{ и } y - \text{натуральные.} \end{array} \right.$$

решением этого уравнения в натуральных числах

будет совокупность (Важно, что $p+q > p-q$).

$$\left[\begin{array}{l} x=11; y=9 \\ x=9; y=11 \\ x=33; y=3 \\ x=3; y=33 \\ x=99; y=1 \\ x=1; y=99 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p+q=44; p-q=10 \\ p+q=36; p-q=22 \\ p+q=66; p-q=12 \\ p+q=196; p-q=4 \\ p+q=396; p-q=2 \\ p+q=132; p-q=6 \end{array} \right.$$

Замечая, что сумма чисел $p+q \geq 1+2+3+\dots+6+1+3+\dots+7$

(это наименьшая возможная сумма двух чисел)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

попарно разменивая числа), таким образом получили
перые числа $(p+q=86, p-q=12; p+q=132; p-q=6)$
 $(p+q=190; p-q=4); (p+q=396; p-q=2)$. Проверим все
4 случая:

$$\begin{cases} p+q=86 \\ p-q=12 \end{cases}$$

$$2p=98$$

$p=49$ - не простое число

$$\begin{cases} p+q=132 \\ p-q=6 \end{cases}$$

$$2p=138$$

$p=69$ - не простое число

$$\begin{cases} p+q=190 \\ p-q=4 \end{cases}$$

$$2p=194$$

$$p=97; \Rightarrow q=93$$

$$\begin{cases} p+q=396 \\ p-q=2 \end{cases}$$

$$2p=398$$

$$p=199; \Rightarrow q=197$$

Зададим множество M в виде $\{a, a+1, a+2, \dots, a+b\}$

тогда сумма всех чисел множества M равна

$\frac{(a+b+1)(b+1)}{2}$. Пусть, выбирая первую очередь чисел
в сумму p , не взяли число $a+d$, а,ambi-
фай очередь чисел сумму q не взяли
число $a+d+k$, где $0 \leq d \leq b$ и $0 \leq k \leq b$.

то получим две пары чисел

p и q , составив две суммы:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 6a + 21 - a - d = 101 \\ 6a + 21 - a - k = 97 \end{cases}$$

$$k - d = 4 \Rightarrow \begin{cases} k \leq 6 \\ d \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \geq 6; d = 2 \\ k \geq 5; d = 1 \\ k \geq 4; d = 0 \end{cases}; \text{ проверим все случаи:}$$

$$1/ \quad 6a + 21 - 6 = 97$$

$$6a = 82; a = \frac{82}{6} \text{ не натуральное}$$

$$a = \frac{82}{6} \text{ не натуральное.}$$

$$2/ \quad 6a + 21 - 5 = 97$$

$$6a = 76$$

$$a = \frac{76}{6} \text{ не натуральное}$$

$$3/ \quad 6a + 21 - 4 = 97$$

$$6a = 76$$

$$a = \frac{76}{6} \text{ не натуральное}$$

Значит случаи $p \geq 101$; $q \geq 97$ не подходят.

$$\begin{cases} 7a + 21 - a - d = 196 \\ 7a + 21 - a - k = 197 \end{cases}$$

$$k - d = 2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} k \geq 6; d = 4 \\ k \geq 5; d = 3 \\ k \geq 4; d = 2 \\ k \geq 3; d = 1 \\ k \geq 2; d = 0 \end{cases}$$

Проверим все случаи

~~$k \geq 6; d = 4$~~ , ~~$k \geq 5; d = 3$~~ , ~~$k \geq 4; d = 2$~~ , ~~$k \geq 3; d = 1$~~ , ~~$k \geq 2; d = 0$~~

$$1/ \quad 6a + 21 - 6 = 197$$

$$6a = 176$$

$$a = \frac{176}{6} \text{ не натуральное}$$

$$2/ \quad 6a + 21 - 4 = 197$$

$$6a = 176$$

$$a = \frac{176}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что остальные k не подходят,
т.к. только одно из них дает нулевой
остаток при делении на 6, тогда $197 - k \equiv 0$.

Тогда $k = 4$; $a \geq 2$; $p \geq 199$; $q \geq 197$; $a \geq 30$.

Значит множество m имеет вид $\{30, 31, 32,$
 $33, 34, 35, 36\}$.

Ответ: $\{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

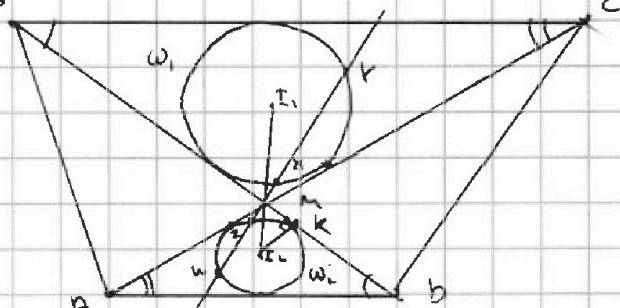
Дано: $ABCD$ - трапеция

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}, I_1, I_2 \in I$$

$$M_2 \cdot MP = 5$$

I_1, I_2 - центры ω_1, ω_2

найти радиус ω_1



Решение:

Заметим, что точки I_1, M и I_2 - лежат на одной прямой, т.к. $I_1 M$ и $I_2 M$ - биссектрисы вертикальных углов BMC и AMP .

$\triangle MBC$ подобен $\triangle MDA$ по двум углам ($\angle MDA = \angle MBC$ и $\angle MAD = \angle MCB$ как смежные углы при пересечении двух прямых)

тогда если R_1 и R_2 - соответственно радиусы окружностей ω_1 и ω_2 , то, как соответственные стороны

$$\frac{AD}{BC} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{MW}{MY} = \frac{AD \cdot BC}{BC^2} = \frac{1}{2} \quad (\text{можно})$$

также сказать, что $\triangle MDA \sim \triangle MBC$ по двум

из $\triangle MDA$ соответствия с центром в точке



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

M и коэффициентом $\frac{1}{2}$.

Тогда $MZ \cdot MY = MZ : MW = 2 \cdot MK^2$, где

K - точка касания прямой MO окружности

ω_2 (система точек M относительно ω_2)

т.к. $\frac{MI_1}{MI_2} = \frac{1}{2}$ и $I_1 I_2 = \frac{13}{2}$, то $MI_1 = \frac{13}{3}$,

$MI_2 = \frac{13}{6}$;

Тогда в прямоугольном треугольнике MKI_2

найдем катет KI_2 :

$$KI_2 = \sqrt{MI_2^2 - MK^2} = \sqrt{\frac{169}{36} - \frac{25}{10}} = \frac{\sqrt{79}}{2\sqrt{90}} = \frac{\sqrt{710}}{2 \cdot 30}; \Rightarrow$$

$\Rightarrow KI_1 = R_1 = \frac{\sqrt{710}}{90}$

Ответ. $\frac{\sqrt{710}}{90}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16x^3 - 12x + 5 \geq 4 - 3x^2 - 5x, \text{ а значит}$$

$$5 - 9 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \geq 4 - 3 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\text{т.к. } \sin \frac{\pi}{14} > -1,$$

$$\text{Проверим что } \sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$$

т.к. $\sin x$ - возрастающая функция,

~~$\sin \frac{\pi}{14}$~~ на промежутке от

$$0 \text{ до } \frac{\pi}{2}, \text{ то } \sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{1 - \sin \frac{\pi}{6}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2}}{2}} < \frac{1}{4}$$

$$\text{Значит } 5 - 9 \sin^2 \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{3\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\text{Ответ! } 5 - 9 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{4} = 5 - 4 \cdot \left(3 \sin \frac{\pi}{4} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{4} \right), \text{ т.к.}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4} = 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}, \text{ т.к.}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - \sin^2 \alpha.$$

найдём корни уравнения

$$5 - 12x + 16x^3 = 4 - 8x^2 - 5x$$

$$16x^3 - 7x + 8x^2 + 1 = 0$$

корень $x = \frac{1}{4}$ угадывается, разделим

$$16x^3 - 7x + 8x^2 + 1 \text{ на } x - \frac{1}{4} \text{ столбиком,}$$

$$\text{получим } \frac{16x^3 - 7x + 8x^2 + 1}{x - \frac{1}{4}} = 16x^2 + 12x - 4$$

$$(x - \frac{1}{4})(16x^2 + 12x - 4) = 0$$

$$\text{корнями ур-ия } 16x^2 + 12x - 4 = 0$$

$$\text{являются числа } x = \frac{1}{4}; x = -1$$

Применим метод интервалов для проверки:



это значит что при $x \geq -1$ выражение

$$16x^3 - 7x + 8x^2 + 1 \geq 0 \text{ и отсюда: } \underline{\text{неравенство}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сначала посчитаем кол-во пирамид на 4 вершинах

кол-во пирамид на 4-х вершинах равно $C_5^3 \cdot 7 + C_{12}^3 \cdot 5$, где

$C_5^3 \cdot 7$ - кол-во способов выбрать пирамиду с вершиной не из плоскости α , а $C_{12}^3 \cdot 5$ - кол-во способов выбрать пирамиду с вершиной не из плоскости α

все остальные пирамиды можно посчитать по формуле: ~~$5 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 5 \cdot 7 =$~~

$5 \cdot (4 + 5 + 6 + 7) = 110$ (сначала выбираем вершину не из плоскости α)

$$5 \cdot C_7^4 + 5 \cdot C_7^5 + 5 \cdot C_7^6 + 5 = 5(C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + 1)$$

(сначала - выбираем вершину не из плоскости α)

а потом от 4 до 7 вершин в плоскости α). Таким образом искомая величина равна

$$C_5^3 \cdot 7 + C_{12}^3 \cdot 5 + 5(C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + 1) = \frac{5! \cdot 7}{3! \cdot 2!} + \frac{12! \cdot 5}{3! \cdot 9!} + 5\left(\frac{7!}{4! \cdot 3!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} + 7 + 1\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = 195$$

$$q = 2197$$

$$b = 206 + 2n - 2$$

$$16c^2 - 7c + 8c^2 \cdot 8 - 1$$

$$c(16c^2 - 7c + 8c^2) \cdot 143n + n^2 - n = 130n - 360$$

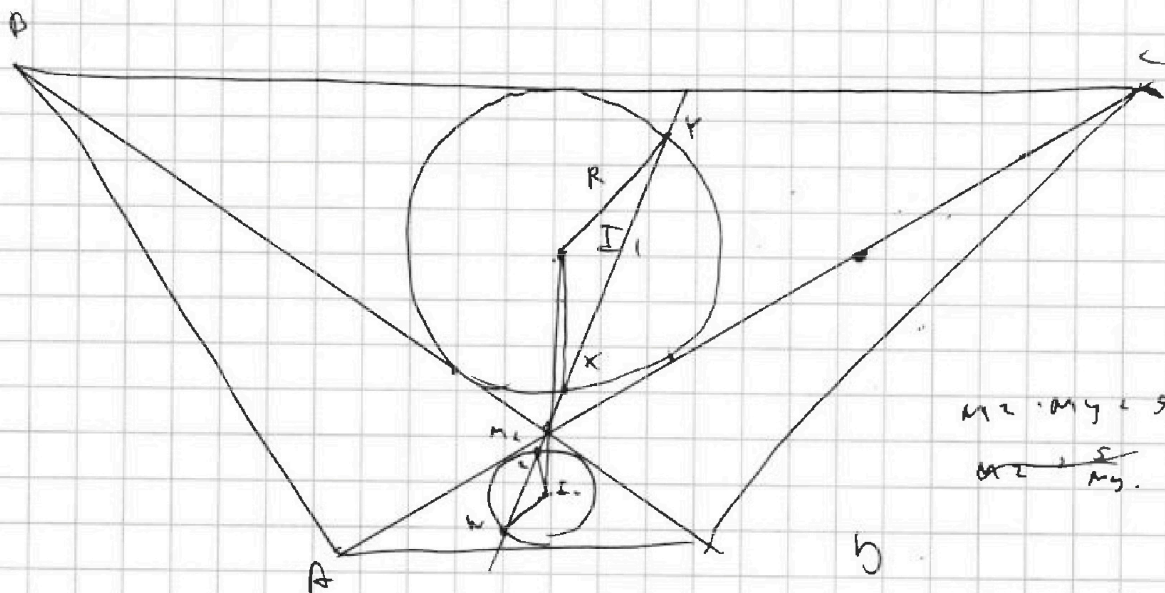
$$(6c^2 < 16$$

$$6c^2 < 6$$

$$n^2 - 30n + 360 \geq 0$$

$$b > 69 \cdot 2^2 - 360 - 4 = 4(19^2 - 360)$$

$$\frac{100}{140} = \frac{100}{140}$$



$$m_2 \cdot m_4 = 5$$

$$13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 =$$

$$\frac{m_2}{m_4} = \frac{1}{2}$$

$$m_2 \cdot m_4 = m_2 - 2m_4$$

$$22m_2 \cdot m_4$$

$$m_2 \cdot m_4$$

$$\sqrt{\frac{25}{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$2 \cdot \frac{5 \sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{160}{36} = \frac{25}{10} = \frac{160}{36}$$

$$\frac{1690}{360} = \frac{25 \cdot 36}{360} = 25(13 -$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = 752$$

$$(p - q)(p + q) = 752$$

$$(p - q)(p + q) = 752$$

$$p = 10$$

$$q = 2$$

$$a, a+1, a+2, \dots, a+6$$

0 неровно не было

00 оторвалось

$$p+q = 86$$

$$p-q = 12$$

$$2p = 98$$

$$p = 49$$

$$p+q = 136$$

$$p-q = 4$$

$$2p = 140$$

$$p = 70$$

$$5a_1 + 2d = 101$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$5a_1 + 10d = 92$$

$$2p = 2 \cdot 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$

$$p = 396$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$x \cdot \ln 2^4 + 5 \cdot \ln 2^3 + 2 \cdot \ln 3 \cdot 2^3 = \ln 2 \cdot 3.$$

$$\cancel{4x} \ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 \cdot (1 - 4).$$

$$\frac{4x + 3y + 3z - 1}{1 - 2} = \log_2 3$$

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\cancel{4 \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 4 \cdot \sin \frac{\pi}{4}}$$

$$4 - 4 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 - 4 \cdot$$

$$\cancel{\sin(2x + x) = 2\sin x - 3\sin x} \quad 4 \sin x = 3 \sin x$$

$$\sin 3x = 4 \sin 2x - 3 \sin x$$

$$\sin 90^\circ = 4 \sin 60^\circ - 3 \sin 30^\circ$$

$$\sin 90^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) =$$

$$= 25 - 12t + 16t^3.$$

$$16x^3 - 12x + 5 \quad \vee \quad -8t^2 - 5t + 7.$$

$$16t^3 - 12t + 5 \quad \vee \quad -8t^2 - 5t + 7$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 2 + z \ln 24 + \ln 6.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq -1$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z (\ln 6 + \ln 3) = \ln 2 + \ln 3.$$

$$\ln 2 (4x + 3y)$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 - \ln 2 - \ln 3 = 0$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3 (z - 1) = 0.$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = -\ln 3 (z - 1).$$

$$\frac{\ln 3}{\ln 2} = \log_2 3$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) = -\frac{\ln 3}{\ln 2} (z - 1).$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) = -\log_2 3 \cdot (z - 1).$$

$$\frac{4x + 3y + 3z - 1}{z - 1} = -\log_2 3.$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = -\log_2 3 \cdot (z - 1)$$

$$7x - 20y =$$

$$147 - 15 = 132$$

$$3d = -1 \dots$$

$$5 - 2 \cdot 3^2$$

$$169 - 50 = 119$$

$$169 - 3 \cdot 25 = 36$$

$$3^2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$360 = \frac{\sqrt{29}}{2 \cdot 50}$$

$$23 \cdot 50$$

$$\ln(13^2 - 5 \cdot 2 \cdot 3^4) = \frac{79}{2}$$

$$2x + 3d = 1$$

$$2x = 1 - 3d$$

$$x = \frac{1 - 3d}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

160n - сумма всех чисел.

$$143 + 2$$

$$\frac{2n + a(n-1)}{2} \cdot n = 160(n-2)$$

$$\frac{286 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 160(n-2)$$

143, 145, 147, ...

$$(286 + 2(n-1)) \cdot n = 160(n-2)$$

$$\frac{360}{286}$$

$$286 = 2 \cdot 3 \cdot 47$$

$$2 \cdot 4 \cdot 19$$

$$16$$

$$286n + 2n^2 - 2n = 360n - 720$$

$$2n^2 - 76n + 720 = 0$$

$$D = 76^2 - 4 \cdot 2 \cdot 720 = 16(19^2 - 360)$$

$$\frac{286 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 160(n-2)$$

$$(286 + 2n - 2) \cdot n = 360(n-2)$$

$$286n + 2n^2 - 2n = 360n - 720$$

$$2n^2 - 76n + 720 = 0$$

$$D = 19^2 - 4 \cdot 2 \cdot 720 = 16(19^2 - 360)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~276 + 2~~

$$\begin{array}{r} 6x \\ \hline 1 - 7 \end{array} - 8,5 - 1$$

$$\begin{array}{r} 6x^3 - 7x + 6x^2 + 1 \\ - 16x^2 - 4x^2 \\ \hline 12x^2 - 7x + 1 \\ - 12x^2 - 3x \\ \hline -4x + 1 \end{array} \quad \left| x - \frac{1}{4} \right.$$
$$\begin{array}{r} 64x^2 \quad 64x^2 + 16x - 7 \\ \hline \end{array}$$

$$4x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x_1, x_2 = -\frac{1}{4}$$

5

$$\frac{120}{6 \cdot 2} = 10$$

10+

$$\frac{12!}{3!9!} = 2$$

$$4x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$629 + 16 = 25$$

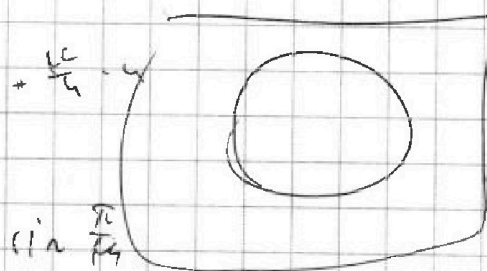
$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - 5}{2} = -1$$

$$\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\frac{4}{16}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{16}{4} = 4$$



$$\sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4} \quad \vee \quad 5 - 12 \sin \frac{\pi}{4} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{4}$$

$$4 - 1 - 6c^2 + 7c + 16c^3 \quad \vee \quad 0.$$

$$16c^3 + 7c - 6c^2 \quad \vee \quad 1.$$

$$c^2 < \frac{1}{8}$$

$$7c < \frac{7}{8}$$

$$16c^3 < 2$$

$$16c^3 + 7c \quad \vee \quad 1 + 6c^2$$

$$(16c^3 + 7c) < 2 + 6c^2$$

$$16c^3 + 7c - 6c^2 - 1 > 0.$$

$$4 - 6c^2 - 5c \geq 5 - 4c^2 + 16c^3.$$

7.

$$16c^3 - 7c + 6c^2 + 1 > 0.$$

с₂.

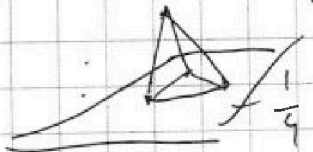
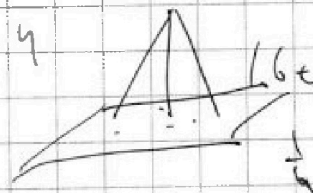
$$c(16c^2 - 7 + 6c) \quad \vee \quad -1.$$

с₃.

$$5 - 12c + 16c^3 = 4 - 4c^2 - 5c.$$

с₄.

$$16c^3 - 7c + 6c^2 + 1 = 0.$$



$$\frac{1}{64} \cdot 16$$

$$\frac{1}{4} - \frac{7}{4} + \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$-\frac{6}{4} \quad \frac{1}{4} - \frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{0-1}{3! \cdot 2!}$$

$$c^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} = 4 - 0 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad (\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha)$$

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14} = 5 - 4 \left(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right)$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) \ln 2 = (1 - 2) \ln 3.$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = 1 - 2$$

$$4x + 3y + 3z = 0 \quad 1 \neq 2 \quad ; \quad \text{тогда}$$

$$z = 1.$$

24

$$206 + 2 \ln - 1$$

$$19^2 - 4 = 360 \times 92$$

$$\frac{19}{92} = 0,20$$

$$= 4(381 - 360) = 84$$

$$5 - 4 \cdot \sin^3 \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = 1$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{4}}{2}}$$

$$\frac{0,47}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

