



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сумма углов выпуклого n -угольника находится по формуле: $(n-2) \cdot 180^\circ$, а сумма первых n членов арифметической прогрессии можно найти по формуле:

$S_n = (a_1 + n - 1) \cdot n$, где $S_n = \frac{(2a_1 + (n-1) \cdot d) \cdot n}{2}$, где a_1 - первый член а. пр., d - разность а. пр.

Пусть n -угольника n углов, тогда по условию $d = 2$, $a_1 = 143$, $\Rightarrow S_n = \frac{(2a_1 + (n-1)d) \cdot n}{2} = (a_1 + n - 1) \cdot n$, это а. пр. является суммой углов, а по (1) сумма углов равна $(n-2) \cdot 180^\circ$, т. е.

$$(a_1 + n - 1) \cdot n = (n - 2) \cdot 180, \text{ т. к. } a_1 = 143$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360, \Rightarrow$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0, D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 1444 - 1440 = 4$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 2}{2} \Rightarrow n_1 = 20, n_2 = 18$$

2 случая $d = -2$, $\Rightarrow S_n = (143 - n + 1) \cdot n$, аналогично сл. 1

$$143n - n^2 + n = 180n - 360, \Rightarrow n^2 + 36n - 360 = 0$$

$$D = 36^2 + 4 \cdot 360 = 36 \cdot 4(4 + 10), \Rightarrow \sqrt{D} = 12\sqrt{19}, \text{ а } n \text{ должно}$$

быть целым, $\Rightarrow$ наибольшее число вершин $n = 20$

Ответ: 20

~~24~~
~~168~~

~~168~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поря QR-кода недопустима!

по ст-бу логарифма

$$x \ln 16 + y \ln 8 + 12 \ln 24 = \ln 6 \quad \Leftrightarrow$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^{12} = \ln 6 \quad , \Leftrightarrow$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^{12}) = \ln 6 \quad , \Leftrightarrow$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^{12} = \ln 6 \quad , \text{ т.к. } 6:3, \text{ т.е. правая часть } :3, \text{ то}$$

и $16^x \cdot 8^y \cdot 24^{12} : 3$ из чисел $16^x, 8^y, 24^{12}$ как 3 делится на 3
 24^{12} , или $2 \geq 1$ и целое, $\Rightarrow 2 \geq 1$, с другой стороны

или $2 \geq 2$, то левая часть : 9, а правая нет, $\Rightarrow 2 = 1$,

$$\text{т.е. } 24 \cdot 16^x \cdot 8^y = 6 \quad | :6$$

$$4 \cdot 16^x \cdot 8^y = 1 \quad , \Rightarrow 2^2 \cdot 2^{4x} \cdot 2^{3y} = 2^0 \quad , \Rightarrow$$

$$2 + 4x + 3y = 0 \quad , \Rightarrow 4x + 3y = -2 \quad , \Rightarrow 4x + 3y = -2 \cdot 4 + 3 \cdot 2$$

$$4(x+2) = 3(2-y) \quad , \Rightarrow x+2 = 3k \quad , \quad 2-y = k \quad , \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$x = 3k - 2 \quad , \quad y = 2 - k$, нужно найти минимальное значение

$$x^2 + y^2 \quad , \text{ т.е. } (3k-2)^2 + (2-k)^2 = 9k^2 - 12k + 4 + 4 - 4k + k^2 =$$

$$10k^2 - 16k + 8 \quad , \text{ графика функции } f(k) = 10k^2 - 16k + 8 \quad \text{ параболы}$$

с ветками вверх, минимума достигается в вершине

$$\text{при } k_0 = \frac{16}{20} \quad \text{и тогда } (x^2 + y^2)_{\min} = 10 \cdot \left(\frac{16}{20}\right)^2 - 16 \cdot \frac{16}{20} + 8 = \frac{16}{5} + 8 = \frac{56}{5}$$

$$\text{минимальное целое } 8 \quad \text{при } k = 0 \quad x = -2, y = 2 \quad , \Rightarrow x^2 + y^2 + 2 = 8 + 1 = 9$$

Ответ: 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 4x + 3y = -2 \cdot 4 + 3 \cdot 2, \Rightarrow 4(x+2) = 3(2-y), \Rightarrow x+2 = 3k,$$

$$2-y = 4k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}, \Rightarrow$$

$$x = 3k - 2$$

$$y = 2 - 4k$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (3k-2)^2 + (2-4k)^2 = 25k^2 - 28k + 8,$$

рассмотрим функ-цию $f(k) = 25k^2 - 28k + 8$, графика ее параболы с ветвями вверх симметр. $k = \frac{28}{50}$, $\Rightarrow$

минимумы в значениях при целых k достигаются или при $k = 1$ или при $k = 0$ (так как $0 < \frac{28}{50} < 1$)

$$f(1) = 5, f(0) = 8, f(1) < f(0), \Rightarrow k = 1$$

$$x = 1, y = -2, \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + 2^2 = 1 + 4 + 1 = 6$$

Answer: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a_1, a_1+1, a_1+2, \dots, a_1+6$ — ^{даны} ~~последовательность~~ натур. числа (множество M)

любое число в числе $= 6a_1 + k$, где $k \in \mathbb{Z}$ и $1 \leq k \leq 6$,

k ~~минимально~~ ^{минимально} если берется первое в числе, и $k = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$

и ~~максимально~~ ^{максимально} если берется последнее в числе и $k = \frac{(4+1) \cdot 6}{2} = 21$

$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q)$ пусть $p = 6a_1 + k_p$, $q = 6a_1 + k_q$, $\Rightarrow$

$$(p+q)(p-q) = (12a_1 + k_p + k_q)(k_p - k_q) = 492 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \text{ пог.}$$

пусть k ^{ве} ~~переберем~~ ^{заметим} случаи (т.к. p и q простые и

$k_p = 15$ $p = 6a_1 + k_p > 3$, и $q = 6a_1 + k_q > 3$ то k_p и $k_q \notin 3$ и

12), и ~~заметим~~ ^{это} ~~$k_p + k_q$ и где $k_p - k_q = 0$, $k_p > k_q$~~

1) $k_p = 14$, $k_q = 19$ ^{конкретные удов} $k_p > k_q$, k_p

2) $k_p = 19$, $k_q = 17$, $\Rightarrow k_p - k_q = 2$, $\Rightarrow k_p + k_q = 36$, $\Rightarrow$

$$(12a_1 + 36) \cdot 2 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11, \text{ т.е. } 12a_1 + 36 = \frac{492}{2} = 246$$

$12a_1 = 360$, $\Rightarrow a_1 = 30$, проверим p и q на простоту:

$p = 6 \cdot 30 + 19 = 199$ — простое, $q = 6 \cdot 30 + 17 = 197$ — простое

3) $k_p = 0 \Rightarrow$ множество M : 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

Ответ: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

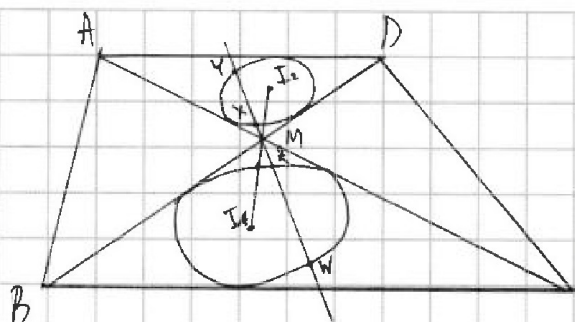


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение: т.к. центр вписанной
окр-ти - т пересечения биссектрис,
то MI_1 - биссектриса $\angle BMC$,

MI_2 - биссектриса $\angle AMD$, т.к. $\angle AMD$ и $\angle BMC$ - вертика-
льные, то биссектрисы лежат на 1 прямой, $\Rightarrow MI_2 I_1$

т.к. $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$ по условию, а $\triangle ADM \sim \triangle BMC$ по двум углам
($\angle AMD = \angle BMC$, как вертикальные, $\angle ADM = \angle MBC$ как corresp.)

то $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2}$, где r_2 - радиус окр-ти W_2 , $\Rightarrow$

$\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{1}{2}$, так соответствующие элементы подобных треугольников

по угл. $I_1 I_2 = \frac{13}{2}$, $\Rightarrow MI_2 = \frac{13}{2} - MI_1$, $\Rightarrow$

$$\frac{\frac{13}{2} - MI_1}{MI_1} = \frac{1}{2}, \Rightarrow 13 - 2MI_1 = MI_1, \Rightarrow MI_1 = \frac{13}{3}, MI_2 = \frac{13}{6}$$

$MW = 2MY$ по теореме точки М ортоцентра окр-ти W_1

$$MQ \cdot MW = MI_1^2 - r_1^2$$

$$2MQ \cdot MY = \frac{169}{9} - r_1^2, \Rightarrow (\text{т.к. } MQ \cdot MY = 5 \text{ по усл.})$$

$$r_1^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{79}{9}, \Rightarrow r_1 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\frac{\pi}{14} = \alpha$, тогда получим, что

$$5 - 4 \sin^3 3\alpha > 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha, \Rightarrow$$

$$5 - 4(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) > 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha, \Rightarrow$$

$$16 \sin^3 \alpha + 5 - 12 \sin \alpha > 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha, \Rightarrow$$

$$24 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 > 0, \text{ решим кр. - во, найдя корни}$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 = 0, \sin \alpha = -1 - \text{корень, } \Rightarrow$$

$$(\sin \alpha + 1)(16 \sin^2 \alpha - 8 \sin \alpha + 1) = 0$$

$$(\sin \alpha + 1)(4 \sin \alpha - 1)^2 = 0, \text{ решим кр. - во стандартным методом}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{c} + \\ -1 \quad \frac{1}{4} \quad 1 \end{array} \sin \alpha, \Rightarrow \text{ при } \sin \alpha \in (-1; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; 1)$$

докажем что $\sin \alpha \neq \frac{1}{4} \neq \frac{1}{4}$,
 так неравенство выполняется; м.к $\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{12}$

$$\text{найдем } \sin \frac{\pi}{12} > 0, \Rightarrow$$

$$\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{4}, \text{ м.к } \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \Rightarrow$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{12} \cdot (1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}) = \frac{3}{16}, \text{ пусть } \sin^2 \frac{\pi}{12} = m, \text{ тогда}$$

$$m^2 - m + \frac{3}{16} = 0, \Rightarrow D = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$m_{1,2} = \frac{1 \pm \frac{1}{2}}{2} = \begin{array}{l} \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \end{array} \quad m_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} > 1$$

$$m_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} < 0$$

$$\text{м.к } \sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4}, \text{ м.к}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} = \frac{3}{4} - \frac{1}{16} = \frac{11}{16} < \sin \frac{3\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{4} \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем количество ^{значимых перестановок} ~~перестановок~~, имеющих 4 вершины:

1) Если основание t (2) то можно выбрать C_2^3 ^{способами} точки

в плоскости α образующие Δ -к/м.к. ^{все} они ^{лежат} на 1 скр-ми, но ^{каждые} 3 не ^{лежат} на 1 прямой) и 5 ^{способов} выбрать вершину, итого: $\frac{4!}{4! \cdot 3!} \cdot 5 = 175$

2) Если в плоскости α лежит ребро:

способов выбрать ребро в п-ти α : C_2^2 и C_2^2 ^{способами} выбрать ребро скрещивающихся (м.к. по уш-ию 4 точки ^{или} не ^{лежат} в п-ти, но в п-ти α , пирамида может быть построена), итого $\frac{4!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 240$

3) Если в плоскости α лежит 1 вершина:

C_5^3 ^{способами} выбрать основание

4 ^{способами} выбрать вершину в п-ти α

итого $4 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 70$

4) Если в п-ти α не лежит вершина

$C_5^4 = 5$ ^{способами} выбрать 4 точки ^{все} в п-ти α

Посчитаем кол-во 4-угольных пирамид:

Основание t п-ти α , ^{иногда} ~~иногда~~ ^{многочисленным} ~~многочисленным~~ ^{уменьшенным} ~~уменьшенным~~ ^{возникает} $\geq$ м.к. ^{все} точки ^{лежат} на скр-ми, то ^{все} ~~все~~ ^{возникает} $\geq$ C_2^4 ^{способами} выбрать основание и 5 ^{способами} выбрать вершину, итого $\frac{4!}{4! \cdot 3!} \cdot 5 = 175$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Quatern: 780



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 4x = -2 - 3y, \Rightarrow x = \frac{-2-3y}{4}, \Rightarrow$$

нужно найти минимум $\left(\frac{-2-3y}{4}\right)^2 + y^2$ при целых y , т.е.

$$4 + 12y + 9y^2 + 16y^2 = 25y^2 + 12y + 4, \text{ упрощая функцию}$$

$f(y) = 25y^2 + 12y + 4$ - парабола симметрична к оси.

вершина при $y = -\frac{12}{50}$ и лежит выше, т.е.

минимум при целых y достигается при $y = -1$ или $y = 0$

$$\text{т.к. } -1 < -\frac{12}{50} < 0$$

$$f(-1) = 25 - 12 + 4 = 17, \text{ а } f(0) = 4, 4 < 17, \Rightarrow$$

минимум при целых y это 4, тогда $x =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть $a_1, a_1+1, a_1+2, a_1+3, a_1+4, a_1+5, a_1+6$ - 7 чисел

$$y = \frac{-2 - 4x}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нужно минимизировать $x^2 + y^2$ при условии x и y . ~~нужно~~
~~минимизировать~~ будем подставлять целые значения
 x и y в уравнение $4x + 3y = -2$,

$x=0, y=0, z=0 \Rightarrow -2, z \Rightarrow$ не подходит

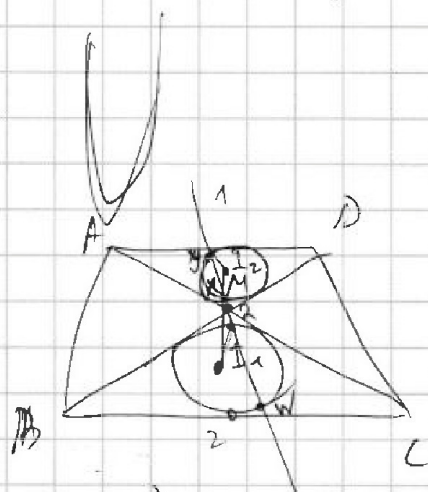
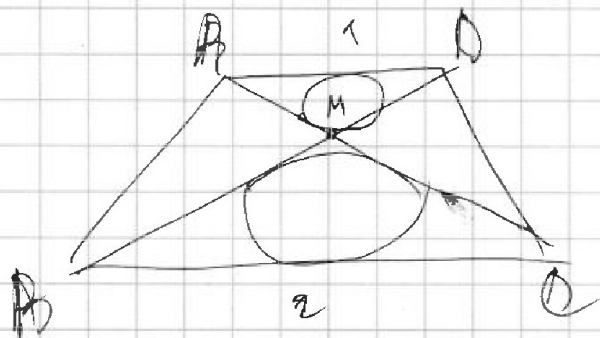
$|x|=1, y=0, z=0 \Rightarrow -4, z \Rightarrow$ не подходит

$|x|=1, |y|=1, z=0 \Rightarrow -7, z \Rightarrow$ не подходит
 $z=-2$ или $1z=-2$, или $-7z=-2$, или $-1z=-2$,

$|x|=1, f(y) = y^2 + \frac{9}{16}y^2 + 3y + 1$

$$2f\left(\frac{13}{3} - 1\right) + \frac{13}{3} - 1 = \frac{-3 \cdot 25}{16} = -\frac{75}{16} \in (-5; -4)$$

$$M2 \cdot 2MY = 10$$

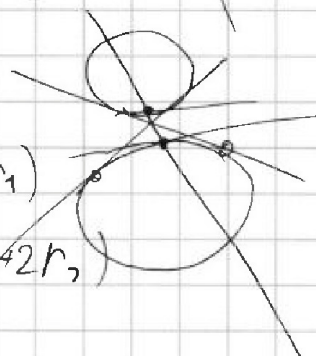


$$M2 \cdot MY$$

$$M2 \cdot M \cdot W = M_{4m} (M4T + 2r_1)$$

$$Mx \cdot My = M_{4m2} \cdot (M4M2 + 2r_2)$$

$$5Mx \cdot MW =$$



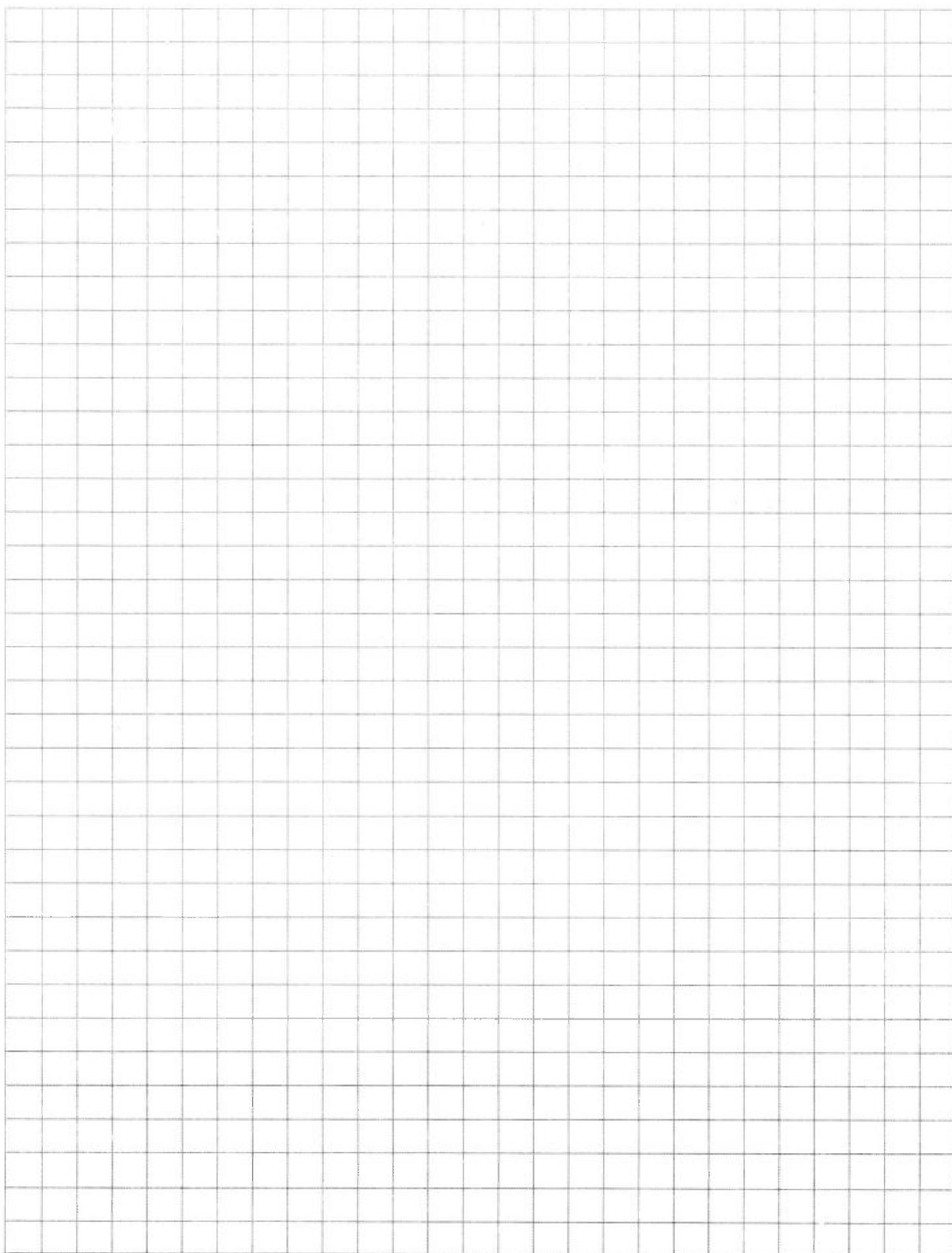


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(h-2) \cdot 180^\circ = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 5}{6 \cdot 143 \cdot 145 \cdot 147}$$

$$\frac{6 \cdot 7}{2} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} =$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot h}{2}$$

$$S_n = \frac{(143 + a_n) \cdot h}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot 2$$

$$S_n = \frac{(2a_1 + 2n-2) \cdot h}{2}$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 1444 - 1440 = 4$$

$$n^2 + 36n - 360 = 0$$

$$36 \cdot 36 + 4 \cdot 360 = 4(9 \cdot 36 + 360) = 4 \cdot 36 \cdot 36(9+10)$$

$$18 \cdot 180^\circ = \frac{(143 + 143 \cdot 19) \cdot 20}{2} = 10 \cdot 20 \cdot 143$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$5x \ln 2 + 3y \ln 2 + 2 \cdot (\ln 8 + \ln 3) = \ln 2 + \ln 3$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \min?$$

$$4x + 3y = -2$$

$$HOD = \dots$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$4 \cos \frac{2\pi}{14} - 5 \sin \left(\frac{\pi}{14} \right) = 2$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha$$

$$4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$4 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

$$\sin 3\alpha = \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{11}{16} \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha =$$

$$3 \sin \alpha - 6 \sin^3 \alpha$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 24 \sin^3 \alpha$$

$$4 - 4 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

$$\frac{1}{16} < \frac{8}{16} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin \alpha = t$$

$$24t^3 + 4t^2 - 7t + 1 < 0$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

$$\sin 3\alpha = \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) +$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\sin \alpha = -1 \quad \frac{\sqrt{15}}{8} < \frac{4}{8}$$

$$\frac{12}{16} - \frac{1}{16} = \frac{11}{16}$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \mid t + 1$$

$$-8t^2 - 7t$$

$$-8t^2 - 8t$$

$$t + 1$$

$$< \frac{1}{4}$$

$$t^2 - t + \frac{3}{16} < 0$$

$$\frac{\pi}{14} < 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} > \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{12} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}) = \frac{3}{16}$$

$$t - t^2 = \frac{3}{16}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}}{4 \cos \frac{\pi}{12}} = \frac{\sqrt{3}}{4 \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}}}$$

$$2\sqrt{3} > 4$$

$$\frac{3\pi}{14} > \frac{\pi}{6}$$

$$18\pi > 14\pi$$



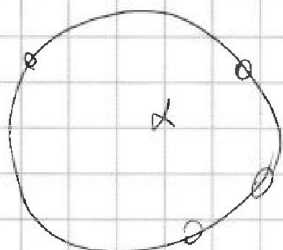
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{319}{6} - \frac{26}{6} + \frac{13}{6} = 13$$



$$p^2 - q^2 = 792 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$(p-q)(p+q) = 0$$

$$a_1, a_1+1, a_1+2, \dots, a_1+6$$

$$p = 6a_1 + k$$

$$(p+q) = (12a_1 + k + j)(k-j) =$$

$$q = 6a_1 + 8$$

$$18 \cdot 180 = (43 + 20 - 1) \cdot 20$$

$$18 \cdot 9 = 162$$

$$\frac{4\pi}{49} \quad \frac{\pi}{14}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{1}{16}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{8} < \frac{4}{8}$$

$$\frac{2\pi}{7} < \frac{\pi}{3}$$

$$6\pi < 7\pi$$

$$\sin \frac{2\pi}{7}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{4} \sqrt{\frac{49}{64}}$$

$$\frac{2\pi}{7}$$

$$\frac{2\sqrt{15}}{32} < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$7\sqrt{15} < 16\sqrt{3}$$

$$49 \cdot 15 < 16^2 \cdot 3$$

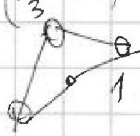
$$245$$



$$48. = 58. =$$

$$y = 2 - 4k$$

$$\left(\frac{13}{3} + r_1\right) \cdot \left(\frac{13}{3} - r_1\right) =$$



$$15 \quad 90$$

$$90 \quad 21$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{\pi}{4}$$

