



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

1) Пусть n - количество вершин нашего многоугольника, тогда:

с одной стороны $\sum$ его углов равен $180^\circ(n-2)$ (эта формула известна для любого n -угольника).

с другой стороны $\sum$ углов арифметическая прогрессия, т.е. $132^\circ + (132^\circ + (\pm 2^\circ)(n-1))$ но т.к. не указано в условии задачи возрастает прогрессия или убывает, рассмотрим оба случая.

$$2) 180^\circ(n-2) = \frac{132^\circ + (132^\circ + (\pm 2^\circ)(n-1))}{2} \cdot n$$

$$360^\circ(n-2) = 264n \pm (2n^2 - 2n) \quad \begin{cases} 2n^2 - 2n + 264n - 360n + 720 = 0 & (\text{возрастает прогрессия}) \\ -2n^2 + 2n + 264n - 360n + 720 = 0 & (\text{убывает прогрессия}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n^2 - 49n + 360 = 0 \\ n^2 + 47n - 360 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (n-9)(n-40) = 0 \\ n^2 + 47n - 360 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) D = 47^2 + 360 \cdot 4 = 3649 - \text{не полный квадрат } (60^2 = 3600 < 3649 < 61^2)$$

т.е. 3649 - полный квадрат, т.е. $3649 = 60^2 + 49$, $3649 = 2^2$, $2 \in \mathbb{Z}$, $170 < 121 < 61$, т.е. между 160 и 161 нет натуральных чисел (между 60 и 61 - нет), т.е. $\Rightarrow$ уравнение (*) не имеет целых, а значит и рациональных решений.

3) откуда $n=9$ или $n=40$, т.к. оба случая проверяются или рассматриваем возрастает арифметическая прогрессия, тогда $n=40$ не будет наибольший угол: $132^\circ + 2^\circ \cdot 39 = 132^\circ + 78^\circ = 210^\circ > 180^\circ \Rightarrow$ при $n=40$ многоугольник невыпуклый.

проверим $n=9$: $132^\circ + 2^\circ \cdot 8 = 148^\circ < 180^\circ \Rightarrow 9$ -угольник выпуклый.

и как известно проверяем: $\frac{132^\circ + 148^\circ}{2} \cdot 9 = \frac{280^\circ}{2} \cdot 9 = 140^\circ \cdot 9 = 20^\circ \cdot 7 \cdot 9 = 180^\circ \cdot 7 = 180^\circ(7-2)$, откуда указываем только $n=9$.

Ответ: 9.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

а) Заметим, что p и q отличаются не более, чем на 6:

$$\sum_{\max} - \sum_{\min} = ((a+6) + (a+5) + (a+4) + \dots + (a+1)) - ((a+5) + (a+4) + (a+3) + \dots + a) =$$

$$= (a+6) - a = 6, \text{ где } \sum_{\max} - \text{макс. возможная сумма 6 чисел из множества } M, \\ \sum_{\min} - \text{мин. возможная сумма 6 чисел из множества } M$$

б) Также ясно, что p и q - нечетные: если $p \neq q$, то $p - q \neq 0$, то есть $(p^2 - q^2) : 2$, то p, q - нечетные, и соответственно $(p-q), (p+q) : 2$.

доп. б) $p \neq q$, то чтобы $(p^2 - q^2)$ было кратно 2, нужно, чтобы хотя бы один из множителей $(p-q)$ или $(p+q)$ был кратно 2, что означает, что p, q - суживаются четности, но четных простых чисел всего одно $\Rightarrow p$ и q - нечетные, $\therefore$ имеет $(p-q), (p+q) : 2$

в) т.к. p, q - простые, то $p, q > 0 \Rightarrow p+q > p-q$ $\left. \begin{matrix} p+q > p-q \\ 2q > 0 \\ q > 0 \end{matrix} \right\}$

$$1) p^2 - q^2 = 1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot (a, b, c) \left\{ \begin{array}{l} p-q=2 \\ (p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p-q=2 \\ p+q=540 \end{array} \right. (3) \\ \left\{ \begin{array}{l} p-q=4 \\ p+q=270 \end{array} \right. (2) \\ \left\{ \begin{array}{l} p-q=6 \\ p+q=180 \end{array} \right. (1)$$

других вариантов быть не может, т.к. иначе или $p-q > 6$, что противоречит а) или $p-q, p+q$ - нечетные, что противоречит б) или $p-q > p+q$, что противоречит в).

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} p-q=6 \\ p+q=180 \end{array} \right. \oplus \Rightarrow p=93, q=133 \text{ - не простые } \Rightarrow \text{ не подходит.}$$

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} p-q=4 \\ p+q=270 \end{array} \right. \oplus \Rightarrow p=137, q=133; q=133 : 7 \Rightarrow \text{ не подходит}$$

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} p-q=2 \\ p+q=540 \end{array} \right. \oplus \Rightarrow p=271, q=269. \text{ не нужно доказывать, что это простые числа.}$$

2) пусть $\sum_{\max}$ - макс. возможная сумма 6 чисел из множества M
 $\sum_{\min}$ - мин. возможная сумма 6 чисел из множества M , тогда
 a - 1-е число (сумма чисел из M), $a \in N$.

$$\sum_{\min} = 3((a+3) + (a+2)) = 3(2a+5)$$

$$\sum_{\max} = 3((a+4) + (a+3)) = 3(2a+7), \text{ тогда должно быть верно:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3(2a+5) \leq 269 \\ 3(2a+7) \geq 271 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2a+5 \leq \frac{269}{3} \\ 2a+7 \geq \frac{271}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2a+5 \leq 89 \\ 2a+7 \geq 91 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a \leq 42 \\ a \geq 42 \end{array} \right. \Rightarrow a=42$$

А значит $M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

3) Проверим выполнение условий задачи для этого множества.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$42 + 43 + 44 + 45 + 47 + 48 = 240 + 14 + 15 = 269$$

$$42 + 43 + 45 + 46 + 47 + 48 = 240 + 10 + 21 = 271$$

$$271^2 - 269^2 = \frac{(271 - 269)}{2} (271 + 269) = 2 \cdot 540 = 1080$$

Ответ: $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

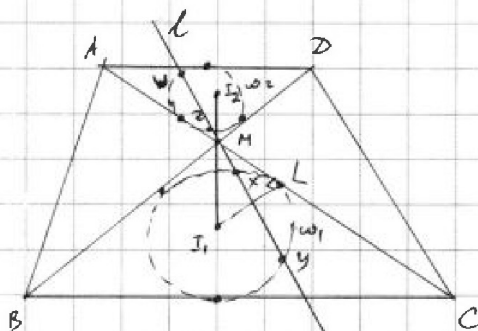
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



Дано:

$ABCD$ - трап. (AD, BC - осн.); $AD:BC = 1:2$

ω_1 - вкл. в $\triangle BMC$ (I_1 - центр)

ω_2 - вкл. в $\triangle AMD$ (I_2 - центр)

W, Z, M, X, Y - на прямой l

$X, Y \in \omega_1$; $Z, W \in \omega_2$

$I_1, I_2 = 8$

$MZ \cdot MY = 9$

Найти r_1 - ?

Решение.

- 1) $\triangle AMD \sim \triangle BMC$: $\angle AMD = \angle BMC$ (верш. углы), $\angle MAD = \angle BCD$ (как соответственные при параллельных AD и BC и секущей AC) - по 2-м углам
 $\Rightarrow$ все 3-ти будут соответствовать в $\triangle AMD$ и $\triangle BMC$ так как $AD:BC = 1:2$
 $\Rightarrow I_2M:I_1M = 1:2$, но также по условию $M \in I_1I_2$ (т.к. I_2 - биссектриса $\angle AMD$ и I_1 - биссектриса $\angle BMC$, а биссектрисы вершиневых углов совпадают)
 $\hookrightarrow I_1I_2 = 8 \Rightarrow I_2M = \frac{16}{3}$

2) Заметим, что W - диаметр ω_2

$H_M^{-2}(\triangle AMD) = \triangle CMB$ (помогает с центром в Z , M - ортоцентром - 2)

$H_M^{-2}(l) = l \Rightarrow H_M^{-2}(Z) = X$, $H_M^{-2}(W) = Y$, а значит:

$$\frac{MZ}{MX} = \frac{MW}{MY} = \frac{1}{2} \Rightarrow MX = 2MZ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MZ \cdot MY = 9 \Rightarrow MX \cdot MY = 2 \cdot MZ \cdot MY = 2 \cdot 9 = 18.$$

3) Пусть L - точка касания ω_1 и MC , тогда по св-ву отрезков касательных к хорде

$$ML^2 = MX \cdot MY = 18 \Rightarrow ML = \sqrt{18}.$$

Также, зная, что радиус r_1 проведен в т. касания, перпендикулярен касательной, то воспользуемся теор. Пифагора для $\triangle MI_1L$:

$$r_1^2 = I_1L^2 = \sqrt{MI_1^2 - ML^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - 18} = \sqrt{\frac{256 - 18 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{94}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3}.$$

Ответ: $r_1 = \frac{\sqrt{94}}{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$1) 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 3 \sin \frac{3\pi}{14} + 4 \cos \frac{3\pi}{14} \vee 0$$

$$5 - 4 \cos \frac{\pi}{7} - 3 \cos \frac{2\pi}{7} + 4 \cos \frac{3\pi}{7} \vee 0$$

$$16 \cos^3 \frac{\pi}{7} - 6 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 16 \cos \frac{\pi}{7} + 8 \vee 0$$

$$8 \cos^3 \frac{\pi}{7} - 3 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 8 \cos \frac{\pi}{7} + 4 \vee 0$$

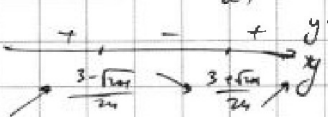
$$y = 8x^3 - 3x^2 - 8x + 4$$

$$y' = 24x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$12x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 12 = 201$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{201}}{24}$$



$$= \frac{5^2}{3} \left(\frac{5}{6} - 1 \right) - \frac{8}{3} = \frac{11}{3} - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$$

2) заметим, что

$$\frac{5}{6} \vee \frac{3 + \sqrt{201}}{24}$$

$$20 \vee 3 + \sqrt{201}$$

$$17 \vee \sqrt{201}$$

$$289 \vee 201$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \vee \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{3} \vee \frac{5}{3}$$

$$27 \vee 25$$

$$\cos \frac{\pi}{7} > \cos \frac{\pi}{6}, \text{ т.к. } 0 < \frac{\pi}{7} < \frac{\pi}{6}$$

$$3) y\left(\frac{5}{6}\right) = 8 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 - 8 \cdot \frac{5}{6} + 4 =$$

$$= \left(\frac{5}{3}\right)^3 - \frac{5^2}{2 \cdot 6} - \frac{20}{3} + \frac{12}{3} = \frac{5^3}{3} - \frac{5^2}{4 \cdot 3} - \frac{8}{3} =$$

2) заметим, что

$$\frac{41}{48} \vee \frac{3 + \sqrt{201}}{24}$$

$$\frac{41}{48} \vee \frac{1}{6}$$

$$41 \vee 8 + 2\sqrt{201}$$

$$35 \vee 2\sqrt{201}$$

$$900 + 25 \vee 4 \cdot 201$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \vee \frac{41}{48}$$

$$24\sqrt{3} \vee 41$$

$$576 \cdot 3 \vee 1681$$

$$1500 \cdot 201 \vee 1681$$

$$\cos \frac{\pi}{7} > \cos \frac{\pi}{6}, \text{ т.к. } 0 < \frac{\pi}{7} < \frac{\pi}{6}$$

$$y\left(\frac{41}{48}\right) = 8 \cdot \left(\frac{41}{48}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{41}{48}\right)^2 -$$

$$8 \cdot \frac{41}{48} + 4 = \frac{41^3}{24^3} - \frac{41^2}{16 \cdot 48} - \frac{17}{6} =$$

$$= \frac{41^3}{36 \cdot 2} - \frac{23 \cdot 41^2}{3 \cdot 2 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 2) \cdot 6} - \frac{17}{6} =$$

$$= \frac{23 \cdot 41^3 - 17 \cdot 8^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2}{8^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{23 \cdot 41^3 - 17 \cdot 48^2}{8^2 \cdot 3^3} = \frac{1681 \cdot 23 - 17 \cdot 2304}{8^2 \cdot 3^3}$$

$$\frac{6}{7} \vee \frac{3 + \sqrt{201}}{24}$$

$$6 \cdot 24 \vee 3 \cdot 7 + 2\sqrt{201}$$

$$123 \vee 7\sqrt{201}$$

$$123^2 \vee 49 \cdot 201$$

$$15129 \vee 9849$$

$$15129 \vee 9849$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \vee \frac{6}{7}$$

$$7\sqrt{3} \vee 12$$

$$49 \cdot 3 \vee 144$$

$$147 \vee 144$$

$$\cos \frac{\pi}{7} > \cos \frac{\pi}{6}, \text{ т.к. } 0 < \frac{\pi}{7} < \frac{\pi}{6}$$

$$y\left(\frac{6}{7}\right) = 8 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^2 - 8 \cdot \frac{6}{7} + 4 =$$

$$= \left(\frac{12}{7}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^2 - \frac{20}{7} = \left(\frac{6}{7}\right)^2 \left(\frac{6}{7} - 8\right) =$$

$$= \frac{27}{7} - \frac{20}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

$$= \frac{1}{7} \left(\frac{6}{7}\right)^2 \left(27 - 20\right) = \frac{1}{7} \left(\frac{6}{7}\right)^2 \cdot 7 = \frac{36}{49} > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

506

Заметим, что если любые 4 точки $\in (\beta)$, то $\beta = \alpha$.

Пусть $A, B, C, D \rightarrow T$, не лежащие в плоскости (α) , тогда $\exists (\beta): A, B, C, D \in \beta$.

1. 1-ая тетраэдра - $ABCD$.

(точка A, B, C, D)

2. Верно, что для каждой из них можно построить инт. на тетраэдр с вершинами

только из (α) , т.е. A, B, C или D - одна вершина, а две вершины γ .

тогда, тетраэдр γ .

$$4 \cdot \left(\frac{8! \cdot 7! \cdot 6!}{3!} + \frac{8! \cdot 7! \cdot 6! \cdot 5!}{4!} + \frac{8! \cdot 7! \cdot 6! \cdot 5! \cdot 4!}{5!} \right)$$

A, B, C, D

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{7!} +$$

выбирая
тетраэдр γ

тетраэдр γ

тетраэдр γ

тетраэдр γ

тетраэдр γ

$$+ \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{8!} \Big) = 4 \cdot (56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1) = 219 \cdot 4 =$$

тетраэдр γ

$= 876$

если 2 вершины γ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

522

$$1) x \lg 25 + y \lg 75 + z \lg 125 = \lg 45 \quad | : \lg 5 (20)$$

$$x \lg_5 25 + y \lg_5 75 + z \lg_5 125 = \lg_5 45$$

$$2x + y(2 + \lg_5 3) + 3z = 1 + \lg_5 9 = 1 + 2\lg_5 3$$

$$2x + 2y + 3z - 1 = \lg_5 3 \cdot (2 - y)$$

т.к. $x, y, z \in \mathbb{Z}$, то $2x + 2y + 3z - 1, 2 - y \in \mathbb{Z}$ и $\lg_5 3 \cdot (2 - y) \in \mathbb{Z}$, то
возможно только при $2 - y = 0$, т.к. $\lg_5 3 \notin \mathbb{Z}$. $\Rightarrow y = 2$.

2) подставим $y = 2$, получаем:

$$2x + 2 \cdot 2 + 3z - 1 = 0$$

$$3 + 3z + 2x = 0$$

т.к. $3, 3z, 0 : 3$, то $2x : 3$, т.е. $x : 3$.

$$A = x^2 + y^2 + z^2 = 4 + (x^2 + z^2)$$

Заметим, что A минимально, когда $(x^2 + z^2)$ минимально (т.к. мы ограничены y).

или $|x| \geq 3, x^2 + z^2 \geq 9$.

пусть проверим $|x| \leq 3$, и $x : 3$, и $x \in \mathbb{Z}$, т.е. $x = 0$:

$$3 + 3z + 2 \cdot 0 = 0, \text{ и тогда } x^2 + z^2 = 0^2 + (-1)^2 = 1 < 9$$

$$z = -1$$

(для остальных $x, |x| \geq 3$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{наименьший ответ } (x^2 + y^2 + z^2)_{\min} = 0^2 + 2^2 + (-1)^2 = 5$$

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

откуда:

$$y(\cos \frac{\pi}{8}) > (\cos \frac{\pi}{8}) = y(\frac{\sqrt{2}}{2}) > y(\frac{\pi}{8}) > 0 \quad (\text{т.к. на } [\frac{\pi}{8}; \infty) - y - \text{выпуклая})$$

$$\Rightarrow \text{откуда: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}.$$

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}.$



$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 41 \\ \hline 1681 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 576 \\ + 4 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$27 - \frac{20 \cdot 47}{36} = 9.20$$

$$\begin{array}{r} 27 \cdot 36 \\ 9 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 4 \\ 81 \cdot 12 \\ 810 = 162 \end{array}$$

$$5 - 4 \sin \frac{2\pi}{14}$$

$$5 - 7 \cos \frac{\pi}{7} \quad \sqrt{3} \cos \frac{2\pi}{7} - 4 \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$y = 2 \times 3 - 3 \times 2 - 8x + 9 \quad \forall 0$$

$$y' =$$

$$\begin{array}{c} + \quad + \quad + \\ 3 - \sqrt{101} \quad 0.18 \quad 3 + \sqrt{101} \\ \hline 24 \quad \quad \quad 24 \\ \approx \frac{12}{24} \end{array}$$

$$8 - 3 - 8 + 9 = 1$$

$$1 - \frac{3 \cdot 0.25 - 4 \cdot 4}{0.75} \quad 2\pi, \sqrt{}$$

$$\frac{7}{8} > \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{144}{-21} = \frac{17}{24} \quad \cos \frac{\pi}{7}$$

$$6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\frac{144}{-21} = \frac{17}{24} \quad \cos \frac{\pi}{7}$$

$$\frac{6}{7} < \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{3 + \sqrt{101}}{24} \quad \frac{12 \sqrt{753}}{144 \sqrt{47.3}} \quad \frac{12 \sqrt{753}}{144 \sqrt{47.3}}$$

$$\left(\frac{3 + \sqrt{101}}{24} \right)^2 = \frac{210 + 6\sqrt{101}}{24^2}$$

$$\frac{35 + \sqrt{101}}{4 \cdot 24}$$

$$\left(\frac{3 + \sqrt{101}}{24} \right)^3 = \frac{35 + \sqrt{101}}{4 \cdot 24} \cdot \frac{3 + \sqrt{101}}{24}$$

$$\frac{105 + 38\sqrt{101} + 201}{4 \cdot 24^2} = \frac{153 + 19\sqrt{101}}{2 \cdot 24^2}$$

$$\frac{153 + 19\sqrt{101}}{2 \cdot 24^2} - 8 \cdot \frac{35 + \sqrt{101}}{4 \cdot 24} - 8 \cdot \frac{3 + \sqrt{101}}{24} + 4 \quad \forall 0$$

$$\frac{17^3}{24^3} - 3 \cdot \frac{17^2}{24^2} - 8 \cdot \frac{17}{24} + 4 \quad \forall 0$$

$$\frac{17^3}{24^3} - 3 \cdot \frac{17^2}{24^2} - \frac{5}{3} \quad \forall 0$$

$$\frac{17^3}{24^2} - 3 \cdot \frac{17^2}{24^2} - 5 \quad \forall 0$$

$$14 \cdot \frac{17^2}{24^2} - 5 \quad \forall$$

$$14 \cdot 17^2 \sqrt{5 \cdot 24^2}$$

$$14 \cdot 289 \sqrt{120 \cdot 24}$$

$$2890 \quad 2880 \quad 12 \cdot 2$$

$$289 \times 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{153+19\sqrt{201}}{8.24} - \frac{35+\sqrt{201}}{4.8} - \frac{3+\sqrt{201}}{3} + 4\sqrt{10}$$

$$(153+19\sqrt{201}) \cdot 2 - (35+\sqrt{201}) \cdot 9 - (3+\sqrt{201}) \cdot 32 \cdot 3 + 4 \cdot 6 \cdot 24 \cdot 2 \sqrt{10}$$
$$306 + 38\sqrt{201} - 35 \cdot 9 - 9\sqrt{201} - 9 \cdot 32 - 32 \cdot 3 \sqrt{201} + 9(1.2 \cdot 8 \cdot 2) \sqrt{10}$$
$$\frac{3 \cdot 102}{9 \cdot 34} \quad 9(34 - 35 - 32 + 128)$$

$$\frac{237}{41} \times \frac{17}{48}$$

$$9.95 + \sqrt{201} \left(\frac{38-9-32 \cdot 3}{29-96} \right) \sqrt{10}$$
$$-67$$

$$\frac{94}{30} = \frac{47}{15}$$

$$9.2 \approx 18$$

$$\frac{41-18}{18} = \frac{9.95 \sqrt{201}}{18} \cdot 67$$

$$31-8=23 \quad 81 \cdot 25 \cdot 361 \sqrt{201} \cdot 67^2$$
$$(26^2=1) \quad 27$$

$$\frac{26}{26} = 1$$

$$216393 + 3 \cdot 420 \cdot 67 + 3 \cdot 60 \cdot 7(60+7)$$
$$27 \cdot 25 \cdot 361 \sqrt{201} \cdot 67^2$$

$$\cos \frac{\pi}{8} < \cos \frac{\pi}{7} < \cos \frac{\pi}{6}$$

$$\sqrt{296793}$$

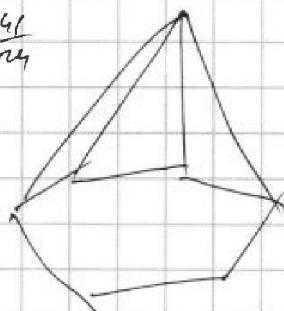
$$\frac{41}{24}$$

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{11}{36} - \frac{8}{3} \sqrt{10}$$

$$53.11 \sqrt{8.36}$$

$$\frac{67}{67} \times \frac{67}{67} = 1$$
$$\frac{409}{402} \times \frac{4429}{67} = 31003$$
$$\frac{26574}{296743}$$

$$\frac{361}{27} = 13.37$$
$$\frac{2527}{222} = 11.38$$
$$\frac{9747}{25} = 389.88$$
$$\frac{48735}{19494} = 2.5$$

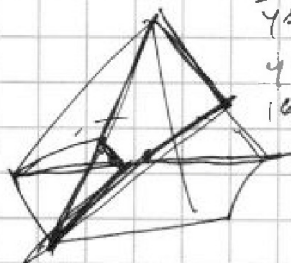


$$11 \cdot 25 \sqrt{8.36}$$

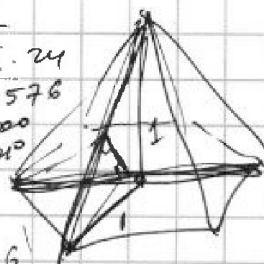
$$\frac{25}{25} = 1$$

$$\frac{36}{8} = 4.5$$

$$-\frac{41}{6} + \frac{24}{6} = \frac{288}{6}$$



$$\frac{41}{48} \sqrt{3} = 2$$
$$41 \sqrt{3} \cdot 24$$
$$168 \sqrt{3} \cdot 576$$
$$1500 + 20$$



$$\frac{360}{42} = 8.57$$

$$\frac{61^2}{61} = 61$$
$$\frac{366}{3721}$$

$$\frac{47}{47} = 1$$
$$\frac{329}{188} = 1.75$$
$$\frac{2209}{1440} = 1.53$$
$$\frac{3649}{3600} = 1.01$$

$$8.3 \cdot 3$$

$$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$$

$$\frac{41}{48} \sqrt{3} = 2$$

$$8 \cdot 2 \cdot 8 \cdot \frac{41}{3}$$

$$41 \sqrt{3} \cdot 24$$
$$49.3 \sqrt{3}$$

$$8^2 - 3$$

$$\frac{2}{3} \sqrt{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{2}$$

