



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



X [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

X [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

X [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.

X [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.

X [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?

X [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\ln 6 = 2 \ln 2, \text{ аналогично } \ln 8 = 3 \ln 2$$

$$\ln 24 = 3 \ln 2 + \ln 3$$

$$\ln 6 = \ln 2 + \ln 3$$

перепишем:

$$4x \cdot \ln 2 + 3y \cdot \ln 2 + 3z \cdot \ln 2 + z \cdot \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

разделим на $\ln 2$

$$4x + 3y + 3z + z \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} (1 - z) = \log_2 3 (1 - z)$$

слева — целое число, т.к. x, y, z — целые.
справа — тоже должно быть целое,
но очевидно $\log_2 3$ — не целое, значит
 $1 - z = 0 \Rightarrow \boxed{z = 1}$

$$4x + 3y + 3 - 1 = 0$$

$$4x + 3y = -2$$

$$4x + 2 \equiv 3 \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{3}$$

пусть S — целая часть при делении x на 3

$$\text{Тогда } x = 3S + 1$$

$$y = \frac{-2 - 4x}{3} = \frac{-2 - 12S - 4}{3} = -2 - 4S$$

чтобы найти наименьшее $x^2 + y^2 + z^2$
найдем наименьшее $x^2 + y^2$ т.к. z — конст.

$$x^2 + y^2 = 9S^2 + 6S + 1 + 16S^2 + 16S = 25S^2 + 22S + 5$$

пусть $f(S) = 25S^2 + 22S + 5$ — это параб. ветвь-
ит вверх, наименьшее значение достиг-
ается при $S = -\frac{22}{2 \cdot 25} = -\frac{11}{25}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть меньшее число многоества
равно x

$$\text{Тогда } M = \{x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5, x+6\}$$

пусть S_i - сумма чисел в шестёрке,
не включающей число $x+i+1$

т. е. S_i - сумма шестёрки без числа x

$$\begin{array}{ll} \text{Тогда } S_1 = 6x+21 & , \text{заменим } S_i : 3 \\ S_2 = 6x+20 & S_2 : 2 \\ S_3 = 6x+19 & S_4 : 2 \\ S_4 = 6x+18 & S_6 : 2 \\ S_5 = 6x+17 & S_4 : 3 \\ S_6 = 6x+16 & \\ S_4 = 6x+15 & \end{array}$$

т. к. числа $S_i > 6$, то все S_i , которые
делятся на 3 не являются про-
стыми. Тогда поскольку простых
сумм хотя бы две, одна из них - S_3 ,
а вторая - S_5 .

$$\text{Тогда } S_3 = p; S_5 = q$$

$$p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = 2(12x+36) = 729 \text{ очевидно,}$$

$$x = 30. \text{ Тогда } M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$

$$\text{Ответ: } M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n членов

$$a_1 = 143$$

$$d = 2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots = n \cdot a_1 +$$

$$143 + (143 + 2) + (143 + 2 \cdot 2) + (143 + 3 \cdot 2) \dots + (143 + (n-1) \cdot 2)$$

$$2(1 + 2 + \dots + (n-1))$$

$$\frac{n(n-1)}{2} \cdot 2$$

$$n \cdot a_1 + n(n-1) = 180(n-2)$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$n = \frac{40}{2} = 20$$

$$\frac{36}{2} = 18$$

$$143$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$x \cdot \ln 16 = x \cdot \ln(2^4) =$$

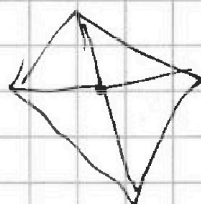
$$= 4x \cdot \ln 2$$

$$\ln 24 = \ln(2^3 \cdot 3) =$$

$$= \ln(2^3) + \ln(3) = 3 \ln(2) + \ln(3)$$

$$n(180) - 360$$

$$180(n-2)$$



$$\begin{array}{r} 180 \\ 142 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 38 \\ + 38 \\ \hline 304 \\ 114 \\ \hline 1446 \\ - 1440 \\ \hline 6 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при равенстве

$$Mx \cdot My = (MI_1 + r)(MI_1 - r) = \frac{169}{9} - r^2 = 10$$

$$r^2 = \frac{169}{9} - \frac{4900}{9} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{169}{9}} - \sqrt{\frac{4900}{9}}$$

ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$

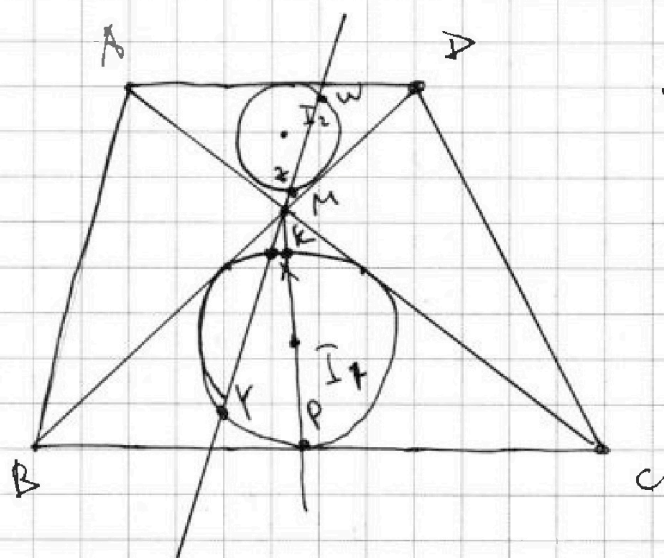


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



т.к. $\angle MCB = \angle MAD$
и $\angle MBC = \angle MDA$
 $\triangle MCB \sim \triangle MAD$
и коэф. подобия
равен двум

проведём преобразование гомотетии с
коэффициентом $\frac{1}{2}$ вокруг точки M
так, что A перейдет в E, D перейдет
в B, тогда ω_2 перейдет в ω_1 , и
 I_2 в I_1 соответственно. значит M лежит
на $I_1 I_2$, и в силу преобразования
 $\frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{1}{2}$. отсюда $I_1 M = \frac{13}{3}$; $I_2 M = \frac{13}{6}$
(и $I_1 I_2 = \frac{13}{2}$)

также т.к. Z перешло в X

$$\frac{MZ}{MX} = \frac{1}{2} \Rightarrow MZ \cdot MY = 5 = \frac{MX \cdot MY}{2}$$

$$MX \cdot MY = 10$$

проведём прямую MI_1 . пусть она
пересекает ω_1 в K и P ($KM < MP$)

тогда по т.о секущих $MX \cdot MY = MK \cdot MP$,
также заметим, что $MK = MI_1 - I_1 K =$
 $= MI_1 - r$, а $MP = MI_1 + I_1 P = MI_1 + r$

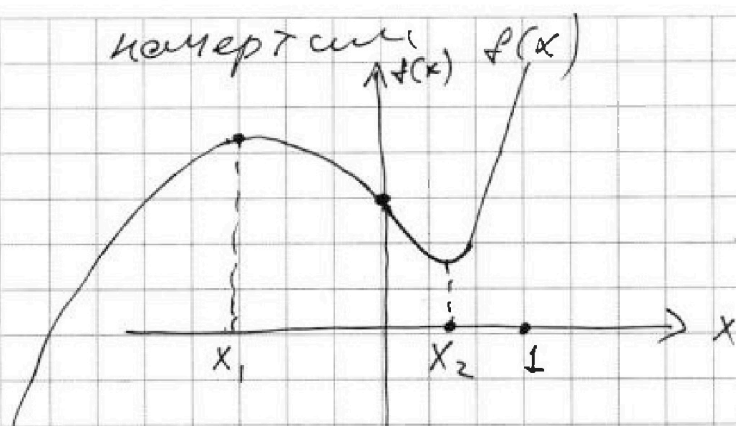


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Локальный минимум будет в точке x_2 , локальный максимум в точке x_1 . Эти значения можно найти, решив $f'(x) = 0$.

$$f'(x) = 48x^2 + 16x - 7 = 0$$

$$x_1 = \frac{-16 - \sqrt{16 \cdot 16 + 4 \cdot 48 \cdot 48}}{96} = -\frac{7}{12}$$

$$x_2 = \frac{-16 + \sqrt{16 \cdot 16 + 4 \cdot 48 \cdot 48}}{96} = \frac{1}{4}$$

нетрудно понять, что на промежутке $0 < x < \frac{1}{2}$ значение $f(x_2)$ — наименьшее из всех значений $f(x)$.

$$f(x_2) = 16 \cdot \frac{1}{64} + 8 \cdot \frac{1}{16} - 7 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 0$$

значит если $x \neq \frac{1}{4}$, то $f(x) > 0$ на промежутке $0 < x < \frac{1}{2}$.

что значит, что левая часть больше.

~~докажем, что $x \neq \frac{1}{4}$. пусть $\sin B = \frac{1}{4}$~~

~~нарисуем прямоугольный треугольник с катетами 1 и гипотенузой 4~~
очевидно, что $x \neq \frac{1}{4}$. ответ: слева больше.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть $\varphi = \frac{\pi}{14}$

преобразуем слева

$$5 - 4 \sin 3\varphi = 5 + 4(4 \sin^3 \varphi - 3 \sin \varphi) =$$

$$= 5 + 16 \sin^3 \varphi - 12 \sin \varphi$$

преобразуем справа

$$4 \cos 2\varphi - 5 \sin \varphi = 4(1 - 2 \sin^2 \varphi) - 5 \sin \varphi = 4 - 8 \sin^2 \varphi - 5 \sin \varphi$$

пусть $x = \sin \varphi$.

замечем, что $0 < \varphi < \frac{\pi}{8}$, и т.к. синус на этом промежутке монотонно возрастает, то $\sin(0) < \sin(\varphi) < \sin(\frac{\pi}{8})$.

т.е. $0 < x < \frac{1}{2}$

перенесём всё в левую часть. если полученное выражение больше нуля, то ответ будет: слева больше.

$16 \sin^3 \varphi + 8 \sin^2 \varphi - 7 \sin \varphi + 1$ поставим x .
пусть $f(x) = 16x^3 + 8x^2 - 7x + 1$

рассмотрим $g(x) = 16x^2 + 8x - 7$, т.е. $f(x) = g(x) \cdot x + 1$.
поскольку $x > 0$, то на промежутке, где $g(x)$ монотонно возрастает, такое будет монотонно возрастать и $f(x)$.

$g(x) = 0$ при $x_1 = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$

$x_2 = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{2}$

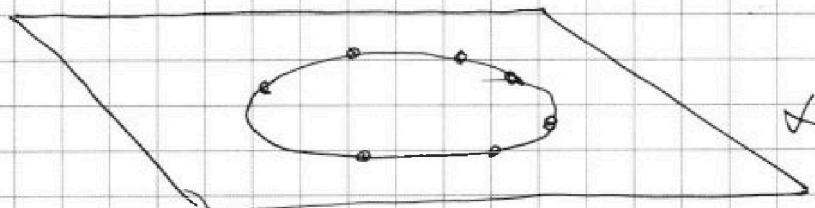


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



есть $\neq$ для любых 4 ^{вершин} точек пирамиды в одной плоскости или лежах в χ , то любая плоскость, не являющаяся χ содержит меньше 4 точек. другими словами, если мы проведем плоскость через любые три ~~то~~ вершины из пяти не лежащих на χ , то в этой плоскости из отмеченных не окажется больше ни одной.

В пирамиде с вершинами в отмеченных точках можно разделить на два типа: 1. три ^{вершин} точки вне плоскости χ и одна точка из χ (вершина из плоскости χ). 2. n вершин из плоскости χ ($n \leq 4$ и $n \geq 3$) и одна вершина не из плоскости χ . Тогда вариантов первого типа будет количество выбора 3 точек из 5 (не из χ) умножить на кол-во вариантов выбора вершины из χ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда в первом типе будет

$$C_5^2 \cdot 7 = \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot 7 = 70 \text{ вариантов}$$

во втором типе вариантов будет столько, сколько способами выбрать 4 из 7 элементов и 5 вариантов выбора вершины пирамиды (не ну!).

$$\text{тогда их } (C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) \cdot 5 =$$
$$= \left(\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 6}{2} + 4 + 1 \right) 5 =$$

$$= (7 \cdot 5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 8) 5 = (70 + 12 + 8) 5 = 99 \cdot 5 = 495$$

$$\text{всего } 70 + 495 = 565$$

Ответ: 565



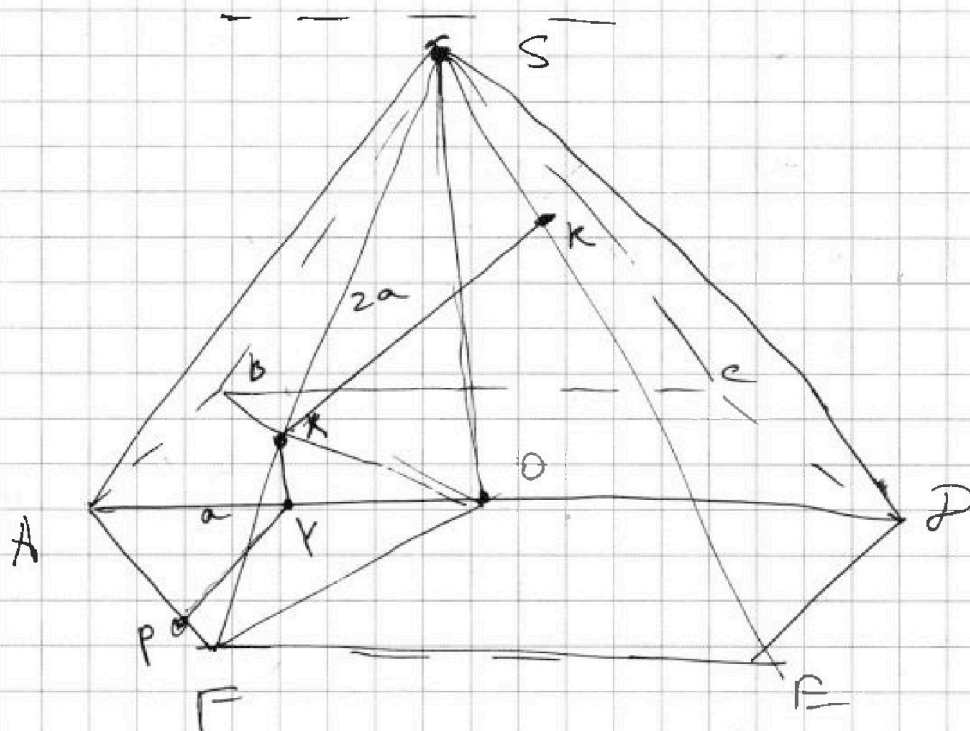
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Будем строить плоскость, параллельную плоскости ABS начиная с плоскости ABG в сторону пирамиды. Эта плоскость всегда будет пересекать SF в единственной точке и AP в единственной точке. Значит эти пересечения и будут образовывать отрезок KX . ~~Нам нужно~~
 ~~KX будет тогда~~

Заметим, что FC — диагональ правильного шестиугольника, она равна r . Тогда FCS — правильный треугольник, $\angle OFS = 60^\circ$. Заметим, что в процессе линейного увеличения расстояния между плоскостями $\perp$ и ABC также линейно увеличивается SK и AP (это можно понять, используя



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т. о пропорциональных отрезков
в плоскости APF или SFA)
пусть $AF = a$, тогда $Sx = 2a$ (т.к. увеличение
линейное нам даст достаточно двух точек
для определения коэффициента, в
первом случае, $x = S$ и $y = F$ $Ag = Sx$, значит
свободный член $= 0$, во втором случае
 $SF = 2AO$ при $x = F$; $y = 0$ $FO \parallel ABC$, значит
коэффициент равен 2)

отметим точки P и K также,

что PF — пересечение APF и $\perp$

xk — пересечение FSE и $\perp$

тогда $a < \angle APF = 60$ (т.к. $PF \parallel OF \parallel \perp$)

и $PF = a$

и $\angle xke = \angle ASE$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = -16x^3 + 8x^2 - 4x + 1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$4 - 3 = 1$$

$$\sin 3t = 3\sin t - 4\sin^3 t$$

$$5 + 16x^3 - 12x \sqrt{4 - 8x^2 - 5x} \cdot 2\sqrt{2} > 1$$

$$f(x) = 16x^3 - 8x^2 - 4x + 1$$

$$0 < x < \frac{1}{2}$$

$$16x^3 - 8x^2 - 4x$$

$$8 \pm \sqrt{64 + 448}$$

$$32$$

$$8 \pm 16\sqrt{2}$$

$$32$$

$$\frac{1-2\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{4}{2}} <$$

$$\sqrt{\frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{4}} < 1$$

$$(1+2\sqrt{2}) \sqrt{4}$$

$$4\sqrt{2} \sqrt{3}$$

$$8 < 9$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\frac{1+2\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$1+2\sqrt{2} \sqrt{2}$$

$$\frac{8}{2} + \frac{16}{8} - \frac{2}{4} - \frac{1}{2} + 1$$

$$- \frac{5}{2}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 28 \\ \hline 128 \\ 32 \\ \hline 448 \\ + 64 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$16 \cdot 16 \cdot 2$$

$$\frac{16}{8} - \frac{8}{4} =$$

$$\frac{16}{64} - \frac{8}{16} - \frac{2}{4} + 1$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 1$$

$$\frac{1}{4} - \frac{2}{4} - \frac{1}{4} + \frac{4}{4}$$

$$-1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$L, M = \frac{13}{3} = r + p$$

$$(r+p)(r-p) = Mx \cdot My = 10$$

$$p = \frac{13}{3} - r$$

$$\frac{13}{3} \left(2r - \frac{13}{3} \right) = 10$$

$$\frac{26}{3}r - \frac{169}{9} = 10$$

$$\frac{26}{3}r = 10 + \frac{169}{9} = \frac{259}{9}$$

$$r = \frac{259 \cdot 3}{26 \cdot 9} = \frac{259}{72}$$

$$16x^2 + 8x - 7$$

$$-8 \pm \sqrt{64 + 28 \cdot 16}$$

$$\frac{16x^2 + 8x - 7}{32} = \frac{16 \cdot 27}{8} + \frac{8 \cdot 9}{4} - \frac{7 \cdot 3}{2} + 1$$

$$2 \cdot 27 + 2 \cdot 9 - \frac{21}{2} + 1 = \frac{-8 \pm 16\sqrt{2}}{32}$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 2 \cdot 4 \\ 21 \\ 84 \end{array}$$

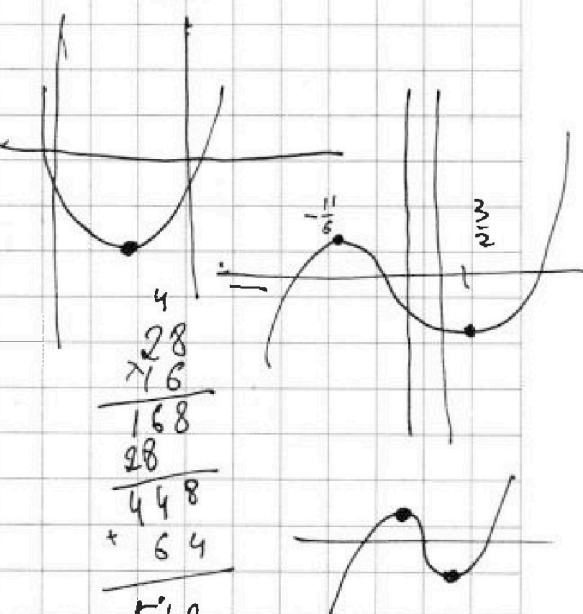
$$\begin{array}{r} 259 \sqrt{2} \\ -21 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \vee \frac{1}{4} = -\frac{11}{6}$$

$$\frac{-(\pm 10)}{6}$$

$$2\sqrt{2} \vee 1$$



$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 16 \\ \hline 168 \\ 28 \\ \hline 448 \\ + 64 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$-\frac{16}{64} + \frac{8}{16} - \frac{7}{4} + 1 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{7}{4} + 1 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{4} - \frac{7}{4} + \frac{4}{4} = -\frac{1}{4} > 0$$

$$\frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{4}$$

$$48x^2 + 16x - 7 = 0$$

$$-16 \pm \sqrt{16 \cdot 16 + 3 \cdot 16 \cdot 7 \cdot 4}$$

$$16 \cdot 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
из

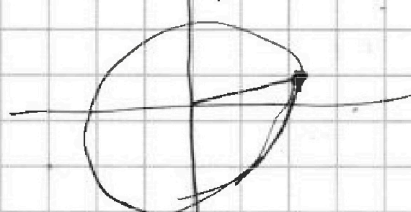
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\frac{\pi}{14} = \angle \frac{90}{4}$$

$$5 - 4 \sin 3\angle$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$



$$\frac{\pi}{14} = 12 \frac{6}{7}^\circ$$

$$4 \cos 2\angle - 5 \sin \angle$$

$$\cos 2\angle = 1 - 2 \sin^2 \angle$$

$$4 \cos \angle - 5 \sin \angle = 1 - 2 \sin^2 \angle$$

$$0 < \sin \angle < \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad | \quad 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{3}\right) = 0 \quad | \quad 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$5 - 16 \sin^3 \angle - 4 \sin \angle \quad \checkmark$$

$$5 - 16 \sin^3 \angle - 12 \sin \angle \quad \checkmark \quad 4 - 8 \sin^2 \angle - 5 \sin \angle$$

$$1 - 16 \sin^3 \angle + 8 \sin^2 \angle - 7 \sin \angle \quad \checkmark \quad 0$$

$$1 - 16 + 8 - 7$$

$$1 - \frac{16}{64} + \frac{8}{16} - \frac{7}{4}$$

$$1 - \frac{16}{8} + \frac{8}{4} - \frac{7}{2} \quad \checkmark \quad 0$$

$$1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{7}{4}$$

$$f(x) = -16x^2 + 8x - 7$$

$$8 \pm \sqrt{64}$$



$$x = \frac{1}{4} \text{ наиб. знач.}$$

$$1 + \frac{1}{4} - \frac{7}{4} = -\frac{1}{2}$$

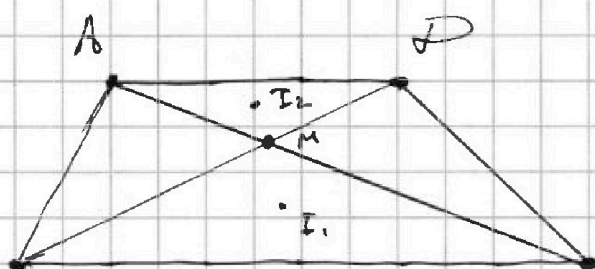


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2Mz = Mx$$

$$2Mw = My$$

$$2Mz \cdot My = 2Mw \cdot Mx$$

$$2Mz \cdot My = Mx \cdot My$$

$$Mx \cdot My = \frac{20}{13}$$

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$Mz \cdot My = 5$$

I_1, I_2 проходят
через M

$$2AD = BC$$

$$\angle MB = \angle MAD$$

$$MS^2 = \frac{8}{2} 10$$

$$MS = \sqrt{\frac{8}{2} 10}$$

$$w_1 = 2w_2$$

$$2I_2 M = I_1 M$$

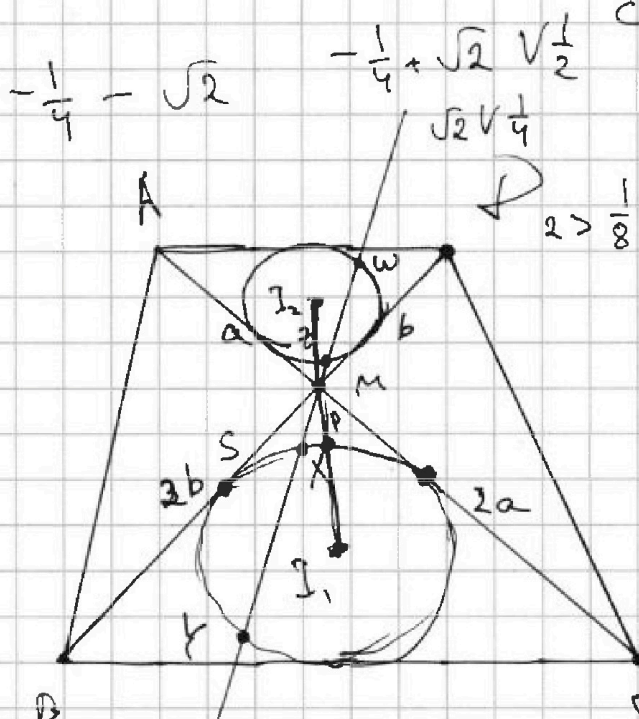
$$I_2 M = I_1 I_2 - I_1 M$$

$$2I_1 I_2 - 2I_1 M = I_1 M$$

$$13 = 3I_1 M$$

$$I_1 M = \frac{13}{3}$$

$$I_2 M = \frac{13}{6}$$



$$\frac{-1 \pm 4\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{-8 \pm \sqrt{16 \cdot 4 + 16 \cdot 28}}{32}$$

$$\frac{169}{18}$$

$$\frac{-8 \pm 18\sqrt{32}}{32}$$

$$\frac{-1 \pm 2\sqrt{32}}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Также x , при котором достигается минимум функции на промежутке $0 < x < \frac{1}{2}$ будет совпадать. (это также можно найти получив большее решение $f'(x) = 0$)

минимум $g(x)$ достигается при $x_0 =$

$$\frac{\cos \frac{\pi}{84}}{\cos \frac{\pi}{12}} + \frac{\sin \frac{\pi}{84}}{\sin \frac{\pi}{12}} = 16 + 2$$

$$\frac{144 + 2^4}{168}$$

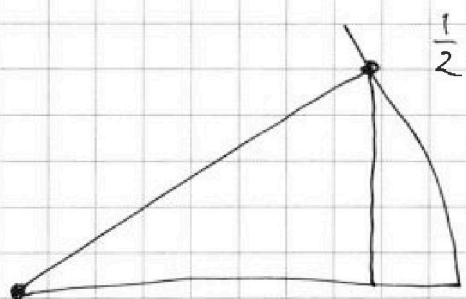
$$\frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{t} = \frac{\pi}{12}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{12} - \frac{1}{14}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{2}{168} = \frac{1}{84}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$$

$$t = 84$$



$$\frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} = 2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$$

пусть это так

$$\sin \frac{\pi}{14} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{2}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{84} \right) = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{84} + \sin \frac{\pi}{84} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

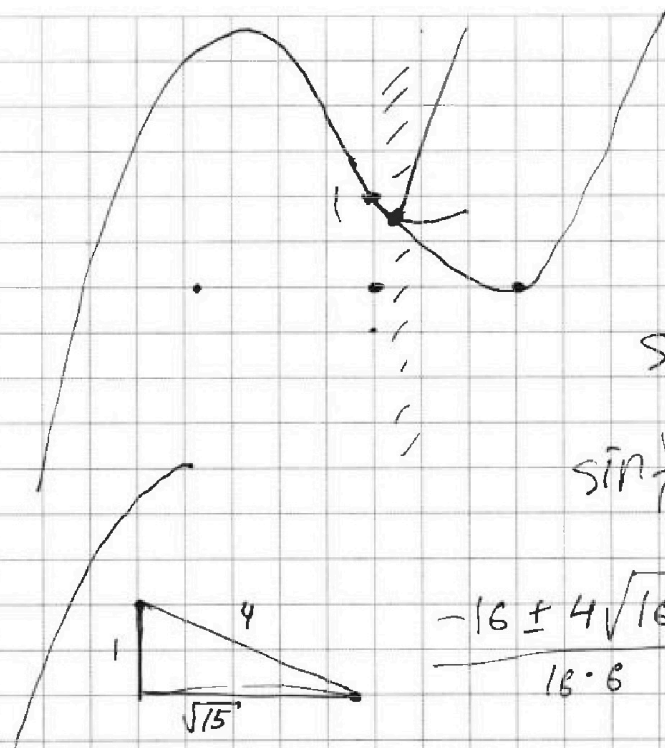


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \frac{5\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\sin \frac{5\pi}{14}$$

$$\frac{-16 \pm 4\sqrt{16+84}}{16 \cdot 6}$$

$$\frac{-16 \pm 40}{16 \cdot 6}$$

$$\frac{-4 \pm 10}{4 \cdot 6}$$

$$\frac{-2 \pm 5}{12}$$

$$\frac{3}{12}$$

$$\frac{16}{64} + \frac{8}{16} - \frac{7}{4} + 1$$

$$\frac{-7}{12} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{7}{4} + 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{7}{4} + 1 > 0$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} - \frac{7}{4} + \frac{4}{4} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 = 9s^2$$

4.9

$$x^2 + y^2 = 9s^2 = 125 + 4 + 4 + 16s^2 + 16s$$

11

$$f(s) = 25s^2 - 28s + 8$$



$$f'(s) = 50s - 28$$

28 - min

28 - минимум

28

$$s = \frac{28}{50} = \frac{14}{25}$$



52

при $s = 0$

$x = -2$

$y = 2$

$z = 1$

при $s = 1$

$x = 1$

$y = -2$

$z = 1$

Шестёрка

$S_4 = 9$ - сумма простых чисел

найдем p и q такие, что

$$p^2 - q^2 = 492$$

$$(p - q)(p + q) = 492 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$$

$$S_4 = 6$$

$$492 : 2$$

$$246$$

$$396 \quad 2$$

$$198 \quad 2$$

$$99 \quad 3$$

$$33 \quad 3$$

$$11$$

p - нечет
 q - чет

$$6 \cdot 52 = 312$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x \cdot \ln(2) + 3y \cdot \ln(2) + 3z \cdot \ln(2) + z \cdot \ln(3) = \ln(2) + \ln(3)$$

$$\ln(16) = \ln(2) + \ln(8)$$

$$\ln(8) = \ln(2) + \ln(4)$$

$$\ln(24) = \ln(2) + \ln(12)$$

$$\ln(6) = \ln(2) + \ln(3)$$

$$\cancel{4 \ln 2} + \cancel{3 \ln 2} + \cancel{3 \ln 2} + \cancel{z \ln 3} = \ln 2 + \ln 3$$

$$5 = 3s + 1$$

$$y = \frac{-2 - 4(3s + 1)}{3}$$

$$4x + 3y + 3z + z \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$-2 - 12s - 4$$

$$-6 - 12s$$

$$-2 - 4s$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 0$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} \cdot (1 - z)$$

$$\log_2 3 (1 - z) - \text{целое}$$

$$z = 1$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + \frac{4 + 16x + 16x^2}{9}$$

$$4x + 3y + 3 - 1 = 0$$

$$f(x) = 25x^2 + 16x + 4$$

$$4x + 3y = -2$$

$$y = \frac{-2 - 4x}{3}$$



$$y = \frac{-2 - 12s + 8}{3}$$

$$4x + 2 \equiv 3$$

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x = 3s + 1$$

$$\begin{cases} y = 2 - 4s \\ x = 3s - 2 \\ z = 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3$$

$$S_0 = 7x$$

$$24x + 42 = 492$$

$$S_1 = 7x - (x-3) = 6x+3 : 3$$

$$\cancel{x=42}$$

$$S_2 = 6x+2 : 2$$

$$S_3 = 6x+1$$

$$x-3 \geq 1$$

$$\boxed{x \geq 4}$$

$$42 \cdot 10 = 24 \cdot x$$

$$24 \cdot 30 = 24 \cdot x$$

$$x=30$$

$$S_4 = 6x : 6$$

$$S_5 = 6x-1$$

$$6x+15$$

$$S_6 = 6x-2 : 2$$

$$6x+18$$

$$3 \cdot 7 = 21$$

$$S_7 = 6x-3 : 3$$

$$x, x+1, \boxed{x+2}, x+3, x+4, \boxed{x+5}, x+6$$

$$S_0 = 7x + 21$$

$$S_1 = 6x+21$$

$$S_4 = 6x+18$$

$$S_7 = 6x+15$$

~~7~~
~~7~~

1

7

$$x \geq 1$$

$$S_1 = 6x+21 : 3$$

$$p = 6x+19$$

$$S_2 = 6x+20 : 2$$

$$q = 6x+17$$

$$S_3 = 6x+19$$

$$p^2 - q^2 = (p-q)/(p+q) =$$

$$S_4 = 6x+18 : 2$$

$$= 2(12x+36) = 492$$

$$S_5 = 6x+17$$

$$S_6 = 6x+16 : 2$$

$$S_7 = 6x+15 : 3$$

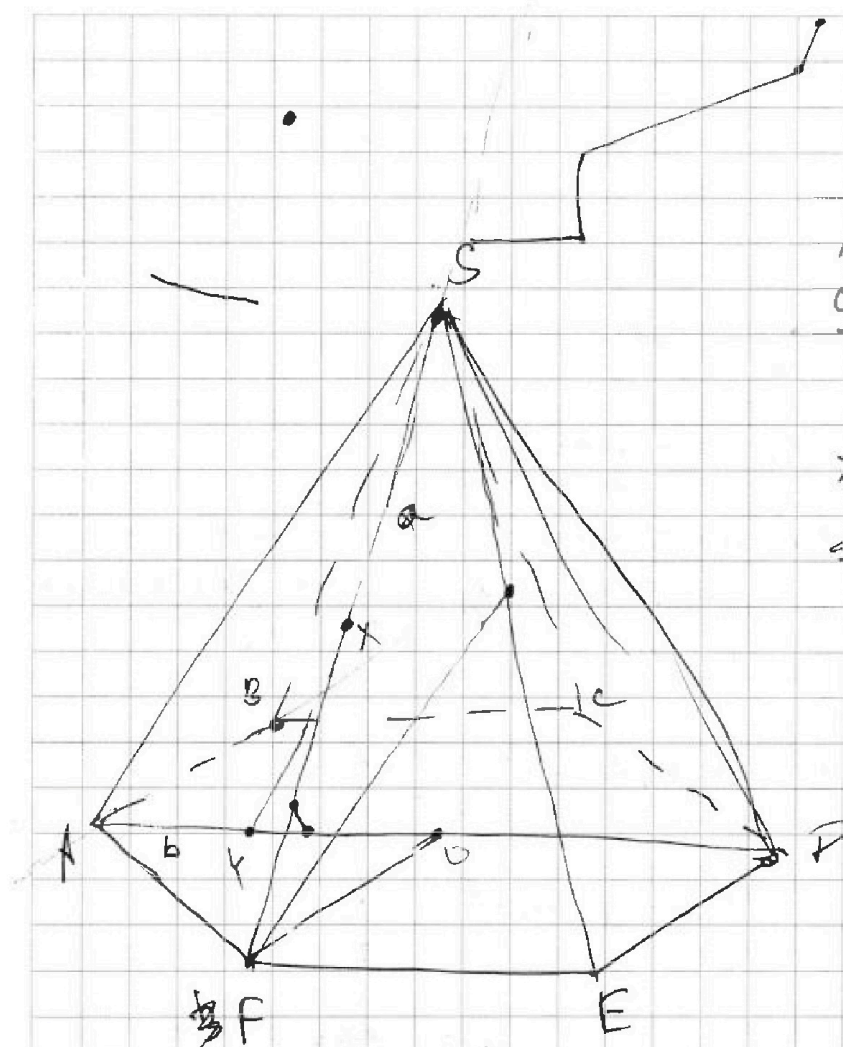


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$X \rightarrow S$

4

$Y \rightarrow A$

$X \rightarrow F$

2

$Y \rightarrow O$

$$\frac{-360 + \sqrt{36 \cdot 36 + 4 \cdot 36}}{2}$$

$$-360 + 6\sqrt{40}$$

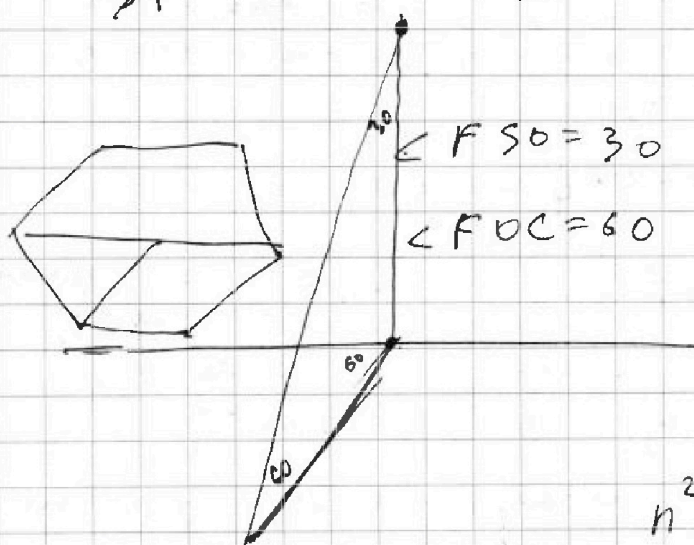
$$a \approx 26$$

$KX \perp S$

$$144n$$

$$143n^2 + n = 180n - 360$$

$$n^2 + 36n - 360 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 7 \sin \frac{\pi}{14} + 1$$

$$\frac{16 \cdot 27}{8} + \frac{8 \cdot 9}{4} -$$

$$\sin \frac{\pi}{7} = 2 \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{2}{2} \quad 5 - \frac{7}{2}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{2\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\boxed{\frac{3}{2}}$$

$$16x^3 + 8x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$\frac{16}{8} + \frac{8}{4} - \frac{7}{2} + 1$$

$$16x^2 + 8x - 7$$

$$\frac{16}{8} + \frac{8}{4} - \frac{7}{2} + 1$$

U

$$\frac{-8 \pm \sqrt{64 + 4 \cdot 7 \cdot 16}}{32}$$

64

$$\frac{-8 \pm \sqrt{64 + 28}}{32}$$

$$\frac{-8 \pm \sqrt{64 + 28}}{32}$$

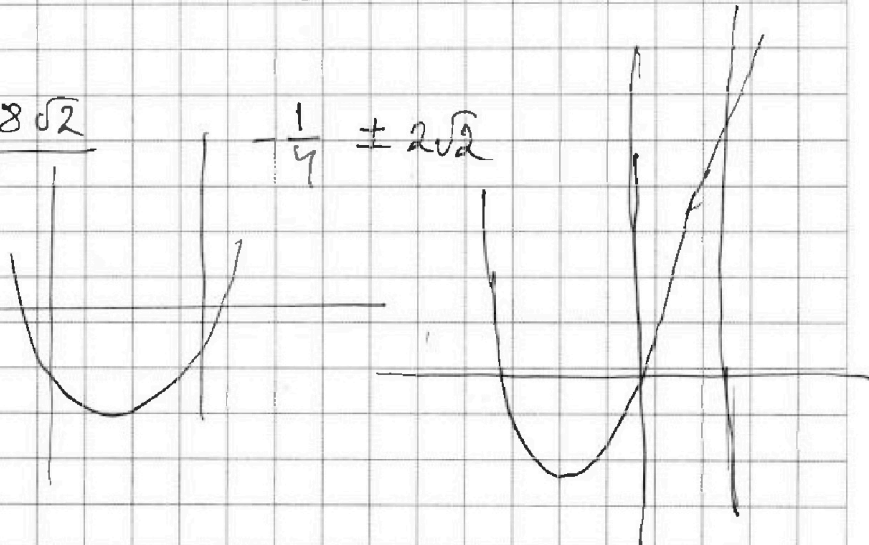
$$0 < x < \frac{1}{2}$$

$$4 + 4 - 7 = \frac{-1 \pm \sqrt{80}}{4}$$

$$-\frac{1}{4} \pm 2\sqrt{2}$$

$$\frac{16}{4} + \frac{8}{2} - 7$$

$$\frac{1}{2} - 7$$





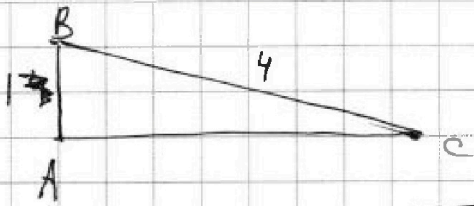
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

3 из 3

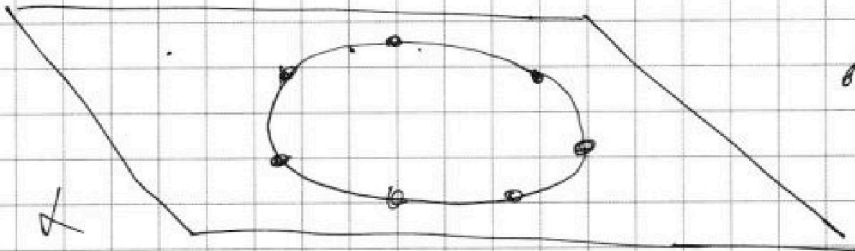
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



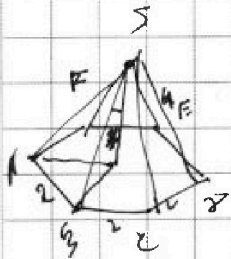
Здесь $\sin \angle BCA = \frac{1}{4}$, значит $\angle BCA = \beta$, т.к. $\angle BCA < 90$

тогда $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{15}$
по т. косинусов

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos \beta$$



1. основание
в одной плоскости

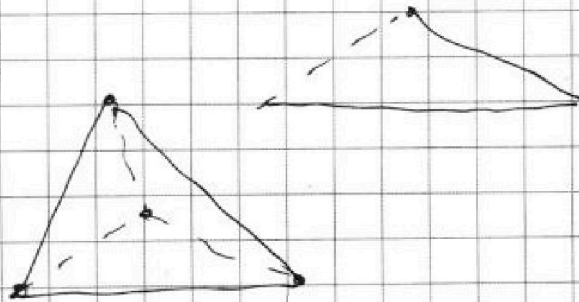


$$C_5^3 \cdot 4 + 5(C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7)$$

$$\frac{4!}{3! \cdot 2!}$$

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!}$$

$$\frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$



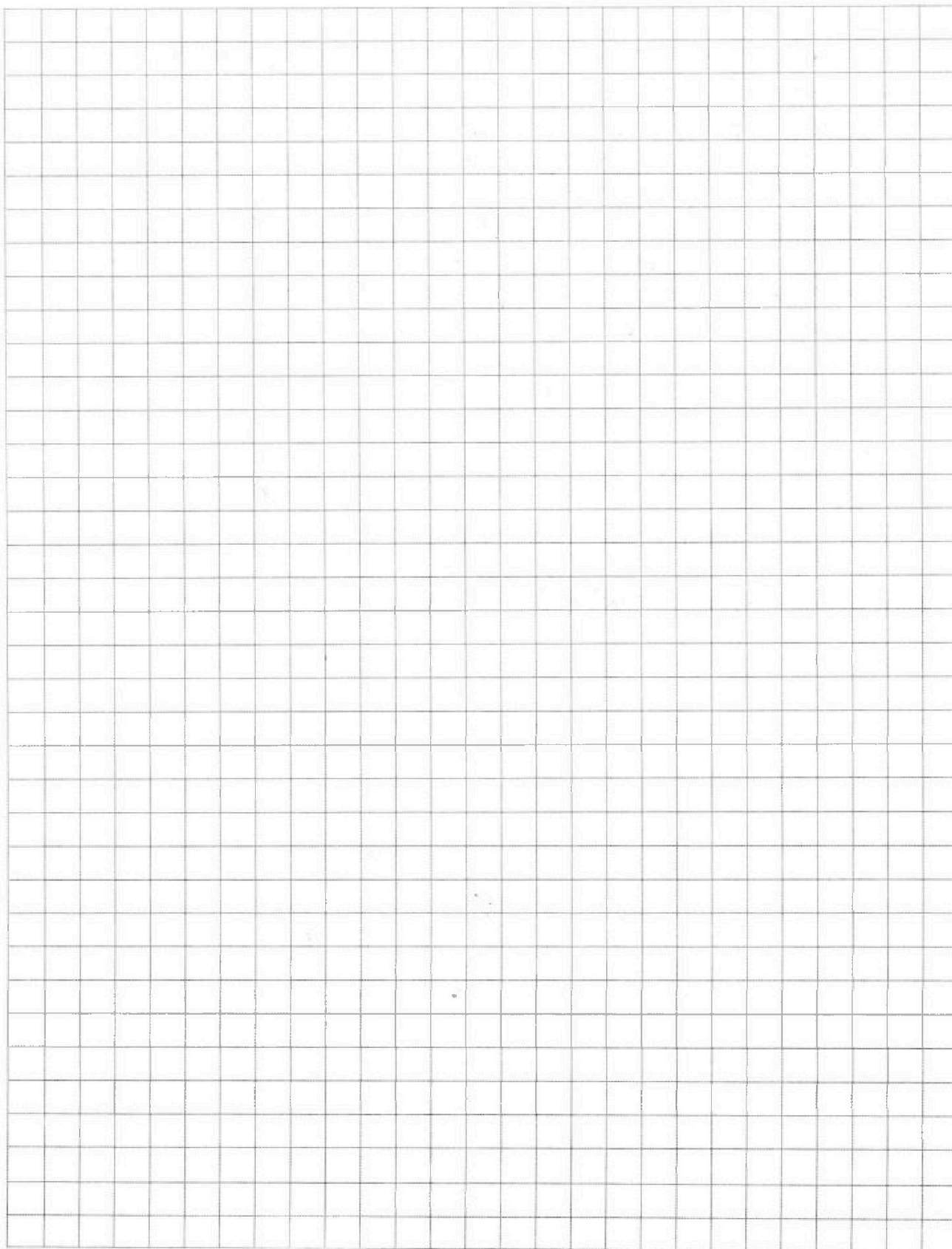


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть n вершин.
тогда сумма углов $= (n-2) \cdot 180$

запишем сумму прогрессии:

$$143 + (143+2) + (143+2 \cdot 2) + \dots + (143 + (n-1) \cdot 2) =$$
$$= 143 \cdot n + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = 143n + n(n-1) = n^2 + 142n$$

приравняем: $(n-2)180 = 180n - 360 = n^2 + 142n$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n_1 = 20$$

$$n_2 = 18$$

ответ: 20 вершин



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к. s - целое, рассмотрим ближайшие целые значения k к $s = -\frac{11}{25}$. В любых других целых значениях $f(s)$ будет больше.

I при $s=0$

$$\begin{aligned}x &= 1 \\y &= -2 \\z &= 1\end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6$$

II при $s=-1$

$$\begin{aligned}x &= -2 \\y &= 2 \\z &= 1\end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

В I случае ответ меньше, значит это и будет ответ на задачу.

Ответ: 6