



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим 2 случая: когда наша прогрессия возрастает, и когда убывает.

$$1. a_1 = 132, a_2 = 134, \dots, a_n = 132 + 2(n-1)$$

$$S_n = \frac{(132 + 132 + 2(n-1)) \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$132n + n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 48n + 360 = 0 \Rightarrow D = 48^2 - 4 \cdot 360 = 2304 - 1440 = 964 = 31^2$$

$$n_1 = \frac{48 - 31}{2} = 9 \quad n_2 = \frac{48 + 31}{2} = 40 \quad 40 > 9$$

След-но в этом случае макс. кол-во вершин многоугольника равно 40, но как многоугольник выпуклый и 40 вершин быть не может, иначе макс. угол $= 132 + 2 \cdot 38 > 180^\circ$

$$2. a_1 = 132, a_2 = 130, \dots, a_n = 132 - 2(n-1)$$

$$S_n = \frac{(132 - 2(n-1)) \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$132n - n^2 = 180n - 360 \Rightarrow n^2 + 48n - 360 = 0$$

$D = 48^2 - 4 \cdot (-360) = 2304 + 1440 = 3744$, $\sqrt{D}$ иррационален $\Rightarrow$ это уравнение не имеет целых корней $\Rightarrow$ многоугольник возможно построить только в первом случае $\Rightarrow$ макс. кол-во вершин $= 9$

Ответ: Максимальное число вершин этого многоугольника 40

Ответ: Максимальное число вершин многоугольника 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z =$$

$$= \ln(25^x 75^y 125^z) = 45 \Rightarrow \ln 45 \Rightarrow 25^x 75^y 125^z = 45$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \Rightarrow 5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5^2 \cdot 3^2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 4$$

$$\text{Если } x^2 + y^2 + z^2 = 4, \text{ то } x, z = 0 \Rightarrow 5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5^2 \cdot 3^2 > 45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 4 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$$

$$\text{Пример, когда } x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

$$x = 0, y = 2, z = -1. \quad 5^{2x+2y+3z} \cdot 3^y = 5^{4-3} \cdot 3^2 = 5 \cdot 3^2 = 45$$

$$\text{Ответ: } x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$$

равенство, например при
 $x = 0; y = 2; z = -1$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что разность любых 2 ^{различных} элементов M - натуральные числа от 1 до 6.

$p^2 - q^2 = (p-q)(p+q)$. p и q ^{суммы элементов} подмножества M мощности 6 $\Rightarrow$ пересекаются по 5 элементам, т.к. p и q различны. $\Rightarrow$ Если $M = \{a_1, a_2, \dots, a_7\}$, то

$p - q = a_i - a_j$, поскольку все остальные элементы сумм будут у них равны. $\Rightarrow p - q \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 Если $p - q = 2$, то $p + q = \frac{180}{p-q} \Rightarrow 2 \Rightarrow (p-q) + (p+q) = 2 \Rightarrow 2p = 2$
 Противоречие. $\Rightarrow p - q \in \{2, 4, 6\}$. $p, q \in \mathbb{N}$

Если $p - q = 4$, то $p + q = \frac{180}{4} = 45 \Rightarrow (p-q) + (p+q) = 49 \Rightarrow 2p = 49 \Rightarrow p = 24.5$
 $q = p - 4 = 20.5 = 7 \cdot 1.4$ - не целое. Противоречие.

Если $p - q = 6$, то $p + q = \frac{180}{6} = 30 \Rightarrow 2p = 36 \Rightarrow p = 18$. Противоречие $\Rightarrow p - q = 2$. $\Rightarrow p + q = 45 \Rightarrow 2p = 54 \Rightarrow p = 27$; $q = 25$ - оба простые числа. Пусть $a_7 > a_6$ $a_7 = a_6 + 1 = a_5 + 2 = \dots = a_1 + 6$. $\Rightarrow$
 $a_1 + a_2 + \dots + a_6 \leq q < p \Rightarrow \frac{(a_1 + a_1 + 5) \cdot 6}{2} < 27 \Rightarrow 6a_1 < 256 < \frac{258}{6}$
 $a_1 < \frac{256}{6} \Rightarrow a_1 \leq \frac{252}{6} = 42$
 $(a_1, 6 | \mathbb{N})$

Заметим, что $p > q \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_6$

$a_2 + \dots + a_7 \geq p > q \Rightarrow (a_1 + a_2 + \dots + a_6) + a_7 \geq p > q$

Пусть $a_1 < 42 \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_6 \leq \frac{(41 + 2 + 5) \cdot 6}{2} = 87 \cdot 3 = 261 < p - 6$
 Противоречие $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = 42; a_2 = 43; \dots a_7 = 48$

$$42 + 43 + 45 + 46 + 47 + 48 = 271$$

$$42 + 43 + 44 + 45 + 47 + 48 = 269$$

Ответ: $M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

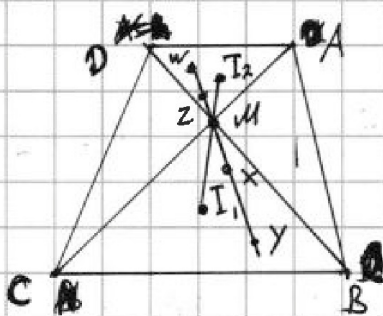


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4

$$AD \parallel BC \Rightarrow \angle MDA = \angle MBC$$

$$\angle BMC = \angle AMD \Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle BMC$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{BM}{DM} = \frac{CM}{AM} \quad \frac{BC}{AD} = 2$$

$$BM = 2DM, CM = 2AM$$

Рассмотрим векторы с центром в M

и коэф. $-\frac{1}{2}$. Тогда $B \rightarrow D, C \rightarrow A, M \rightarrow M \Rightarrow \triangle BMC \rightarrow \triangle AMD \Rightarrow w_1 \rightarrow w_2 \Rightarrow I_1 \rightarrow I_2 \Rightarrow I_1, M, I_2$ коллинеарны.

$$MI_1 = 2MI_2 \quad 3MI_2 = 8 \quad (I_1, I_2 = 8) \Rightarrow MI_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$$

$$w_1 \rightarrow w_2 \Rightarrow MY \rightarrow MW, MX \rightarrow MZ \Rightarrow MX = 2MY, MX = 2MZ$$

$$MX \cdot MX = 2MY \cdot MX = 2 \cdot 9 = 18.$$

$\deg w, M = MI_1^2 - r_1^2$, где r_1 - радиус w_1 , но $\deg w, M$ не зависит от выбора прямой $\Rightarrow \deg w, M = MX \cdot MX = MI_1^2 - r^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 18 = \frac{256}{9} - r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{256}{9} - 18 = \frac{256}{9} - \frac{162}{9} = \frac{94}{9} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

$$\Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{94}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ: радиус w , равен $\frac{\sqrt{94}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$4 \cos \frac{3\pi}{7} = 4 \cos \frac{6\pi}{14} = 4 \cos(2 \cdot \frac{3\pi}{14}) = 4(\cos^2 \frac{3\pi}{14} - \sin^2 \frac{3\pi}{14}) = 4(1 - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14}) =$$

$$= 4 - 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$4 \sin \frac{9\pi}{14} = 4 \sin(3 \cdot \frac{3\pi}{14}) = 4(2 \sin^3 \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{3\pi}{14})$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 - 8 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin \frac{3\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 + 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$8 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} - \sin \frac{3\pi}{14} \vee 9$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} (8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 8 \sin \frac{3\pi}{14} - 1) \vee 9$$

$$P(x) = 8x^2 + 8x - 1 \Rightarrow \sin \frac{3\pi}{14} P(\sin \frac{3\pi}{14}) \vee 9 \quad P(\frac{\sqrt{2}}{2}) P(\sin \frac{3\pi}{14})$$

$$P'(x) = 16x + 8 \Rightarrow \text{вершина параболы } m = -2 \Rightarrow P(x) \text{ возр. при } x \in [-2; +\infty)$$

$$\frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12} = \frac{\pi}{4}. \text{ На } [0; \frac{\pi}{2}] \sin x \text{ возр.} \Rightarrow \sin \frac{3\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \frac{3\pi}{14} P(\sin \frac{3\pi}{14}) < \frac{\sqrt{2}}{2} P(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (4 + 4\sqrt{2} - 1) < \frac{\sqrt{2}}{2} (4 + 4 \cdot 1.5 - 1) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 9 < 9, \text{ т.к. } \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что любые 4 точки, не лежащие в одной плоскости образуют выпуклую пирамиду, поэтому способ выбрать пирамиду из 4 точек можно посчитать как количество способов выбрать 4 точки ^{лежащие} кол-во способов выбрать 4 точки, лежащие в одной плоскости.

След-но всего таких пирамид $C_{12}^4 - C_8^4$.

Если в основании лежит пирамида, лежит n-угольник, где $n > 3$, то все эти n точек лежат в одной плоскости. А значит в 2. Тогда всего таких пирамид $C_8^4 \cdot 4 + C_8^5 \cdot 4 + \dots + C_8^8 \cdot 4$ (способы выбрать точки для основания + способы выбрать вершину пирамиды).

$$\text{След-но всего пирамид } C_{12}^4 - C_8^4 + 4(C_8^4 + C_8^5 + \dots + C_8^8) = C_{12}^4 - C_8^4 + 4(2^8 - C_8^3 - C_8^2 - C_8^1 - C_8^0) = C_{12}^4 - C_8^4 + 4(256 - 56 - 28 - 8 - 1) = C_{12}^4 - C_8^4 + 1040 = 495 - 70 + 1040 = 1465$$

Заметим, что никакие 3 точки из этих 12 не лежат на одной прямой. В самом деле, любые 3 в 2 лежат на одной окр. $\Rightarrow$ никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Искать какие-то 3 точки, не все из которых лежат в 2, как и раньше. Тогда возьмем какую-то 4 точку из тех, что не лежат в 2. Уже из этих 4 точек лежат в одной плоскости, отличный от 2. Противоречие. $\Rightarrow$ все пирамиды, это мы описали, выпуклые.

Всего их $C_{12}^4 - C_8^4 + 4(C_8^4 + C_8^5 + \dots + C_8^8)$

Ответ: Всего таких пирамид $(C_{12}^4 - C_8^4) + 4(C_8^4 + C_8^5 + \dots + C_8^8)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что $x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$. Пусть $x^2 + y^2 + z^2 < 5$.
Если среди них есть только модуль 2, то тогда $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, причем остальные равны нулю.
Но $2\ln 125 > 2\ln 75 > 2\ln 25 = \ln 625 > \ln 45$.

Рассмотрим случай, когда $|x|, |y|, |z| \leq 1$.
Возр. функ. $\Rightarrow \ln 5 > \ln 3$.
 $\ln 25 = 2\ln 5$; $\ln 75 = \ln 3 + \ln 25 = 2\ln 5 + \ln 3$;
 $\ln 125 = 3\ln 5$; $\ln 45 = 2\ln 3 + \ln 5$.
Если $z = -1$, то $x\ln 25 + y\ln 25 + z\ln 125 \leq \ln 25 + \ln 75 - \ln 125 = \ln 5 + \ln 3 < 2\ln 3 + \ln 5 = \ln 45$.
Если $z = 0$, то $x, y \neq 0$ ($\ln 75 > \ln 45$; $\ln 25 < \ln 45$; $0 < \ln 45$;
отр. число $< \ln 45$). $\ln 45 > 0$; $\ln 75 > \ln 25 \Rightarrow \ln 75 y = 1$.
Если еще $x = 1$, то $\ln 75 + \ln 25 > \ln 75 > \ln 45$. Если $x = -1$, то $\ln 75 - \ln 25 = \ln 3 < \ln 45$.

Если $z = 1$, то если $x = -1$ и $y = -1$, то получаем с $z = -1$ получим,
это получили отр. значение. $\ln 25 \ln 125 - \ln 25 - \ln 75 =$
 $= \ln 125 - \ln 15$. $125 < 0$. Если $y = 1$, то $\ln 125 + \ln 75 + x\ln 25 \geq$
 $\ln 125 + \ln 75 - \ln 25 > \ln 125 > \ln 45$.

Если

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = 2x \ln 5 + y \ln 25 + y \ln 3 + 3z \ln 5 = (2x + 4y + 3z) \ln 5 + y \ln 3 = \ln 45 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

Докажем, что $\max_{(x,y,z)} \frac{2x \ln 5 + y \ln 25 + y \ln 3 + 3z \ln 5}{x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125} \geq 2$. Пусть $|x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1$

$\ln$ возр. функция $\Rightarrow \ln 5 > \ln 3$. Если $z = -1$, то $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 \leq \ln 25 + \ln 75 - \ln 125 = \ln 5 + \ln 3 < 2 \ln 5, \ln 3 = \ln 45$.

Если $z = 0$, то есть 2 случая: Если x, y одного знака, то $x, y = 1$, иначе $x \ln 25 + y \ln 75 < 0 \Rightarrow 4 \ln 5 + \ln 3 = 2 \ln 3 + \ln 5$, но $4 \ln 5 + \ln 3 > 3 \ln 5 + 2 \ln 3 > \ln 45$. Если x, y разных знаков, то м.к. $\ln 75 > \ln 25 \Rightarrow y = 1, x = -1 \Rightarrow \ln 40 \ln 5 + \ln 3 > 2 \ln 5 + \ln 5$. Противоречие. $\Rightarrow z = 1$

Если $z = 1$, то $x, y < 1$, м.к. $\ln 125 + \ln 75 + \ln 25 > \ln 125 + \ln 25 - \ln 75 = 3 \ln 5 - \ln 3$
 $2 \ln 5 < 3 \ln 5 - \ln 3 < 2 \ln 3 + \ln 5$
 $2 \ln 5 < 3 \ln 3$ $\ln 25 < \ln 27$

$$25^x 75^y 125^z = 45$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

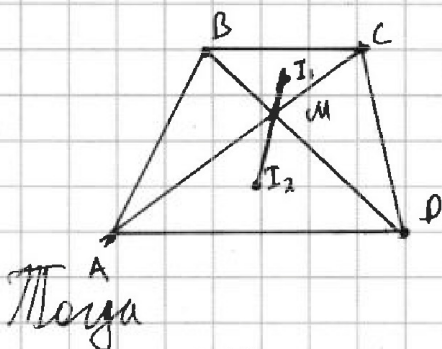
Задача 4

$$BC \parallel AD \Rightarrow \angle DBC = \angle BDA;$$

$$\angle AMD = \angle BMC \Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{1}{2} \quad \angle BMC = \angle AMD \Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle AMD$$

Рассмотрим гомотецию с коэф. $\frac{1}{2}$ и центром ~~вне~~ в точке М.



Тогда

$$C_{12}^{12} - 4$$

$$4(C_{12}^{12} + C_{12}^{11} + \dots + C_{12}^3) = 4 \cdot (2^{12} - C_{12}^2 - C_{12}^1 - C_{12}^0) = 4 \cdot (2^{12} - 79) = 2^{14} - 316 + C_4^5 \cdot 12$$

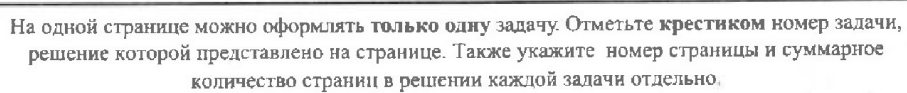
$$(C_{12}^3 \cdot 9 - C_8^4) + (C_8^4 \cdot 4 + C_8^5 \cdot 4 + C_8^6 \cdot 4 + C_8^7 \cdot 4 + C_8^8 \cdot 4)$$

$$4 \cdot 2^8 - C_8^3 - C_8^2 - C_8^1 - C_8^0$$

$$C_{12}^3 \cdot 9 + 2^8 - 233$$

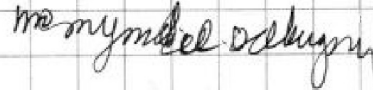
$$C_{12}^3 \cdot 8 + 2^8 - 13$$

$$\begin{array}{r} 93 \\ 12 \cdot 11 \cdot 10 \\ \hline 2 \cdot 11 \cdot 10 \\ \hline 220 \end{array}$$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$MZ \cdot KMZ = 9$ $MZ \cdot MX =$
 $KMZ^2 = 9$
 $KMI + MI^2 = 8$
 $(K+I)MI = 8$
 $MZ \cdot MW = MI^2 - r^2$
 $MX \cdot MY$
 $MI = \frac{8}{3}$
 $MI = \frac{8}{3}$
 $4,5 = \frac{64}{9} - r^2$
 $7 \frac{1}{9} = r^2$
 $2 \frac{1}{3} \cdot r^2$
 $2,5 + \frac{1}{9} = r^2$
 $2,5 + \frac{2}{9} = r^2$
 $\frac{47}{18} = r^2$

$C_4^3 \cdot 12 + C_4^4 \cdot R$
 $MZ = 2MX$
 $MX \cdot MY = 4,5$

$\frac{x}{25} + \frac{y}{75} + \frac{z}{125} + \ln 25 + \ln 75 + \ln 125 =$
 $= \ln \frac{1}{45}$

$2\ln 3 + \ln 5$
 $\ln 3 + 2\ln 5$
 $2\ln 3 + 4\ln 5 - 3\ln 5$
 5
 $\ln 25 + \ln 75 + \ln 125$
 $7\ln 5 + \ln 3 \vee 2\ln 3 + \ln 5$
 $3\ln 5 - \ln 3 \vee 2\ln 3 + \ln 5$
 $4\ln 5$
 $2\ln 5 \vee 3\ln 3$
 $\ln 25 \vee \ln 27$

$100 \quad 111$
 $010 \quad 110$
 $001 \quad 11$

$2\ln 5$
 $\ln 3$
 $4\ln 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14} \frac{6\pi}{14}$$

$$4 \cos \frac{6\pi}{14} = 4 \left(\cos^2 \frac{3\pi}{14} - \sin^2 \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left(1 - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14} \right)$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} - 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\sin 3x = \sin(2x+x) = \sin 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x =$$

$$= 2 \sin x \cos x^2 - \cos^2 x \sin x + \sin^3 x = \sin^3 x - 2 \sin x \cos^2 x =$$

$$= 2 \sin^3 x - \sin x$$

$$9 \vee 8 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 7 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$9 \vee \sin \frac{3\pi}{14} \left(8 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 8 \sin \frac{3\pi}{14} - 7 \right) \quad 8x^2 + 8x - 7$$

$$\frac{7\pi}{6} \vee \frac{3\pi}{14} \quad \frac{7\pi}{6} \vee \frac{9\pi}{14} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 \quad x \in \left[0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (4 + 4\sqrt{2} - 7) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} (10 - 1) \quad 16x + 8 = 0$$

$$-2 \quad 9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1.5 \vee 0,7 \vee 3$$

$$2,1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$2x \ln 5 + 2y \ln 25 + y \ln 3 + 3z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$(2x + 2y + 3z - 1) \ln 5 = (2 - y) \ln 3 + 12.25$$

$$\frac{x}{25} + \frac{y}{75} + \frac{z}{125} = \frac{1}{45}$$

$$\begin{aligned} p - q &= 6 \\ p + q &= 180 & p &= 93 \\ 2p &= 186 \end{aligned}$$

$$45x + 15y + 9z = 25$$

$$\begin{aligned} p - q &= 3 & p - q &= 5 \\ p + q &= 360 & z &= 2 \\ 2p &= 363 \end{aligned}$$

$$15x + 5y + 3z = \frac{25}{3}$$

$$\frac{x}{25} + \ln 25 + \frac{y}{75} + \ln 75 + \frac{z}{125} + \ln 125$$

$$(p - q)(p + q) = 1080$$

разность двух чисел - то сумма этих чисел
 от суммы + удвоенная сумма четырех
 $p + q > p - q$

273

$$a_1 + (2a_1 + 5) \cdot 76$$

$$6a_1 + 15 \leq 271$$

$$6a_1 \leq 256$$

$$7a_1 + 21 \leq k$$

$$a_1 \leq \frac{852}{6} = 142$$

$$89 \cdot 3 =$$

$$267$$

$$91 \cdot 3 = 273$$

$$261$$

$$\begin{array}{r} 1080 \overline{) 5402} \\ 540 \overline{) 2702} \\ 270 \overline{) 1355} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$p - q = 2$$

$$p + q = 540$$

$$2p = 542$$

$$p = 271$$

$$q = 269$$

$$\begin{array}{r} 2557 \\ 11 \overline{) 1317} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$132 + 130 + 128 + \dots + (132 - n - 2n) \quad (n-2)^2 = n^2 - 4n + 4$$

$$\frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{n(132 + 132 - 2n + 2)}{2} = 180(n-2)$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$266 - 2n \quad n(133 - n) = 180(n-2)$$

$$\begin{array}{l} 2209 - 1440 = 769 \\ 133n - n^2 = 180n - 360 \\ n^2 - 47n + 360 = 0 \end{array}$$

$$1209 - 4 \cdot 360 \quad 132 + 2 \cdot 39 \quad n^2 - 47n + 360 = 0$$

$$180 \cdot 6 = 1080$$

$$\begin{array}{l} 132 + 130 = 262 \\ p - q = 4 \\ p + q = 270 \\ 2p = 274 \\ p = 137 \\ q = 133 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} + 128 = 390 \\ + 126 = 516 \\ + 124 = 640 \\ + 122 = 762 \\ + 120 = 882 \\ + 118 = 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 343 \\ 7 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ - 1440 \\ \hline 961 \end{array} \quad 31^2$$

$$132 + 134 + \dots + (132 + 2n - 2) \quad \frac{(132 + 132 + 2n - 2)n}{2} = 180(n-2)$$

$$\begin{array}{l} (262 + 2n)n = 180n + n^2 = 180n - 360 \\ n^2 - 49n + 360 = 0 \end{array}$$

$$7^4 - 4 \cdot 360$$

$$\begin{array}{l} 49 - 31 \\ \hline 2 \end{array} \quad \frac{49 + 31}{2} = 40 \text{ вершин}$$