



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



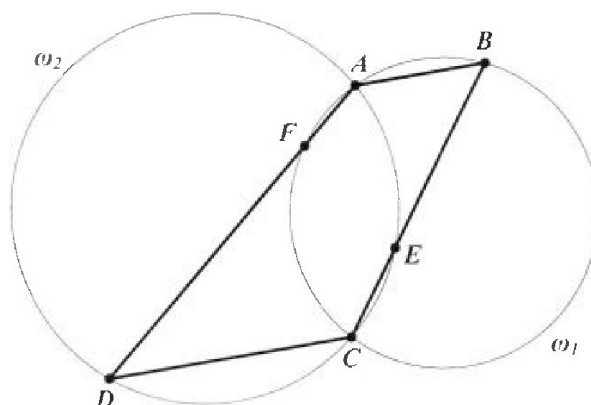
1. [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|x - 1|$ и $|x^2 + 4x|$, а длина гипотенузы равна $|2x + 3|$. Найдите x .
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 - z^2$.
3. [4 балла] Назовём числа хорошими, если они представимы в виде $a(a + 1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $343 \cdot 10^{1000}$.
4. [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{6x - x^2} - 5} \leq \frac{1}{\sqrt{3x - x^2} - \sqrt{x^2 - x - 2}}.$$

5. [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , а AA_1 и BB_1 – его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC , если $AB_1 = 5$, а площадь треугольника OBA_1 равна 3.
6. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0, \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0. \end{cases}$$

7. [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB < CD$). Окружность ω_1 , описанная около треугольника ABC , повторно пересекает сторону AD в точке F , а окружность ω_2 , описанная около треугольника ACD , повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение радиусов окружностей ω_1 и ω_2 , если $AF : CE = 3 : 5$.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Пифагора: $(x-1)^2 + (x^2+4)^2 = (2x+3)^2$; $x-1 \neq 0$; $x^2+4x \neq 0$; $2x+3 \neq 0$, т.к.

стороны Δ не равны 0

$$x^2 - 2x + 1 + x^4 + 8x^3 + 16x^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$x^4 + 8x^3 + 13x^2 - 14x - 8 = 0$$

$$(x-1)(x^3+9x^2+22x+8)=0$$

$$(x-1)(x+4)(x^2+5x+2)=0$$

$$x-1 \neq 0 \Rightarrow (x+4)(x^2+5x+2)=0$$

$$x^2+4x \neq 0 \Rightarrow x(x+4) \neq 0 \Rightarrow x+4 \neq 0 \Rightarrow x^2+5x+2=0$$
$$x \neq 0$$

$$x \neq -\frac{5}{2}$$

$$x \neq 0$$

$$x^2+5x+2=0 \Rightarrow D=25-8=17 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}; \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2} \neq 0; -15$$

$$\text{Ответ: } \frac{-5+\sqrt{17}}{2}; \frac{-5-\sqrt{17}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{2} + z\sqrt{5} = \sqrt{2} + \sqrt{10}$$

$$x\sqrt{2} + 2y\sqrt{2} + 5z\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}(x+4) = \sqrt{2}(6-2y-5z) \Rightarrow \sqrt{2} = 6-2y-5z$$

А.т. если $x+4 \neq 0$ и $6-2y-5z \neq 0 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{2-4}{6-2y-5z}$, но $\frac{2-4}{6-2y-5z}$ — рациональное число,

а $\sqrt{2}$ — иррациональное число $\Rightarrow x+4=0$; $6-2y-5z=0$

$$\begin{cases} x = -4 \\ z = \frac{6-2y}{5} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 - z^2 = 16 + y^2 - \frac{36 + 4y^2 - 24y}{5} = \frac{10 + 5y^2 - 4y^2 - 36 + 24y}{5} =$$

$$= \frac{y^2 + 24y - 26}{5}, \text{ минимум этого выражения будет при } y = \frac{-24}{2} = -12$$

$$x^2 + y^2 - z^2 = \frac{144 - 288 - 26}{5} = \frac{-170}{5} = -34$$

Ответ: -34



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть x и y - натуральные числа; $x = a(a+1)$; $y = b(b+1)$; $y = x + 393 \cdot 10^{1000}$

$$a(a+1) \leq b(b+1) \Rightarrow b \geq a \text{ (или } a \geq b; a+1 \geq b+1 \Rightarrow a(a+1) \geq b(b+1)$$

$\Rightarrow$ пусть $b = a+k$, где k - натуральное

$$b(b+1) = (a+k)(a+k+1) = a^2 + 2ak + k^2 + a + k = a^2 + a + k(2a+1+k) =$$

$$= a(a+1) + 393 \cdot 10^{1000} \Rightarrow 393 \cdot 10^{1000} = k(1+k+2a), \text{ замечая, что если } k \text{ - чет}$$

$\Rightarrow 1+k+2a$ - нечет; если k - нечет $\Rightarrow 1+k+2a$ - чет

так же замечая, что $k < 1+k+2a$, мы $a \in \mathbb{N}$ замечая, что $1+k+2a \geq 3+k$

$\Rightarrow$ если $393 \cdot 10^{1000}$ представимо в виде $a \cdot b$ с.д, где $\gcd(a, b) = k$, то

если $k-d \geq 2$, то: если такие взаимно простые a, k , что $k = \min(c, d)$

$$1+k+2a = \max(c, d)$$

$$k(1+k+2a) = 393 \cdot 10^{1000}$$

$$393 \cdot 10^{1000} = 3^3 \cdot 5^{1000} \cdot 2^{1000} \text{ если } k \text{ один из множителей обязательно нечетен, то}$$

то он делится на 3 или 5. Различных вариантов (нечет $= 5^i \cdot 3^j$, где $i \in [0, 1000]$; $j \in [0, 3]$) $\Rightarrow$

есть 4004 варианта представить $393 \cdot 10^{1000}$ как с.д, где все с.д различны

Докажем, что нет случаев, когда $393 \cdot 10^{1000} = n(n+1)$ или $n(n+2)$ (т.е. n и $n+1$ или n и $n+2$ взаимно просты, разная четность)

n и $n+2$ - одинаковой четности $\Rightarrow$ нет таких с.д, что $k-d=2$

рассмотрим $n(n+1)$ делимость на 3:

n	$n+1$	$n(n+1)$
0	1	0
1	2	2
2	0	0

заметим, что тогда

$$393 \cdot 10^{1000} \equiv 2 \pmod{3}, \text{ но } 393 \equiv 0 \pmod{3}; 10 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 393 \cdot 10^{1000} \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$$

нет таких с.д, что $k-d=1 \Rightarrow$ для каждого из 4004 вариантов есть решение

Ответ: 4004



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x-x^2-5} \leq \sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2}, \text{ пусть } \sqrt{6x-x^2} = a; \sqrt{3x-x^2} - \sqrt{x^2-x-2} = b$$

$$\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{b-a}{ab} \leq 0$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 - \text{невозможно, так как} \\ b-a < 0 \\ a > 0 \\ b < 0 - \text{невозможно, так как если } b < 0 \text{ и } -a < 0, \text{ то } b-a < 0 \\ b-a > 0 \\ a < 0 \\ b > 0 \\ b-a > 0 - \text{выполняется всегда при } a < 0, b < 0 \\ a < 0 \\ b < 0 \\ b-a < 0 \end{cases}$$

ОДЗ:

$$6x-x^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x(6-x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 6]$$

$$3x-x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 3]$$

$$x^2-x-2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$\Rightarrow \text{иногда } x \in [2; 3]$$

$$\text{если } a < 0, a > 0 \Rightarrow \sqrt{6x-x^2} > 5 \Rightarrow 6x-x^2 > 25 \Rightarrow x^2-6x+29 < 0 \quad D = 36-108 < 0 \Rightarrow a < 0 \text{ при } b < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 - \text{невозможно} \\ b-a < 0 \end{cases}$$

$$b > 0 \Rightarrow \sqrt{3x-x^2} > \sqrt{x^2-x-2} \Rightarrow 3x-x^2 > x^2-x-2 \Rightarrow 2x^2-4x-2 < 0 \Rightarrow x^2-2x-1 < 0$$

$$D = 4+4 = 8 \Rightarrow x \in \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2} \Rightarrow x \in (1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \Rightarrow x \in (2; 1+\sqrt{2}) \\ b < 0 \end{cases}$$

$$\text{Итого } x \in [2; 1+\sqrt{2}) \cup (1+\sqrt{2}; 3]$$

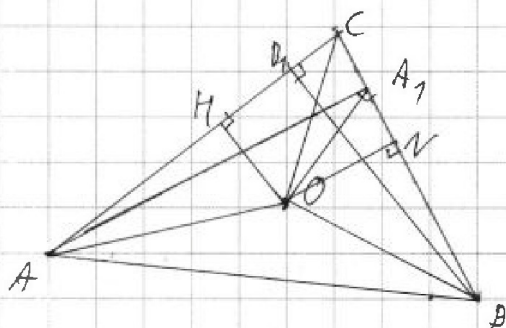


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $OM \perp AC$; $ON \perp BC$

$$S_{OBA_1} = \frac{A_1O \cdot ON}{2}$$

$$\text{т.к. } AO = OC = OB \Rightarrow \angle ACO + \angle OBA = \angle OHC + \angle OAB = \angle A$$

$$\angle ODC = 180^\circ - \angle A - \angle OBA - \angle OCA = \frac{180^\circ - \angle A - \angle A}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ODC = 90^\circ - \angle A$$

$$ON \perp BC \Rightarrow ON \perp BC \text{ — высота } \triangle OBC. ON = \frac{1}{2} BC \cdot \cos \angle C = \frac{1}{2} BC \cdot \cos \angle A, \text{ т.к. } \angle C = 90^\circ - \angle A \Rightarrow ON = \frac{1}{2} BC \cdot \cos \angle A$$

$$\Rightarrow ON = \frac{BC \cdot \cos \angle A}{2} \Rightarrow \frac{A_1O \cdot ON}{2} = \frac{A_1O \cdot BC \cdot \cos \angle A}{4} = 12$$

$$\angle ABA_1: BA_1 = AB \cdot \cos \angle B \Rightarrow A_1O \cdot BC \cdot \cos \angle A = \frac{AB \cdot BC \cdot \cos \angle B \cdot \cos \angle A}{\sin \angle A} = 12$$

$$\angle AAD_1: AD_1 = AB \cdot \cos \angle A \Rightarrow \frac{AD_1 \cdot BC \cdot \cos \angle A \cdot \cos \angle B}{\sin \angle A} = \frac{5 \cdot BC \cdot \cos \angle B}{\sin \angle A} = 12$$

$$\text{по теореме синусов: } \frac{BC}{\sin \angle A} = \frac{AC}{\sin \angle B} \Rightarrow \frac{5 \cdot BC \cdot \cos \angle B}{\sin \angle A} = \frac{5 \cdot AC \cdot \cos \angle B}{\sin \angle B} = 12$$

$$OM \perp AC \Rightarrow OM = \frac{AC}{2} \cdot \cos \angle C. \angle C \text{ и } \angle A \text{ аналогично углу } \angle B \text{ равен } 90^\circ - \angle B.$$

$$\Rightarrow OM = \frac{AC}{2} \cdot \cos \angle B = \frac{AC \cdot \cos \angle B}{2} \Rightarrow 2OM = \frac{AC \cdot \cos \angle B}{\sin \angle B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5 \cdot AC \cdot \cos \angle B}{\sin \angle B} = 5 \cdot 2OM = 12 \Rightarrow 10OM = 12 \Rightarrow OM = 1,2, OM = r(AC; O).$$

Ответ: 1,2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - xy + y^2 = 0$$

$$2x(1-y^3-2y^2+2y)=0 \Rightarrow 2x(y+1)-(y^3+2y^2-1)=0$$

$$2x(y+1)-(y^3+2y^2-1)=0 \Rightarrow$$

$$2x(y+1)-(y+1)(y^2+y-1)=0$$

$$(y+1)(2x-(y^2+y-1))=0$$

$$y+1=0$$

$$2x-(y^2+y-1)=0$$

$$\text{если } y+1=0 \Rightarrow y=-1$$

$$x^2 - x(-1) + (-1)^2 = 0$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix} \Rightarrow (-2; -1); (1; -1) - \text{решения}$$

$$\text{если } y+1 \neq 0 \Rightarrow$$

$$2x = y^2 + y - 1 \Rightarrow x = \frac{y^2 + y - 1}{2}$$

$$\text{подставим в } x^2 - xy + y^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{(y^2+y-1)^2}{4} - \frac{y(y^2+y-1)}{2} + y + y^3 = 0$$

$$y^4 + y^3 + 1 + 2y^3 - 2y^2 - 2y - 2y^3 - 2y^2 + 2y + 4y + 4y^3 = 0$$

$$y^4 + 4y^3 - 2y^2 + 4y + 1 = 0$$

$$y^4 + 4y^3 + 6y^2 + 4y + 1 - 8y^2 = 0$$

$$(y+1)^4 - 8y^2 = 0 \Rightarrow (y+1)^2 + 2y)((y+1)^2 - 3y) = 0$$

$$(y^2 + 5y + 1)(y^2 - y + 1) = 0$$

$$y^2 + 5y + 1 = 0 \quad \text{II}$$

$$y^2 - y + 1 = 0 \quad \text{I}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{A} y^2 - y + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow \text{нет решений}$$

$$\Rightarrow y^2 + 5y + 1 = 0 \textcircled{B}$$

$$D = 25 - 4 = 21 \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$x = \frac{y^2 + y - 1}{2} = \frac{y^2 + 5y + 1 - 4y - 2}{2} = \frac{0 - 4y - 2}{2} = -2y - 1$$

$$y = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = 5 - \sqrt{21} - 1 = 4 - \sqrt{21}$$

$$y = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} \Rightarrow x = 5 + \sqrt{21} - 1 = 4 + \sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } (-2; -1); (1; -1); (4 - \sqrt{21}; \frac{-5 + \sqrt{21}}{2}); (4 + \sqrt{21}; \frac{-5 - \sqrt{21}}{2})$$



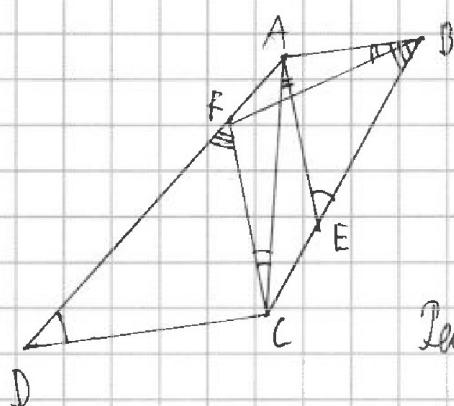
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $AD \perp BC$ - медиана, ω_1 около ABC ; $F \in \omega_1$,
 ω_2 около AED ; $E \in \omega_2$; $\frac{AF}{CE} = \frac{3}{5}$

$\frac{R_1}{R_2} = ?$

Решение: ABC - вписанный $\Rightarrow \angle FDA = \angle FCA$; $\angle ADC = \angle FDC$

AED - вписанный $\Rightarrow \angle AED = \angle ADC$

$$\angle EAD \cong \angle AED; \angle EAD = 180^\circ - \angle ABE - \angle AED = 180^\circ - \angle DFC - \angle ADC$$

$$\text{т.к. } AD \perp BC \Rightarrow \angle CDA + \angle DAB = 180^\circ \Rightarrow \angle DAE = 180^\circ - \angle ADC - \angle BAE = 180^\circ - \angle ADC - 180^\circ +$$

$+\angle DFC + \angle ADC = \angle DFC \Rightarrow FC \parallel AE$ т.к. для секущей AF равны соответственные углы

$$\Rightarrow \angle EAC = \angle FCA \text{ как накрест лежащие}; \angle FCA = \angle FBA = \angle CAE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle FBA = \angle CAE; \text{ т.к. } \angle CEA = 180^\circ - \angle ADC; \angle FAB = 180^\circ - \angle FDC \Rightarrow \angle FAB = \angle CEA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle FAB \sim \triangle ACE \text{ по двум углам } (\angle FAB = \angle AEC \text{ и } \angle CAE = \angle FBA) \Rightarrow$$

$$\frac{AF}{CE} = \frac{R_1}{R_2}, \text{ т.к. } \omega_1 \text{ описана около } \triangle ABC, \text{ а } \omega_2 \text{ около } \triangle ACE$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{AF}{CE} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Ответ: } R_1 : R_2 = 3 : 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(\sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2})-(\sqrt{6x-x^2-5})}{(\sqrt{6x-x^2-5})(\sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2})} \leq 0$$

$\frac{0}{0} < 0 < \frac{0}{0}$ $\frac{0}{0} > 0 < \frac{0}{0}$

$\sqrt{3x-x^2} > 5$ $\sqrt{6x-x^2-5} > 5$

$x^2-6x+25 < 0$

$D < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$

$\sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2} < \sqrt{6x-x^2-5}$

$3x-x^2-x^2-x-2-2\sqrt{5} < 6x-x^2+25-10\sqrt{5}$

$2x-2-2\sqrt{5} < -x^2+6x+25-10\sqrt{5}$

$x^2-4x-27 < 2(\sqrt{3x-x^2}(\sqrt{x^2-x-2})-10\sqrt{6x-x^2-5})$

$x \in [-31; 30]$ $x \in [-30; -22\sqrt{2}]$

$\frac{2}{3} < 4$

$4-8-27 < -37$ $9-12-27 < -30$

$\frac{-6}{-2} = 3$ $\frac{6}{12-4-27} = \frac{6}{-19}$

$2\sqrt{2} > 3$

$3x^3-6x^2-6x-x^4+13x^2+2x^2$

$x^4-4x^3b+6x^2b^2-4xb^3+b^4$

$-2x^4+4x^3-4x^2+6x$

$-5x^4+24x^3+13x^2-40x+27 > 20\sqrt{7}$

$20\sqrt{7}x^3(x^2-4x+27)$

$(x^4-4x^3+4x^2+6x) = -(x^4-4x^3+6x^2-4x+1-2x^2+10x-7)$

$-(x^4-4x^3+6x^2-4x+1-2x^2+10x-7)$

$100-2-30$ $\frac{10\pm\sqrt{72}}{2}$ $\frac{5\pm\sqrt{27}}{2}$

$3x^3-6x^2-6x-x^4+13x^2+2x^2$

$x^4-4x^3b+6x^2b^2-4xb^3+b^4$

$-2x^4+4x^3-4x^2+6x$

$-5x^4+24x^3+13x^2-40x+27 > 20\sqrt{7}$

$20\sqrt{7}x^3(x^2-4x+27)$

$(x^4-4x^3+4x^2+6x) = -(x^4-4x^3+6x^2-4x+1-2x^2+10x-7)$

$-(x^4-4x^3+6x^2-4x+1-2x^2+10x-7)$

$100-2-30$ $\frac{10\pm\sqrt{72}}{2}$ $\frac{5\pm\sqrt{27}}{2}$

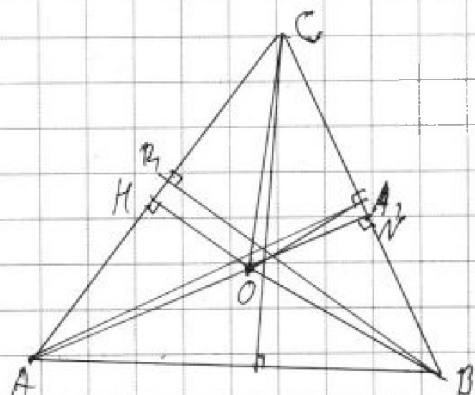


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

4

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$AB_1 = AB \cos \alpha$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-1)^2 + (x^2+4x)^2 = (2x+3)^2 \quad \checkmark$$

$$x^2 = 2x+1 + x^4 + 8x^3 + 16x^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$x^4 + 8x^3 + 12x^2 - 14x - 8 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 9x^2 + 22x + 8) = 0 \Rightarrow (x-1)(x+4)(x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$x \neq 1; x \neq -\frac{1}{2}; x \neq -4; x \neq -4$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

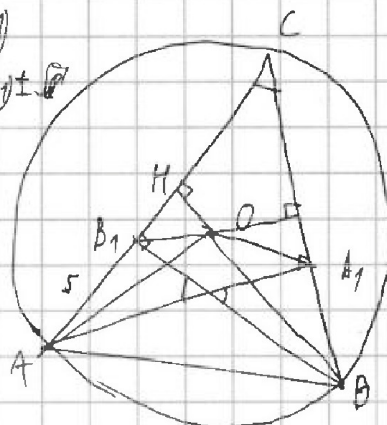
$$-64 + -416 + 16 + 82 + 2 = 46 \cdot 5 = 230$$

$$y^2(y+1) - 1(y+1)$$

$$(y+1)(y-1)(y+1)$$

$$(y+1)^2(y-1) - (y+1) \pm 1$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = -2; 1 \end{cases}$$



$$a(a+1) + 343 \cdot 10^{1000} = b(b+1) \quad 0,2$$

$$a^2 + a + 343 \cdot 10^{1000} = b^2 + b$$

1

b: 3 умб r, j

$$y^3 + y^2 + y^2 = 1$$

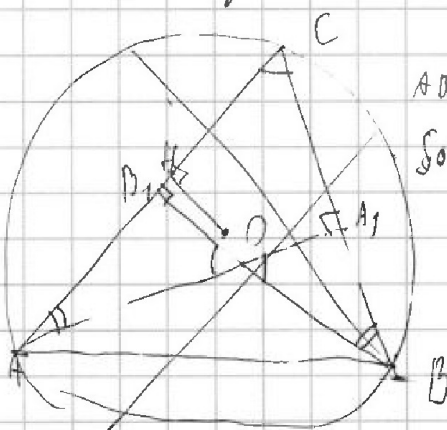
$$CH = AC \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 - \sin^2 d}{\sin^2 d}} = \frac{\cos d}{\sin^2 d} = \frac{1}{\tan^2 d}$$

$$R = 1 - 343 \cdot 10^{1000} \cdot 4 + 467 \cdot 46 \geq 0$$

$$y(y^2+1) + y - y(y+1)$$

$$CH = \frac{AC}{2 \tan B}$$

$$2x^2 + 12y^2 + 2xy \sqrt{41} = 32 + 108 + 75z^2 + 2\sqrt{2 \cdot 108}z - 2\sqrt{2 \cdot 75}z - 2\sqrt{108 \cdot 75}z$$



$$AO_1 = 5 \quad OH = ?$$

$$SOB A_1 = \exists \quad OH = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + R^2}$$

$$(y^2 - 1) = \pm \sqrt{y^2 + 4y - 4y^3}$$

$$y^4 + 1 - 2y^2 = y^2 - 4y - 4y^3$$

$$y^4 + 4y^3 - 3y^2 + 4y + 1 = 0$$

ABx

$$a^2 + a + 343 \cdot 10^{1000} = b(b+1) = b^2 + b$$

$$x^2 - xy + y^2 = 1$$

$$R = y^2 + 4y - 4y^3$$

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 + 4y - 4y^3}}{2}$$

$$2x+1 - y^3 - 2y^2 + 12xy = 0$$

$$x = \frac{y^3 + y^2 - 1}{x + y} = \frac{y \pm \sqrt{y^2 + 4y - 4y^3}}{x}$$

$$\frac{4y+1}{y^2}$$

$$y^3 + y^2 - 1 = y^2 + y \pm (y+1)y^2 - 4y - 4y^3$$

$$y^3 + y^2 - y - 1 = \pm (y+1)(y^2 - 4y - 4y^3)$$

$$y^4 - y^2 + 4y - 3 + y^2 \frac{1}{y} + \frac{1}{y^2}$$

$$= 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{y^3 + 2y^2 - 1}{2 + 2y} = \frac{(y+1)(y^2 + y - 1)}{2(y+1)}$$

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$$

$$y^{1000}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$$

$$y^6 + 4y^5 + 1 + 4y^5 - 2y^5 - 4y^2 - y^3 - 2y^2 + 1 + 2y + 2y^2 + 2y^2 - 2y^2 = 0$$

$$7.2^{1000} \cdot 5^{1000}$$

$$y^6 + 4y^5 + 6y^4 - y^3 - 4y^2 + 2y = 0$$

$$x(x+1)$$

$$x(x+1)$$

$$a^2 + 4ab + 6a^2b^2 + 4ab^2 + 1$$

$$(7) (10^{1000} \cdot 5^{1000})$$

$$1000 \cdot 2 = 2000$$

$$= 2000 \cdot 2$$

$$(4y) \cdot (10^{1000} \cdot 5^{1000})$$

$$600$$

$$y=0$$

$$y(y-1)(y^4 + 5y^3 + 11y^2)$$

$$(y^2 + y - 1)^2 - 2y(y^2 + y - 1) + 4y^3 + 4y = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$3.5y^2$$

$$343 \cdot 7$$

$$k < k_{max}$$

$$\Rightarrow k = 1/4y^{1000}$$

$$y^4 + y^2 + 1 + 2y^2 - 2y^2 - 2y^2 + 2y^2 - 2y^2 + 2y^2 + 2y^2 + 2y^2 = 0$$

$$y^4 + 2y^3 - 3y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 6 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \end{array}$$

$$y^4 + 4 \cdot \frac{1}{2} y^3 + 3 \cdot 5 y^2 + 2y + 1 - 5 \cdot 5 y^2 = 0$$

$$y^2 (y + \frac{1}{2}) - 6.5 y^2 = 0$$

$$5 \cdot 13$$

$$\frac{1}{2} \cdot 13$$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$b = a + k$$

$$2000$$

$$2000 + k = 1000$$

$$\Rightarrow k = 1000$$

$$k = 1000 \Rightarrow 2000 + k = 3000$$

$$7 \cdot 10^{1000} \quad (7)$$

$$y^3 + y + \frac{1}{2} \pm y \sqrt{5} = 0$$

$$y^4 + y^2 + 1 + 2y^2 - 2y^2 - 2y^2 - 2y^2 + 2y^2 + 2y^2 + 2y^2 = 0$$

$$a^2 + a \rightarrow a^2 + 2ak + k^2 + a + k =$$

$$y^4 + y^2 - 3y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$= y^2 + a + 2ak + k + k^2$$

$$y^4 + 4y^3 + 6y^2 + 4y + 1 - 9y^2 = (y + y^4 - 9y^2 = 2^2 y + 1 \pm 3y = 0$$

$$343 \cdot 10^{1000} = k(2000 + 11k)$$

$$y^2 + y + 1 = 0 \Leftrightarrow y^2 + 5y + 1 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-4}}{2}$$

$$343 = 7^3$$

$$x = \frac{y^2 + 5y + 1 - 4y - 2}{2} = \frac{-4y - 2}{2} = -2y - 1 \Rightarrow x = 5 \pm \sqrt{21} - 1 = 4 \pm \sqrt{21}$$

