



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 = 2x$$

рассмотрим 3 случая

$$1) x - 1 = x$$

$$2) x = \sqrt{3} - 1 = x$$

$$3) x = -\sqrt{3} - 1$$

$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 = \begin{matrix} 1) 0 \\ 2) 3\sqrt{3} \\ 3) -3\sqrt{3} \end{matrix}$$

$$a_5 = a_1 + 4b = (x + 2x)^2 = \begin{matrix} 1) 1 \\ 2) 4 \\ 3) 4 \end{matrix}$$

$$a_9 = a_1 + 8b = 3x^2 = \begin{matrix} 1) 3 \\ 2) 12 - 6\sqrt{3} \\ 3) 12 + 6\sqrt{3} \end{matrix}$$

тогда

$$1) a_1 + 2b = 0$$

$$a_1 + 4b = 1$$

$$a_1 + 8b = 3$$

$$\begin{matrix} b = 0,5 \\ a_1 = -1 \end{matrix}$$

$$x = -1$$

подходит

$$\begin{matrix} 2) a_1 + 2b = 3\sqrt{3} \\ a_1 + 4b = 4 \\ a_1 + 8b = 12 - 6\sqrt{3} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 2b = 4 - 3\sqrt{3} \\ 4b = 8 - 6\sqrt{3} \end{matrix} \Rightarrow b = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{решения нет}$$

$$x = \sqrt{3} - 1$$

подходит

$$\begin{matrix} 3) a_1 + 2b = -3\sqrt{3} \\ a_1 + 4b = 4 \\ a_1 + 8b = 12 + 6\sqrt{3} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 2b = 4 + 3\sqrt{3} \\ 4b = 8 + 6\sqrt{3} \end{matrix} \Rightarrow b = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{решения нет}$$

$$x = -\sqrt{3} - 1$$

подходит

$$\text{Ответ: } X = \{-1; \sqrt{3} - 1; -\sqrt{3} - 1\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_1, a_2 члены прогрессии

$$a_3 = a_1 + 2b = 3x + 3 \quad a_5 = a_1 + 4b = (x^3 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$a_2 = a_1 + 8b = 3x^2$$

$$3a_5 - 2a_3 = 3a_1 + 12b - (2a_1 + 4b) = a_1 + 8b = a_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3a_5 - 2a_3 = a_2 \Rightarrow 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6 = 3x^2 \Rightarrow$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ подставив в } x \text{ значение } x = -1 \text{ получим}$$

$$1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow \text{это уравнение: на } (x - x_1) = x + 1 \text{ (по т. Безу)}$$

разделим столбиком

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 : x + 1 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

подставим в уравнение $x^3 + 3x^2 - 2$ значение $x = -1$

$$\text{получа } -1 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2 : x + 1$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 : x + 1 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ 2x^2 + 0x \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \end{array}$$

получим что

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x + 1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$x = \{-1, \pm \sqrt{3} - 1\}$$

$$x \in \{-1, -1 + \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3}\}$$

проверим подпадают ли x подставив их в



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x-3y| \leq 3 \Rightarrow |3x-9y| \leq 9$$

$$|3x-y| \leq 1 \Rightarrow |9x-3y| \leq 3$$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |9x-3y| \leq 3 \end{cases} \Rightarrow 9x-3y-(x-3y) \leq 3+3=6$$

$$8x \leq 6$$

$$\Downarrow$$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

$$\begin{cases} |3x-y| \leq 1 \\ |3x-9y| \leq 9 \end{cases} \Rightarrow (3x-y)-(3x-9y) \leq 1+9=10$$

$$8y \leq 10 \Rightarrow y \leq \frac{5}{4}$$

$$8y \leq 10 \Rightarrow y \leq \frac{5}{4}$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{3}{4} \\ y \leq \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$4y+8x \leq 11$$

тогда подставим $x = \frac{3}{4}$ $y = \frac{5}{4}$ $4y+8x = 11$

$$|x-3y| = |-3| = 3 \leq 3$$

$$|3x-y| = |1| = 1 \leq 1$$

и проверяется, что если $|a| \leq m$ $|b| \leq n$ то $a-b \leq m+n$. это правда т.к.

$\max_{a \in A, b \in B} (a-b) = (\max A) - (\min B)$, но $(\max A = m) \vee (\min B = -n) \Rightarrow \max(a-b) = m+n$
 $\Rightarrow m+n \geq a-b$

$\Rightarrow$ // наибольшее значение $\Rightarrow$ Ответ: 11



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

остаток четным 2) $(m+n)(m+n-9) = 13p^2$

$$m \cdot n(m+n-3) = 75q^2$$

заменим, что если $p \nmid 2$ то $p^2 \bmod 4 = 1 \Rightarrow 13p^2 \bmod 4 = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m \cdot n(m+n-3) \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow \text{тогда } m, n \equiv 1, 2, 3 \pmod{4} \text{, если } m$$

$$m \equiv 1 \Rightarrow n \equiv 1 \pmod{4}$$

$$m \equiv 2 \Rightarrow n \equiv 1 \pmod{4}$$

$$m \equiv 3 \Rightarrow n \equiv 1 \pmod{4}$$

$$m \equiv 0 \Rightarrow n \equiv 1 \pmod{4}$$

проверяем $\Rightarrow p=2 \Rightarrow m \cdot n(m+n-3) = 252 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m^2 - 9m - 52 = 0 \quad D = 81 + 208 = 289 = 17^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{9 \pm 17}{2}$$

$$13; -4$$

но m, n натуральны $\Rightarrow$
 $\Rightarrow m, n = k$ натуральны $\Rightarrow k > 0$

$$m+n=13 \quad m=13-n$$

$$(13-n) \cdot n \cdot 10 = 75q^2 \Rightarrow (13n - n^2) \cdot 2 = 15q^2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2$$

$$\Rightarrow 13n - n^2 = 30 \Rightarrow n^2 - 13n + 30 = 0 \Rightarrow (n-3)(n-10) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \in \{3; 10\}$$

$$\Rightarrow m \in \{10; 3\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Ответ: $(m; n) = (10; 3)$
 $(m; n) = (3; 10)$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

распространить 2 случая

$$1) A = 75q^2 \quad B = 13p^2 \quad 2) B = 75q^2 \quad A = 13p^2$$

пусть $m+n = k$ $m \cdot n = r$

$$1) (m+n)(m+n-9) = 75q^2 \Rightarrow k(k-9) = 75q^2 \Rightarrow 75q^2 : 3 \Rightarrow k(k-9) : 3$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2 \Rightarrow \begin{cases} k : 3 \\ k-9 : 3 \end{cases} \Rightarrow k : 3 \Rightarrow m+n : 3$$

~~$$mn(m+n-3) = 13p^2$$~~

$$m+n : 3 = (m+n-3) : 3 \Rightarrow mn(m+n-3) : 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 13p^2 : 3 \Rightarrow p = 3$$

p простое

$$m+n : 3 = (m+n-9) : 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-9) : 3^2 \Rightarrow 75q^2 : 9 \Rightarrow q^2 : 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q : 3 \Rightarrow q = 3$$

q простое

тогда $(m+n)(m+n-9) = 6 \cdot 75 \Rightarrow k^2 - 9k - 450 = 0 \Rightarrow D = 81 + 2 \cdot 700 = 2781$

~~$$mn(m+n-3) = 13p^2$$~~

$$k = \frac{9 \pm \sqrt{2781}}{2} = \frac{9 \pm 3\sqrt{309}}{2}$$

~~$$k = \frac{9 \pm 3\sqrt{309}}{2} \Rightarrow k = \frac{234}{8 \pm 3\sqrt{309}}$$~~

если знаменатель

$$k^2 - 9k$$

$$k^2 - 9k$$

$$m+n = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2} \Rightarrow m = \frac{9 + 3\sqrt{309}}{2} - n \Rightarrow \text{если одно из}$$

них натуральное то второе не является т.к разность натуральных чисел натуральна



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по теореме косинусов ~~в~~ $\triangle AYZ$ и $\triangle ZYA$

если $\angle AYZ = \alpha$ то $64 + 36 - 2 \cos \alpha \cdot 48 = 36 \Rightarrow$

$\Rightarrow 96 \cos \alpha = 64 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$

по теореме косинусов $\triangle BZM$ и $\angle BZM = \angle AYZ = \alpha$

то $24^2 + 12^2 - 2 \cos \alpha \cdot 24 \cdot 12 = a^2 \Rightarrow 576 + 144 - 384 = a^2 =$
 $= 336 = a^2 \Rightarrow a = 4\sqrt{21}$

$BC = 2BM = 2a = 8\sqrt{21}$

ответ: $8\sqrt{21}$

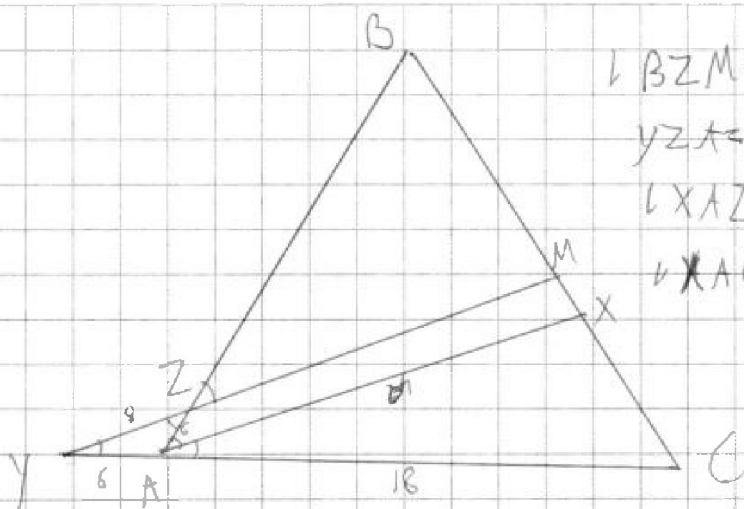


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle BZM = \angle YZA$ вертикаль
 $\angle YZA = \angle XAZ$ параллель
 $\angle XAZ = \angle XAC$ - биссектриса
 $\angle XAC = \angle MYC$ - параллель

$$\angle YAZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle YAZ \text{ равнобедрен} \Rightarrow AZ = AY = 6$$

нужно $BM = ?$

$$AX = 6$$

надо $\triangle XCA \sim \triangle MCY$ по 2 углам

$$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{AX}{YM} = \frac{6}{6+8} = \frac{3}{7}$$

$$BM = MC = a$$

$$\Rightarrow \frac{CX}{a} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow CX = \frac{3}{4}a$$

$$\angle BZM = \angle BAM \Rightarrow \triangle BMZ \sim \triangle BXA \Rightarrow \frac{BM}{BX} = \frac{BZ}{BA} = \frac{ZM}{AX}$$

$$\angle BMZ = \angle XA$$

$$\Rightarrow \frac{a}{BM + CM - CX} = \frac{a}{2a - \frac{3}{4}a} = \frac{a}{\frac{5}{4}a} = \frac{4}{5} = \frac{BZ}{BZ + 6} = \frac{ZM}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BZ = 24 \quad ZM = \frac{4}{5}B = \frac{4}{5} \cdot 15 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}B = 3 \Rightarrow B = 15 \Rightarrow ZM = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \Rightarrow x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\sqrt{x} \geq \sqrt{y} \Rightarrow x \geq y \quad \text{или } |x| \neq |y| \quad \text{или } |x| = |y| \Rightarrow x = y$$

$$\text{Если } |x| > |y| \Rightarrow x^4 - y^4 > 0 \quad x^2 - y^2 > 0 \quad \sqrt{x} - \sqrt{y} > 0 \Rightarrow 0 > 0$$

$$2) |y| > |x| \Rightarrow x^4 - y^4 < 0 \quad x^2 - y^2 < 0 \quad \sqrt{x} - \sqrt{y} < 0 \Rightarrow 0 < 0$$

$$\text{из 2) противоречие} \Rightarrow |x| = |y| \text{ и } x \geq 0 \quad y \geq 0 \Rightarrow x = y \geq 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{x} + 5x - x^2 = 2\sqrt{x+1}(6-x) = \sqrt{x+1} + 6-x + 5$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} &= a \\ \sqrt{6-x} &= b \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ 2ab + 6 = a^2 + 5 \Rightarrow b = \frac{a+5}{2a+1} \end{cases}$$

$$b = \sqrt{7-a^2} \Rightarrow \frac{a+5}{2a+1} = \sqrt{7-a^2} \Rightarrow \frac{a+5}{2a+1} = \sqrt{7-a^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{7-a^2} (2a+1) = a+5 \quad \text{возведем в квадрат}$$

$$(7-a^2)(4a^2+1+4a) = a^2+25+10a$$

$$\Rightarrow 7 - 4a^4 - a^2 - 4a^3 - a^2 - 25 - 10a + 10 + 28a^3 + 28a = 0$$

$$4a^4 + 4a^3 + 18a^2 - 26a^2 - 18a + 18 = 0$$

$$2a^4 + 2a^3 - 13a^2 - 9a + 9 = 0 \quad \text{возведем } a: 2$$

$$2(x+1)^2 + 2x(1+\sqrt{x+1}) - (x+1)13 - 9\sqrt{x+1} + 9 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего углов $9 \times 9 = 81$ давайте возьмем и
выберем сначала 1 а потом второй способ
нам сделать $81 \cdot 80$, но мы посчитали каждый
способ 2 раза т.к можно было из каждого
угла выбрать 2 способа $\Rightarrow$ всего способов $\frac{81 \cdot 80}{2}$

$= 81 \cdot 40$. но всего квадратов можно повернуть
3 раза и не учитывать что для каждого есть 3 дру
гие пары, но вернем $\Rightarrow$ всего способов разницы
 $\frac{81 \cdot 40}{4} = 81 \cdot 10 = 810$. заметим что раскраски

где белые углы симметричны относительно
центров имеют лишь 1 пару, другую получаем поворотом
и мы посчитали что 3 $\Rightarrow$ всего раскрасок разниц $810 + 2 \cdot X$

где X кол во раскрасок где белые углы симм. заметим
т.к. при симметрии 1 угол второй у симметричного обраде
нотим $X = 81 - 1$ (1 - центр клетки) $\Rightarrow$ ~~2~~ в ответе

$$810 + 2 \cdot 80 = 970$$

Ответ: 970



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

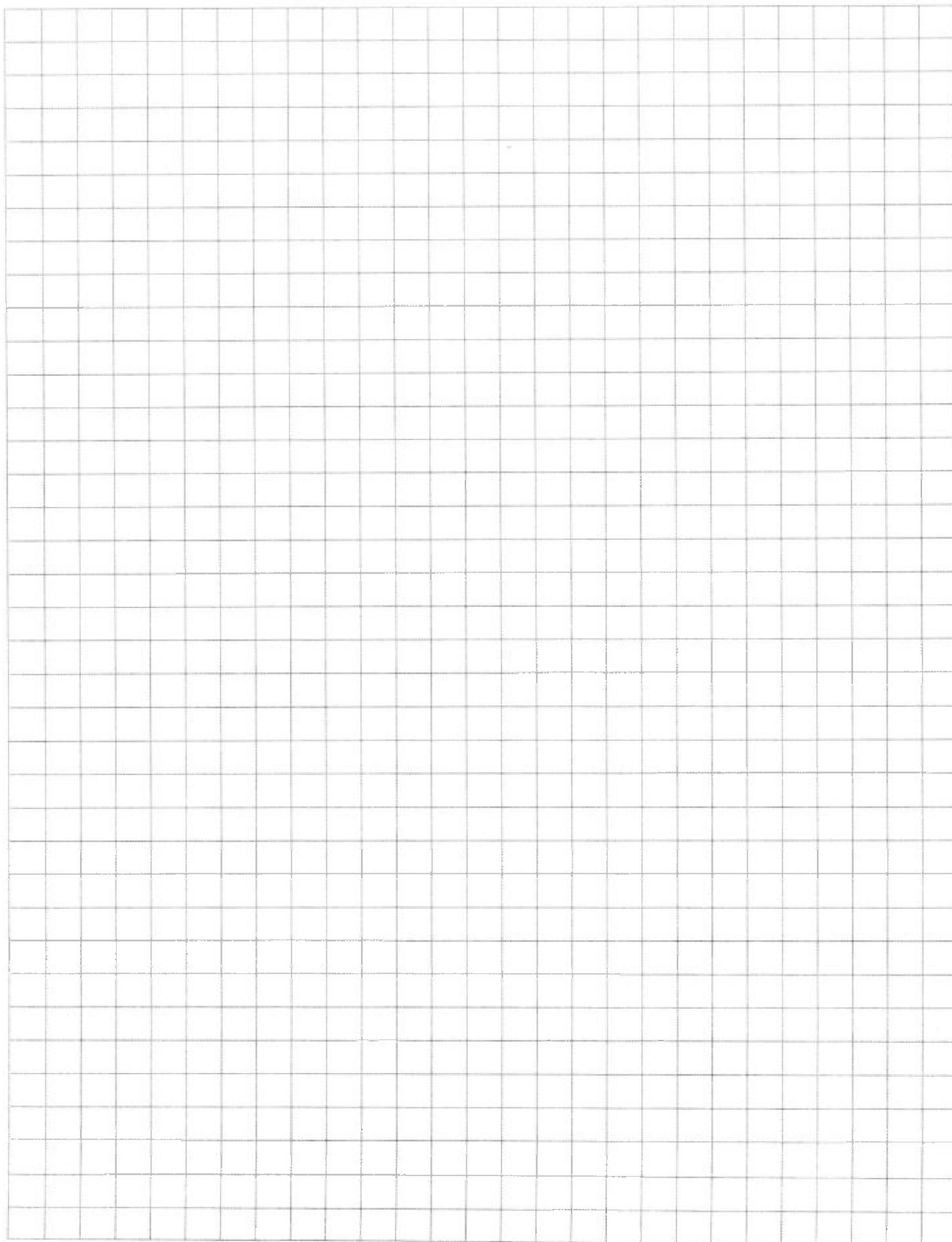
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{7-a^2} = \sqrt{6-x}$$

$$x=y$$

$$\sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x}$$

20

0

$$2x^2 - 5 =$$

$$-5 =$$

$$162 + 108 \quad (x+1)(6-x) \quad 6-x^2+5x$$

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} = a-b$$

$$2x-5$$

$$+5 = 2$$

$$162 + 54 - 117 + 9 - 27 \quad (x+1)(6-x) = 7 + x^2 + 52x$$

$$ab \leq (a+b) \cdot a \cdot b$$

$$-5 \quad 25$$

$$+5 =$$

$$\sqrt{6-x} \quad \sqrt{x+1} \quad 128 \cdot 56$$

$$a^2b - 5a + b^2a - 5b = a^2b^2$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}$$

$$+5 =$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 136$$

$$= \frac{2x-5}{\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x}} + 5 = \sqrt{(x+1)(6-x)} \quad 136 \quad 39.4$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$2a^2 - 6a - 17$$

$$\sqrt{6-x} \quad \sqrt{x+1} \quad x+1 = 6-x$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$36 + 156 = 172$$

$$5+a = 2ab + b + 5$$

$$5+a = \sqrt{2-a^2} \cdot 1720$$

$$\sqrt{6-x} = \frac{5 + \sqrt{x+1}}{172\sqrt{x+1}}$$

$$b \cdot a = \frac{5+a}{172a}$$

$$\frac{5+a}{172a}$$

$$25 + a^2 + 10a = 7 - a^2 + 140a + 90$$

$$b = \sqrt{7-a^2}$$

$$25 + a^2 + 10a - 7 + a^2 - 140a - 90$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

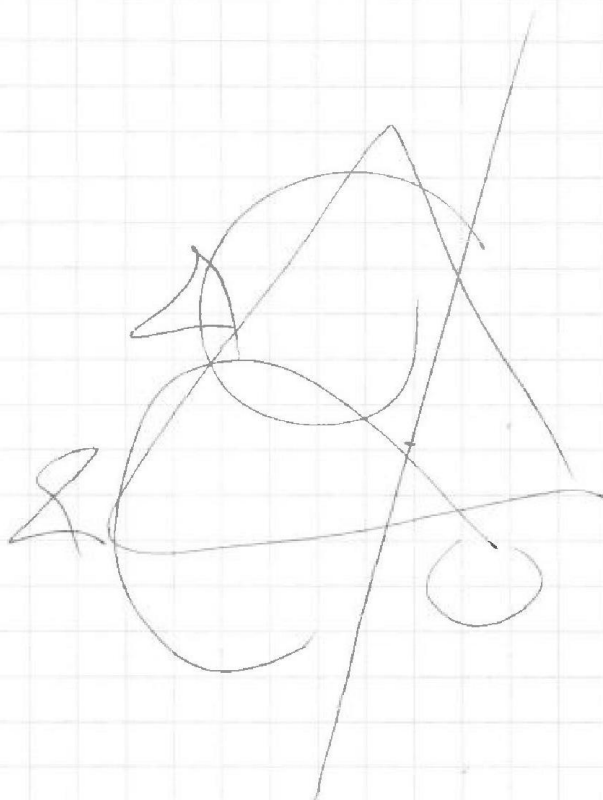
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



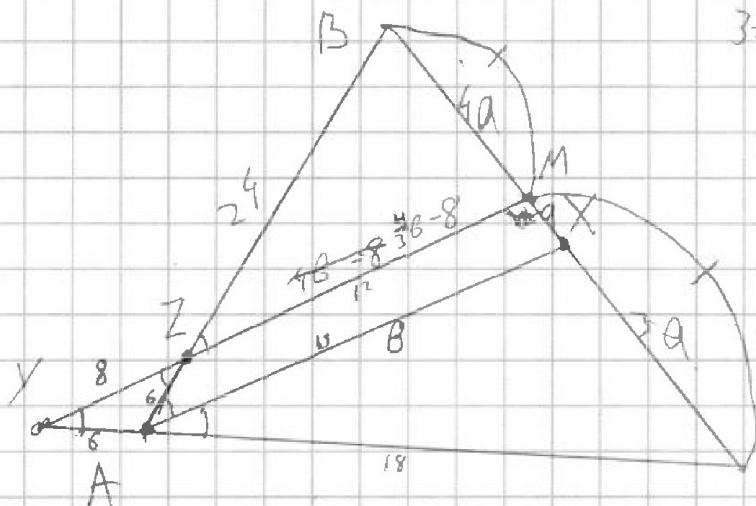


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$37.4 = 120 + 28 = 148$$

$$\frac{40}{29} \quad 4$$



$$33019 =$$

$$36+9-2 \cdot 18 \cdot 2$$

$$= 0.45 - 8 = \frac{9}{37}$$



$$24 \cdot 24$$

$$\frac{570 \cdot 2}{3}$$

$$192 \cdot 2 = 3884$$

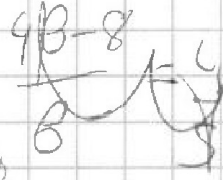
$$\frac{CX}{CM} = \frac{18}{29} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{CX}{XM} = \frac{3}{1} \Rightarrow CX = 3a \quad XM = a$$

$$64 \cdot 3 =$$

$$192$$

$$3884$$

$$\cos 2\beta =$$



$$21$$

$$64 = 3 \cdot 72 - 72 \cos \alpha$$

$$64 = 3 \cdot 72 - 72 \cos \alpha$$

$$8084$$

$$9b = \frac{2 \cdot 9}{3} b \cdot 90 = 21$$

$$22$$

$$16$$

$$22$$

$$98$$

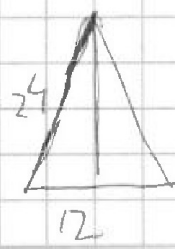
$$32$$

$$352$$

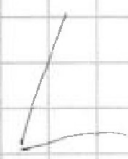
$$368$$

$$\cos 180 - a$$

$$-\frac{1}{9}$$



$$\cos \beta = \frac{1}{9}$$



$$\frac{8}{3} b = 90$$

$$8b = 120$$

$$b = 15$$

$$2 \cos^2 \beta - 1$$

$$\cos^2 \beta = \frac{1}{9}$$

$$\cos \beta = \frac{1}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

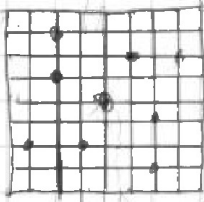
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} \leq 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5/2$$

~~84~~ ~~83~~

$$\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40 = 81 \cdot 19 = 810$$

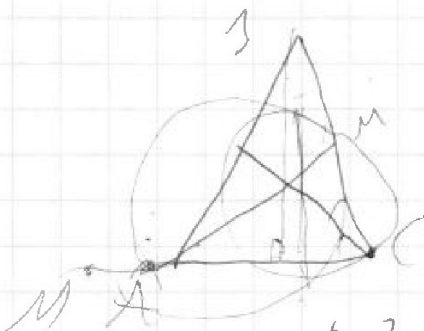
80

40

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 3 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$810 + 20x + 80 = 9 - 0.0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \geq -5$$



$$\sqrt{6-y} - \sqrt{x+1} \leq 5$$

$$\sqrt{6-y} \leq 5 + \sqrt{x+1}$$

$$6-y \leq 25 + x + 1 + 10\sqrt{x+1}$$

$$(x^2 + 1)^2 - 12.5$$

-0.0

$$-y - 20 \leq x + 10\sqrt{x+1}$$

$$(x^2 + 1)^2 - 12.5$$

$$x + 10\sqrt{x+1} + 20 + y \geq 0$$

1 2 95

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, a+b, a+2b, \dots, 27816$$

$$a+2b = 3x+3 \quad 309$$

$$a+4b = (x^2+2x)^2 = (x+2)(x)^2 = x^4+4x^2+4x^3$$

$$a+8b = 3x^2$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 3x - 3 &= (x^4+4x^3+4x^2-3x-3) \cdot 2 \\ 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 &= 2 \cdot (x^4+4x^3+4x^2-3x-3) \\ 3x^4+12x^2+12x^3-6x-6 &= 3x^2 \end{aligned}$$

$$3x^4+12x^3+9x^2-6x-6=0$$

$$2x^4+12x^3+9x^2-6x-6=0$$

$$3x^4+12x^3+9x^2-6x-6=0$$

$$x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

$$1-x+3x^2-2 \quad x=-1$$

$$\begin{array}{r} x^4+4x^3+3x^2-2x-2 \\ x^4+x^3 \\ \hline 3x^3+3x^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^3+3x^2-2 \\ x^3+x^2 \\ \hline 2x^2-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3+3x^2 \\ 3x^3+3x^2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x^2-2 \\ 2x^2+2x \\ \hline -2x-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3+3x^2-2 \\ x^3+x^2 \\ \hline 2x^2-2 \\ 2x^2+2x \\ \hline -2x-2 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2+2x-2 \\ x^2+2x-2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$D=4+8=12 \quad x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~YAZX~~

~~X~~

$$(x-3y) \leq 3$$

$$x = 9y/k$$

$$(3x-y) \leq 1$$

980

$$k^2 - 9k - 980 = 0$$

$$\frac{1}{3}y$$

$$3y$$

$$k \cdot (k-9) = 750^2$$

$$mn \cdot (k-3) = 13p^2$$

$$k; 3 \Rightarrow P=3 \Rightarrow Q=3$$

$$ky - 3y \in -3, 3$$

$$(x-3y) \leq 3$$

$$(9x-3y) \leq 3$$

$$3ky - 9y \in -1, 1$$

$$8x \leq 6$$

$$(3x-9y) \leq 9$$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

$$(3x-y) \leq 1$$

$$13 \cdot 7$$

$$x + y$$

$$\frac{3}{4} - \frac{15}{4} = -\frac{12}{4}$$

$$y = \frac{8}{4} \quad x = \frac{3}{4}$$

$$8y \leq 10$$

$$y \leq \frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4}$$

$$k^2 - 9k - 52 = 0$$

$$D = 81$$

$$A = (m+n)^2 - (m+n) \cdot 9$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \end{matrix}$$

$$k \cdot k-1 \quad 4, 0$$

$$\begin{matrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$$

$$3$$

$$\begin{matrix} m:3 \\ n:3 \end{matrix}$$

$$p=2$$

$$13 \cdot 4 = (m+n) \cdot (m+n-9)$$

$$k \cdot k-9 = 52$$

$$52$$