



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .

3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle C \angle \frac{BAN}{AN}) = -\frac{1}{4}$.

4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

- он сидит на первой парте в ряду,
- ближайшая парта перед ним пуста,
- за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.

6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4x^2 - 4 = 0$$

$$\text{имеем 2 корня} \rightarrow D > 0 \quad D = 4 \cdot 3x^2 - 16x^2 + 16 > 0$$

$$\text{произведение корней} > 0 \Rightarrow \text{свободный член} > 0 \Rightarrow 4x^2 - 4 > 0$$

$$4 \cdot 3x^2 - 16x^2 + 16 > 0$$

$$4x^2 - 4 > 0$$

$$\begin{cases} (2-x)(2+x) > 0 & \begin{matrix} -2 & + & 0 & - \\ -2 & & 2 \end{matrix} & x \in (-2; 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)(x+1) > 0 & \begin{matrix} + & 0 & - & + \\ -1 & & 1 \end{matrix} & x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40 \quad a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2+15(a-b)=17p^5 \end{cases} \begin{cases} a=40-b \\ (40-2b)(40-2b+15)=17p^5 \end{cases}$$

$\uparrow$
2

Заметим, что $17p^5$ должно делиться на 2, т.к. $17/2 \Rightarrow p=2$, но

решение в целых числах, крайнее $2-2 \Rightarrow p=2$, тогда

$$(20-b)(55-2b)=17 \cdot 2^5$$

$55-2b$ и $20-b$ или 55 -кратное, а $2b:2 \Rightarrow 20-b:2^4$

1) $\begin{cases} 20-b=2^4 \\ 55-2b=17 \end{cases}$	2) $\begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ 55-2b=1 \end{cases}$	3) $\begin{cases} 20-b=2^4 \\ 55-2b=-17 \end{cases}$	4) $\begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ 55-2b=-1 \end{cases}$
$\begin{cases} 38=2b \\ b=19 \end{cases}$ — тако же допускается	$\begin{cases} 20-b=2^4 \cdot 17 \\ b=27 \end{cases}$	$\begin{cases} 55-2b=-17 \\ 20-b=-16 \end{cases}$	$\begin{cases} 20-b=-2^4 \cdot 17 \\ b=28 \end{cases}$

при подстановке
в оба уравнения №1
получим $b=19$

или $b=27$ не подходит,

т.к. $20-19 < 0$

а $2^4 \cdot 17 > 0$

$$\begin{cases} b=36 \\ a=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \neq -2^4 \cdot 17 \\ \text{такое же не может} \\ \text{быть } b \end{cases}$$

Ответ: $a=4$; $b=36$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

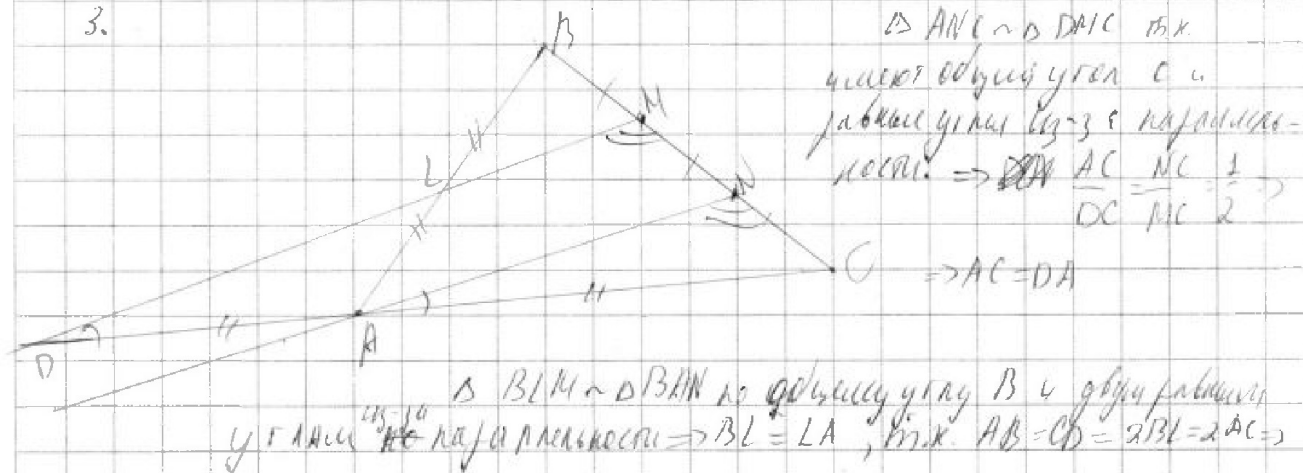
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



$\Rightarrow AC = DA$

$\Delta BLM \sim \Delta BLM$ по общему углу B и двум равным углам $\angle BLM = \angle BML$ по параллельности $\Rightarrow BL = LA$, так $AB = CD = 2BL = 2AC \Rightarrow$

$$\Rightarrow AC = AD = BL = LA \Rightarrow \angle ADL = \angle DLA \text{ так}$$

$$\angle LADL = \angle NAC - \text{т.к. } MD \parallel AN \text{ и } DC - \text{ секущая} \Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN = \frac{\pi}{4}$$

По теореме косинусов: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$

$$BC^2 = AB^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{AB^2}{2}$$

$$144 = AB^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{AB^2}{4}$$

$$AB^2 = 96$$

$$AB = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

Итого: $AB = 4\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☒☐☐☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~4 человека~~ три человека

Представим людей под номерами 1-8 4 пустую карту как номер 10.

4 человека трех людей единственной рассадкой в ряд, т.е. человек 3 человек можно единственными образом рассадить в ряд.

Количество вариантов выбора первой тройки: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$

Количество вариантов выбора второй тройки: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$

У оставшихся ^{двух} человек 3 варианта рассадки в ряд: после пустой карты, до пустой карты и между пустой картой и последним.

Всего вариантов: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 3 = \frac{8!}{4!} = 1680$

Ответ: $\frac{8!}{4!} = 1680$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим дороги, как ребра, а деревки, как вершины в графе.

Если из одной деревки в другую можно добраться, значит, по единственному маршруту $\Rightarrow$ граф связный без циклов.

В связном графе без циклов n и $n-1$ ребро.

Предположим, что в графе $n+1$ ^{вершин, т.е. дерев} ~~ребро~~, тогда ребер $n+3$.

Так же количество ребер можно считать так:

$$\frac{x \cdot 1 + 3 + 4 + 5 + 7}{2}$$

$$\frac{x + 3 + 3 + 4 + 5 + 7}{2} = x + 3$$

$$x = 13$$

Итого: 13 деревень.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 1 \\ x+y-2 \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -(x-1)^2 - (y-1)^2 \geq -2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$$

т.к. x и y - целые числа, то $x+y$ - целое число $\Rightarrow x+y$ может быть равно 1/2/3.

$$1) x+y=1 \Rightarrow x-1=-y$$

$$y^2 + y^2 - 2y + 1 \leq 2$$

$$2y(y-1) \leq 1$$

$$2y(y-1) \leq 1$$

$$т.к. \text{при } y=1, 2y(y-1) > 1 \Rightarrow y < 1,5 \text{ из неравенства: } x+y \geq 1$$

можно считать, что тогда $x > -0,5$ - единственные, подходящие

целые числа подходящие под условие - 0 при $x=0$ по условию $x+y=1$ y будет равен 1.

$$2) x+y=2, \text{ тогда } 1-|x+y-2|=0 \Rightarrow \text{тогда } \sqrt{2x+2y-x^2-y^2}=1$$

$$2x+2y-x^2-y^2=1$$

$$2-x^2-y^2=1 \Rightarrow x^2+y^2=1 \Rightarrow x^2+(1-x)^2=1 \Rightarrow x^2+1-2x+x^2=1 \Rightarrow 2x^2-2x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x(x-1)=0$$

$$\begin{cases} x=0 & y=1 \\ x=1 & y=0 \end{cases} \text{ - при подстановке в уравнение - подходит}$$

$$\begin{cases} x=1 & y=0 \\ x=0 & y=1 \end{cases} \text{ - при подстановке в уравнение - подходит}$$

$$2) x+y=2 \quad x-1=y \quad 1-y$$

$$(1-y)^2 + y^2 - 1 \leq 2$$

$$y^2 - 2y \leq 1$$

$$y^2 - 2y \leq 0$$

$$y(y-2) \leq 0$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

$$y \in [0, 2]$$

т.к. y - целое число y может быть равно 0/1/2.

$$\begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases} \text{ - при подстановке подходит } \sqrt{2 \cdot 2 + 0 - 2^2 - 0^2} + \sqrt{1 - |2+0-2|} = 1$$

$$y=1 \text{ - не подходит: } \sqrt{2+2-1-1} + \sqrt{1-0} \neq 1$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=0 \end{cases} \text{ - подходит: } \sqrt{0+2-0-2} + \sqrt{1-|0+2-2|} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \begin{cases} x+y=3 \\ x-1=2-y \end{cases}$$

$$(2-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$$

$$2y^2 - 6y + 3 \leq 0$$

$$\left(y - \frac{6-2\sqrt{3}}{4}\right) \left(y - \frac{6+2\sqrt{3}}{4}\right) \leq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \frac{6-2\sqrt{3}}{4} \quad \frac{6+2\sqrt{3}}{4} \end{array} \quad A=100 \quad \text{или } y = A \cdot 2y^2 - 6y + 3 > 0$$

$$y \in \left[\frac{6-2\sqrt{3}}{4}; \frac{6+2\sqrt{3}}{4}\right] \quad y - \text{целое число. В промежутке нахо-$$

дятся 2 целых числа: 1, 2, так $\frac{6+2\sqrt{3}}{4} < 3$ ($\sqrt{3} < 3$) и $\frac{6-2\sqrt{3}}{4} > 0$

$$\text{Если } \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases} \text{ при подстановке подходит: } \sqrt{2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 1 - 4} + \sqrt{1 - 1 + 2 + 2} = 1$$

$$\text{Если } \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases} \text{ при подстановке подходит: } \sqrt{2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 1 - 4} + \sqrt{1 - 1 + 2 + 2} = 1$$

$$\text{Ответ: } (0; 3), (2; 0), (2; 0), (0; 2), (2; 1), (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

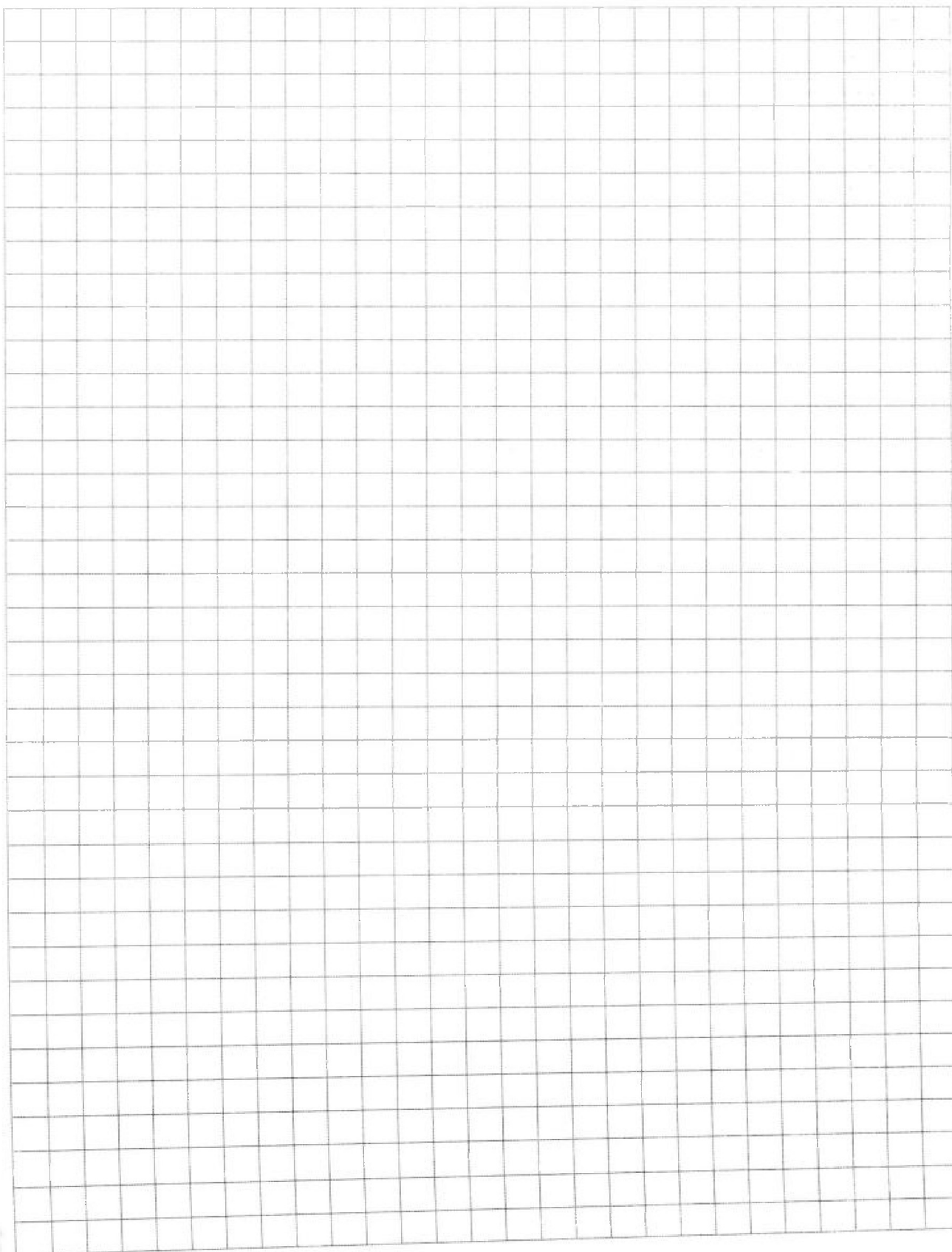
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 СТРАНИЦА ____ ИЗ ____

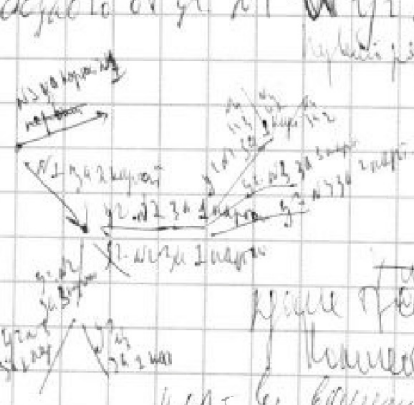
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. Расставляя фигурки по возрастанию: 12 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

Всего 3 кубика карты. Записаны по уличкам и линиям карты. На первом кубике карты, на втором кубике карты, на третьем кубике карты. На первом кубике карты, на втором кубике карты, на третьем кубике карты.

Записаны по уличкам и линиям карты. На первом кубике карты, на втором кубике карты, на третьем кубике карты. На первом кубике карты, на втором кубике карты, на третьем кубике карты.

Записаны по уличкам и линиям карты. На первом кубике карты, на втором кубике карты, на третьем кубике карты. На первом кубике карты, на втором кубике карты, на третьем кубике карты.



123 012 013 023 034 035 045 056 067 078 089 090 091 092 093 094 095 096 097 098 099 100

Записаны по уличкам и линиям карты. На первом кубике карты, на втором кубике карты, на третьем кубике карты. На первом кубике карты, на втором кубике карты, на третьем кубике карты.



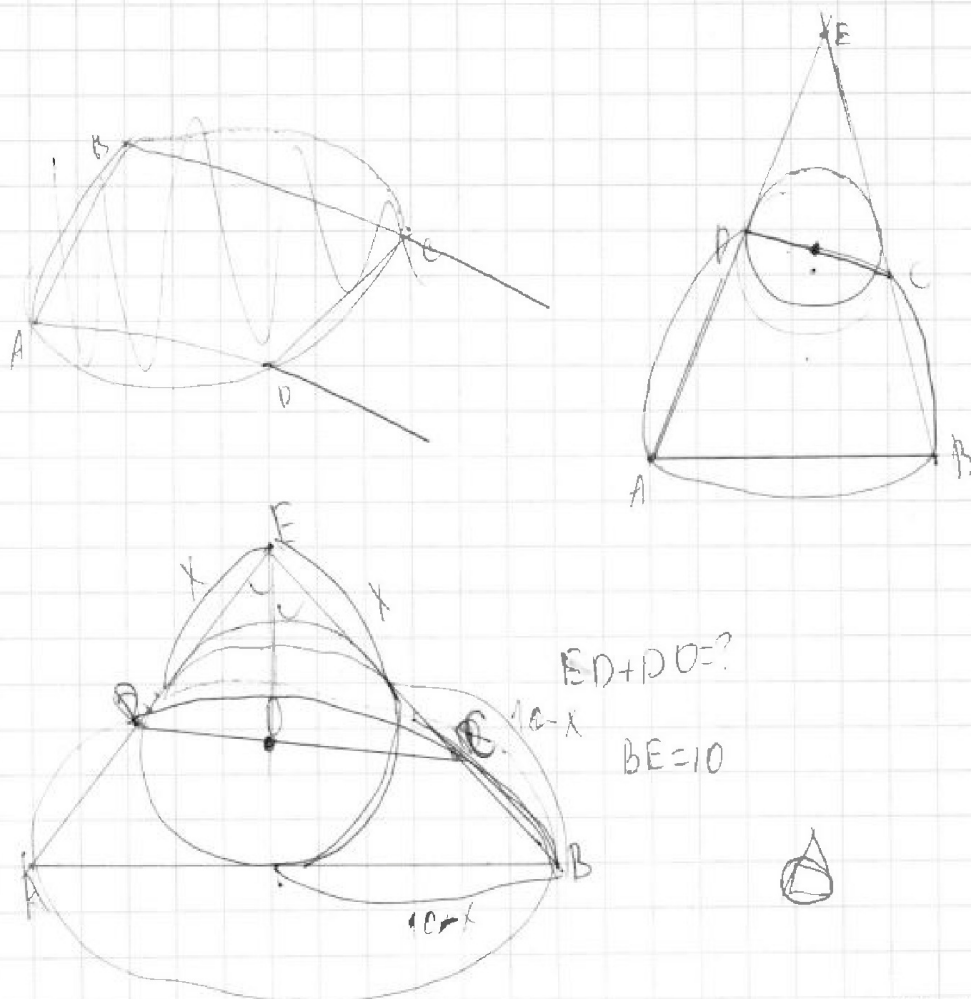


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ED + DO = ?$
 $BE = 10$

6. Вспомогательные дуги - вспомогательные хорды, без которых невозможно решить задачу.
 $x + 3 + 4 + 5 + 2 = x + 4 - 1$
 $x + 3 + 4 + 5 + 2 = 2x + 6$
 $3 + 4 + 5 + 2 = x$
 $13 = x$

Вспомогательные дуги - вспомогательные хорды, без которых невозможно решить задачу.
 $n = 1$ хорда $\Rightarrow$ 1 хорда $\Rightarrow$ 1 хорда $\Rightarrow$ 1 хорда $\Rightarrow$ 1 хорда



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. $\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-(x+y-2)} = 1$ $y=2, x=1$

Обс. $\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ x+y-2 \leq 1 \\ x+y-2 > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2-1 \geq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -(x-1)^2 - (y-1)^2 \geq 2 \\ x+y \leq 3 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$

$(x-1)(y-1) = -x^2 - xy + 2x$

$x^2 - x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2$

$-y^2 + 2y + 1y$

$2-x^2-y^2=1$

$1=x^2+y^2$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$

$x+y \leq 3$

$x+y \geq 1$

1) $x+y=1$ $x-1=-y$

$y^2+y^2-2y+1 \leq 2$

$2y(y-1) \leq 1$

$y \leq 1$ $x \geq 0$

тогда $y=1$ $x=0$

2) $x+y=2$ $x-1=y-1$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$

$2(y-1)^2 \leq 2$

$(y-1)^2 \leq 1$

$y^2-2y \leq 0$

$y(y-2) \leq 0$

$y \in [0, 2]$

$y \in [0, 1]$

$\begin{cases} y=0 & y=1 \\ x=2 & x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$

2). $x+y=3$ $x-1=2-y$

$(2-y)^2 + (y-1)^2 \leq 2$

$4-4y+y^2+y^2-2y+1 \leq 2$

$2y^2-6y+3 \leq 0$

Реш. $\begin{cases} 2 \\ 3 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{36-24}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

$(y - \frac{3+\sqrt{3}}{2})(y - \frac{3-\sqrt{3}}{2})$

тогда $y=1$ $x=2$

$\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$

$\frac{3+\sqrt{3}}{2} > 2$

$3+\sqrt{3} > 2$

$1+\sqrt{3} > 0$

$3-\sqrt{3} < 2$

$1 < 0$

$\frac{3-\sqrt{3}}{2} > 1$

$\frac{3-\sqrt{3}}{2} > 1$

$\frac{3-\sqrt{3}}{2} > 1$

$\frac{3-\sqrt{3}}{2} > 1$

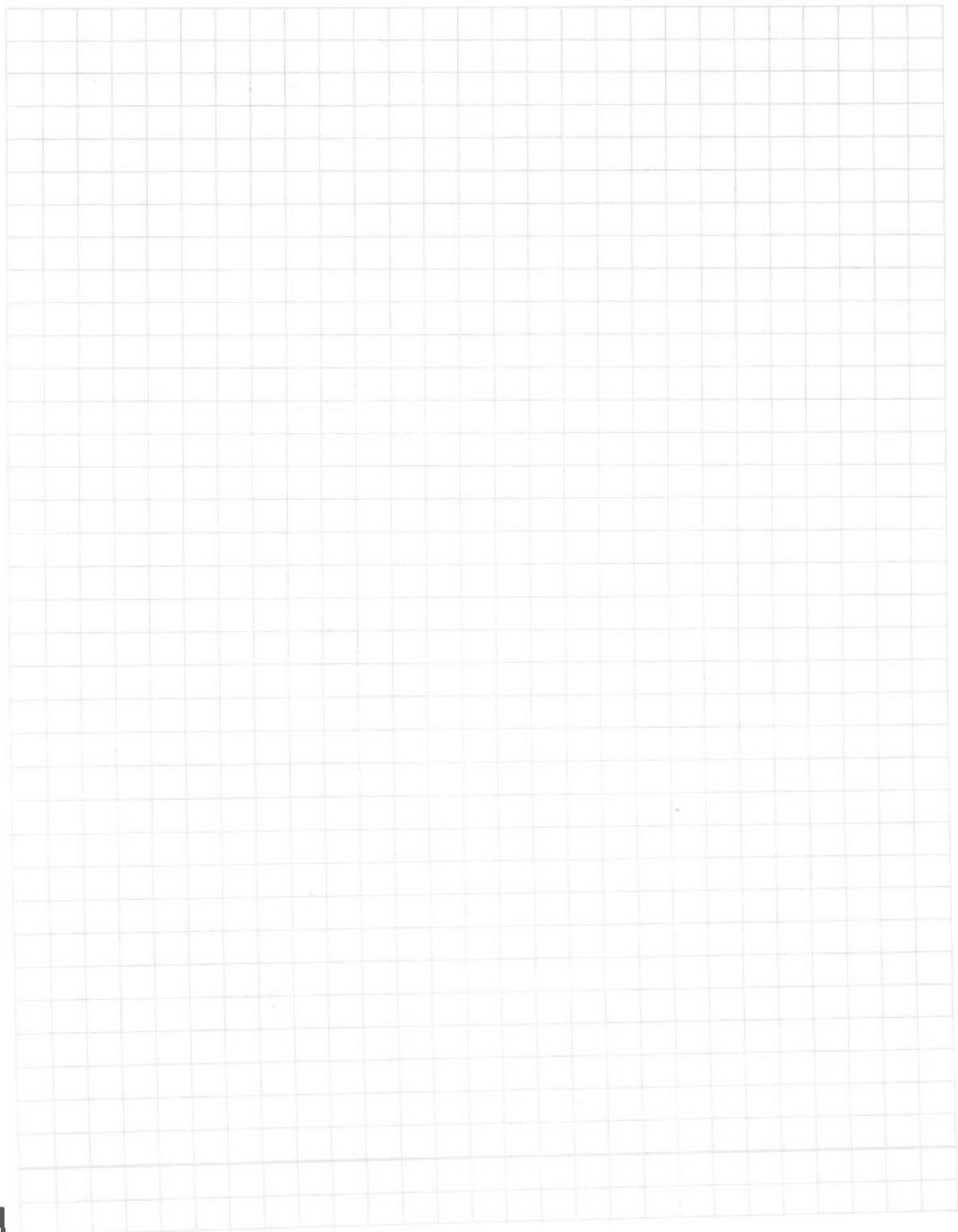


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





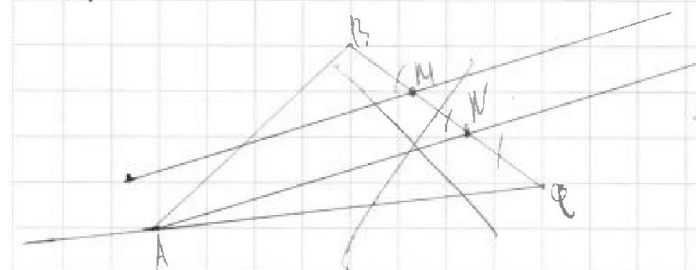
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



$$\cos 0 = 1$$

$$\cos x = \sin(90-x)$$

$$\cos x = \cos(180-x)$$

$$AB = CD$$

$$BC = 12$$

$$\angle CAN = 150^\circ$$

$$\angle CAN > 45^\circ$$

$$\cos(\angle CAN) = -\frac{1}{4}$$



$$\frac{x}{\sin 60} = \frac{21}{1}$$

$$\sin 60 = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 30^\circ, 60^\circ$$

	0	30	45	60	90	120	135	150	180
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 3x^2 + 4x^2 = 7x^2$$

$$x^2 = 1x^2 - 6x$$

$$96 = 3 \cdot 32 = 3 \cdot 16 \cdot 2$$

$$\frac{1213}{1113}$$

$$(40)^2 + (20)^2 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 16 \cdot 16 + 4 \cdot 6 + 24 = 256 + 24 + 24 = 304$$

$$= 16 \cdot 24 = 6 \cdot 6 \cdot 4$$

$$C = 8 \cdot 2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$$

$$BC^2 = AN^2 + \left(\frac{AN}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{AN}{2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 16^2}$$

$$144 = AB^2 + AB^2$$

$$144 = 2AB^2$$

$$5 \cdot 4 = 5AB^2$$

$$5 \cdot 4 = 5AB^2$$

$$144 = \frac{AN^2 + AB^2}{4} + \frac{AN^2}{4} = \frac{AN^2 + AB^2}{2}$$

$$288 = 3AB^2$$

$$AB^2 = 96$$

$$AB = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4x^2 - 4 = 0 \quad - \text{глубина корней} \quad x_1 \cdot x_2 > 0$$

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 + x(-x_2 - x_1) + x_1x_2 \quad \boxed{4x^2 - 4 > 0}$$

$$D > 0 \quad D = 4 \cdot 3x^2 - 16x^2 + 16 > 0$$

$$x_1, x_2 = -2\sqrt{3} \pm$$

$$12x^2 - 16x^2 + 16 > 0$$

$$x_1x_2 = 4x^2 - 4$$

$$16 - 4x^2 > 0$$

$$-2\sqrt{3} < 2$$

$$4 - x^2 > 0$$

$$(x-2)(x+2) > 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ -2 & 2 & \end{matrix}$$

$$x \in (-2, 2)$$

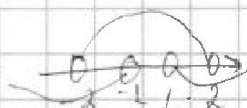
$$4x^2 - 4 > 0$$

$$x^2 - 1 > 0$$

$$(x-1)(x+1) > 0 \quad \begin{matrix} + & - & + \\ -1 & 1 & \end{matrix}$$

$$x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ x \in (-2, 2) \end{cases} \Rightarrow x \in (-2, -1) \cup (1, 2)$$



2. $a+b=40 \quad a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5 \quad p \text{ — простое число} \quad a=40-b$

$$a+b=40$$

$$a+b=40 \Rightarrow a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

$$a=40-b$$

запишем $17p^5$ делится на 2, т.к. 17 кратно 2 не делится $\Rightarrow p=2$, но единственное простое число p делится 2-2. $\Rightarrow p=2$, тогда

$$2(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^5$$

$$(20-b)(55-2b) = 17 \cdot 2^4$$

$$55-2b \times 2 \times x = 55 \text{ нечетное, а } 2b \text{ — четное} \Rightarrow 20-b \times 2^4 \Rightarrow \begin{cases} 20-b \times 2^4 \\ 2^4 \cdot 17 \end{cases} \begin{cases} 55-2b=17 \\ 55-2b=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 55-2b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b=38 \\ 2b=54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=19 \\ b=27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b=2^4 \\ 20-b=2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=4 \\ b=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 55-2b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=19 \\ b=27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b=2^4 \\ 20-b=2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=4 \\ b=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 55-2b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=19 \\ b=27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20-b=2^4 \\ 20-b=2^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=4 \\ b=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 55-2b=17 \\ 55-2b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=19 \\ b=27 \end{cases}$$