



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 \quad x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

2 различных корня $\Rightarrow D > 0$

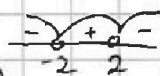
$$D = 12t^2 - 4(4t^2 - 4) > 0$$

$$16 - 4t^2 > 0$$

$$4(4 - t^2) > 0$$

$$4 - t^2 > 0$$

$$t \in (-2; 2)$$



Теорема по т. Виета:

$$x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}t$$

$$x_1 x_2 = 4t^2 - 4 \text{ — по условию положительное}$$

$$4t^2 - 4 > 0$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

Пересечение этих двух промежутков и есть ответ:

$$t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 17p \Rightarrow 17p(17 + 15) = 17p^5 \Rightarrow 17p + 15 = p^4$$
$$15 = p(p^3 - 17)$$
$$p = 5 \Rightarrow p^3 - 17 = 3$$
$$p = 3 \Rightarrow p^3 - 17 = 5 \text{ — противоречие}$$

$$x = 17p^2 \Rightarrow 17p^2(15 + 17p^2) = 17p^5 \Rightarrow 15 = p^2(p - 17)$$

3, 5, 15 — не квадраты простых чисел. 1 — простое.

$$x = 17p^3 \Rightarrow 17p^3(15 + 17p^3) = 17p^5 \Rightarrow 15 = p^2(1 - 17p)$$

3, 5, 15 — не квадраты простых чисел. 1 — простое.

$$x = 17p^4 \Rightarrow 17p^4(15 + 17p^4) = 17p^5 \Rightarrow 15 + 17p^4 = p$$

т.к. p — натуральное число $15 > 0$

$$15 + 17p^4 > p \text{ — противоречие}$$

$$x = 17p^5 \Rightarrow 17p^5(17p^5 + 15) = 17p^5 \Rightarrow 17p^5 + 15 = 1, \text{ но } p > 0 \text{ — противоречие}$$

↓
Ответ: $a = 28,5$; $b = 11,5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

$$\text{Пусть } a-b = x$$

$$x(x+15) = 17p^5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 1, p, p^2, p^3, p^4, p^5, 17, 17p, 17p^2, 17p^3, 17p^4, 17p^5$$

$$x = 1 \Rightarrow 17p^5 = 16 \text{ } \checkmark$$

$$x = p \Rightarrow p(p+15) = 17p^5 \Rightarrow 17p^4 = p+15$$

$$15 = p(1+17p^3)$$

$p = 3, 5$, но тогда $1+17p^3 > 5 \checkmark$

$$x = p^2 \Rightarrow p^2(p^2+15) = 17p^5 \Rightarrow p^2+15 = 17p^3$$

$$15 = p^2(17p-1)$$

$$\text{но } 15 = 5 \cdot 3 = 15 \cdot 1$$

$5, 3, 15$ - не являются квадратами, простых чисел.

$$x = p^3 \Rightarrow p^3(p^3+15) = 17p^5 \Rightarrow p^3+15 = 17p^2$$

$$15 = p^2(17-p)$$

снова $5, 3, 15$ - не квадраты простых чисел.

$$x = p^4 \Rightarrow p^4(p^4+15) = 17p^5 \Rightarrow p^4+15 = 17p \Rightarrow 15 = p(17-p^3)$$

при $p = 5, 3$; $p^3 > 17 \Rightarrow$ число отриц.

$$x = p^5 \Rightarrow p^5(p^5+15) = 17p^5 \Rightarrow p^5+15 = 17 \Rightarrow p^5 = 2$$

но p имеет мин 2. $\checkmark$

$$x = 17 \Rightarrow 17(17+15) = 17p^5 \Rightarrow p^5 = 32 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a-b = 17$$

$$2a+b = 40$$

$$\Rightarrow 2a = 57$$

$$a = 28,5$$

$$b = 11,5$$



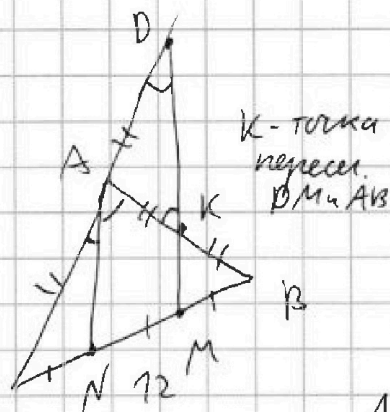
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



(наоборот M и N
быть не могут,
иначе $MN = MC + MN$)
Упрямство

по условию:

$$CD = AB$$

$$BC = 12 \quad \angle CAN$$

$$\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{9}$$

$$AN \parallel DM \Rightarrow \angle CAN = \angle CDM, \alpha$$

$$\text{Таким } CN = NM \Rightarrow$$

$$AN - \text{сред. линия в } \triangle DCM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = AD \Rightarrow AB = 2AD$$

$$\text{В } \triangle ABN \quad KM \parallel AN \text{ и } NM = MB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KM - \text{сред. линия} \Rightarrow$$

$$AK = KB \Rightarrow AB = 2AK$$

$$2AK = 2AD$$

$$\overset{\vee}{AK} = AD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle DAK \angle ADK = \angle AKD, \alpha \angle AKD = \angle KAN \Rightarrow$$

$$\angle CAB = 2\angle CAN.$$

Т. cos для $\triangle CAB$ (пусть $AC = x$, тогда $AB = 2x$)

$$12^2 = x^2 + 4x^2 - 2 \cdot \cos(2\angle CAN) \cdot x \cdot 2x$$

$$12^2 = 5x^2 + x^2$$

$$12^2 = 6x^2$$

$$x^2 = 12^2 \cdot 2$$

$$x = \pm 2\sqrt{6}, \text{ но } -2\sqrt{6} \text{ сторона не может быть}$$

$$\overset{\vee}{AC} = 2\sqrt{6}$$

$$\overset{\vee}{AB} = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4
□

5

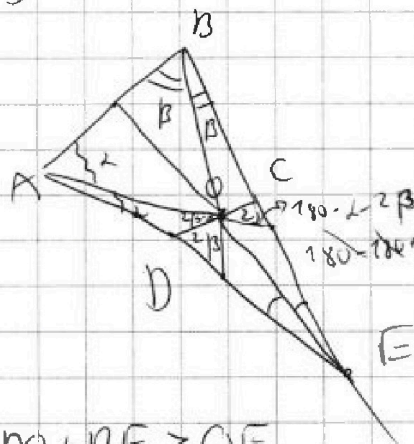
6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NS


$$bE=70$$

0 - центр впис. окружности $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ точка пересеч. биссектрис

OE - диссентризм
по свойствам диссентризм

$$\frac{PE}{CE} = \frac{DO}{OC}$$

Темне CD дитинахман

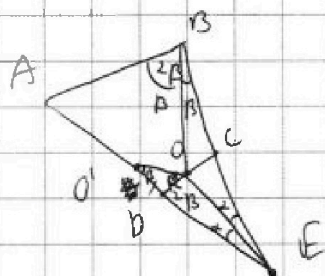
АВЗ, т.е. АВОВ вписан в окружность $\Rightarrow \triangle CED \sim \triangle AEB \Rightarrow$

$$DO + OE > OE$$

по неравенству
треугольника

$$\Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{DE}{BC} = \frac{CD}{AB}$$

Угнетен на AD торы O' , где $O'b = OD$



$$O'b = DO \Rightarrow \Delta O'DO - p/\delta = 2$$

$$\angle OOB' = \beta, \quad \angle OOB'' = 2\beta$$

$\angle ABO = \beta$, т.к. $AB \parallel C$ $\angle CDE = \beta$, т.к. $AB \parallel C$ - биссектриса.

$$\triangle OOE \cong \triangle OBE$$

$$\frac{O'E}{BE} = \frac{OE}{OE} = 1 \Rightarrow O'E = BE = 70$$

$$\Rightarrow OD + DE = 70$$

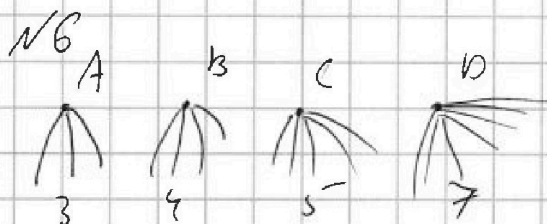
$$\triangle A'O'E = \triangle B'O'E \text{ (2 угла и одна сторона)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Докажем, что все A-B-C-D должны быть соединены с помощью ребер: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$.

из A в B можно быть единственным путем через другую деревню (не через C и D) с 1 дорогой соединяющей A и B не может быть, т.к. у остальных деревень (кроме C и D) 1 дорога. $\Rightarrow$

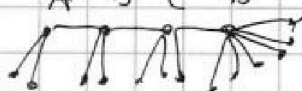
$A \rightarrow B$, либо $A \xrightarrow{C \text{ или } D} B$, либо $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$.

Если получилось $A \rightarrow B$, то докажем ^{тут понятно} что из A или из B будем в C или D. Ну возникли A и C они должны быть соединены, но аналогично не могут быть соединены через ^{другую деревню} $\Rightarrow$ 1 дорога.

$A \xrightarrow{B \text{ или } D} C$

но тогда аналогично (усилию соедин. с D) $\Rightarrow$ $A \xrightarrow{B \text{ или } C} D$ или $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$. В случае когда $A \xrightarrow{C \text{ или } D} B$,

аналогично именованная деревня (то есть A или B или C или D) не может не быть соединена прямым путем с другой именованной $\Rightarrow$ Мы докажем, что



располагаются так (буквы могут быть в любом порядке)

оставшиеся ребра - это (1 ребро - 1 деревня) $\Rightarrow$

сумма степеней ABCD = 19, но 3 ребра принадлежат сразу 2 деревням $\Rightarrow 19 - 2 \cdot 3 = 13$ ребер $\Rightarrow 13$ деревень без ABCD $\Rightarrow$ На острове 17 деревень ост.



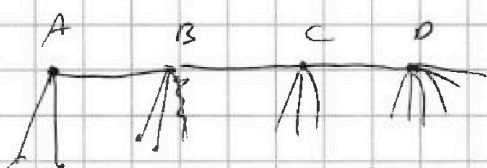
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

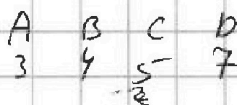
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

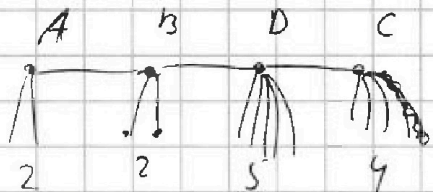
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$6 + 3 + 2 + 2 = 13$$

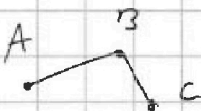
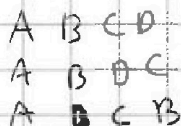


$$3 + 4 + 5 + 7 = 19$$
$$\begin{array}{r} 19 \\ - 6 \\ \hline 13 \end{array}$$



13

$$BACD = 3 + 7 + 3 + 6 = 19$$



1	3	6
2	4	7
8	5	

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$$

7	2
5	3
6	4

a_8		
a_8		
a_8		

a_1	a_2	a_3
a_8	a_{11}	a_{12}
a_8	a_{11}	a_{12}

a_1	a_2	a_3
a_8	4	5
a_8	7	6
2	7	4
8	3	6
	5	7

$$a_1, a_2, a_3$$

1	2
3	6
5	7

7	1	2
8	3	5
$\times$	4	6

1	2
4	3
5	6

3	7	7
8	2	4
$\times$		

$\leftarrow 1, 3, 4$

$\leftarrow 1, 2, 3, 4$
$\leftarrow 2$

7
6

7
5
6

7
6

7
6

7	2
4	3
5	6

7	2
3	4
5	6

7	2
3	4
5	6

7	3
4	2
5	6

7	3
4	2
5	6

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$
$$2 \cdot 3$$
$$12 + 8 = 20$$
$$22$$

7	2
3	4
5	6

7	2
3	4
5	6

7	2
3	4
5	6

1	4
2	5
3	6

1	3
2	4
3	5



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

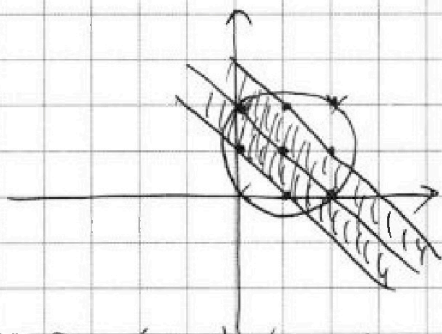
Рассмотрим ОДЗ корней:

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ 1-|x+y-2| \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -(x-1)^2 - (y-1)^2 + 2 \geq 0 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-x-y+2 \geq 0 \\ x+y \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq 3-x \\ y \geq 2-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+x+y-2 \geq 0 \\ x+y \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq 1-x \\ y \leq 2-x \end{cases}$$

это окружность
это область внутри
окружности с
центром (1,1) и R = $\sqrt{2}$



$\Rightarrow$ ОДЗ будет
затененная область
внутри круга

Рассмотрим все целые
(x; y) - это пересечения (узлы)
сетки.

Их всего 7: (0; 2); (0; 1);
(1; 1); (1; 2); (2; 0); (1; 0); (2; 1)

Подставим в уравнение:

$$\begin{aligned} (0; 2) &\Rightarrow \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1 \Rightarrow \text{подходит} \\ (0; 1) &\Rightarrow \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow \text{подходит} \\ (1; 1) &\Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{1} \neq 1 \Rightarrow \text{не подходит} \\ (1; 2) &\Rightarrow \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow \text{подходит} \\ (2; 0) &\Rightarrow \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1 \Rightarrow \text{подходит} \\ (1; 0) &\Rightarrow \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow \text{подходит} \\ (2; 1) &\Rightarrow \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \Rightarrow \text{подходит} \end{aligned}$$

Ответ: (0; 2); (0; 1);
(2; 0); (1; 0); (1; 2); (2; 1)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_8 a_2 a_4
 a_6 a_3 ☐
 a_1 ☐ ☐

☐ ☐ ☐
 a_8 ☐ ☐
☐ ☐ ☐

$$a_8 > a_7 > \dots > a_1$$

$$2x + 2y - x^2 - y^2 + |x + y - 2| + 2\sqrt{(2x + 2y - x^2 - y^2)(7 - |x + y - 2|)} = 1$$

$$2x + 2y - x^2 - y^2 \geq 0$$

$$1 - |x + y - 2| \geq 0$$

$$-(x-1)^2 - (y-1)^2 \geq -2$$

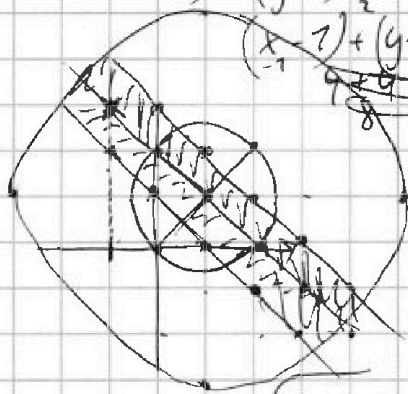
$$1 \geq |x + y - 2|$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$$

$$\begin{cases} 1 \geq x + y - 2 \\ x + y \geq 2 \end{cases} \quad y \geq 2 - x$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2$$

$$y \leq 3 - x$$



$$\sqrt{x^2 + y^2} = 4$$

$$1 \geq 2x + y$$

$$\begin{cases} y \geq 1 - x \\ x + y \leq 2 \end{cases}$$

$$y < 2 - x$$

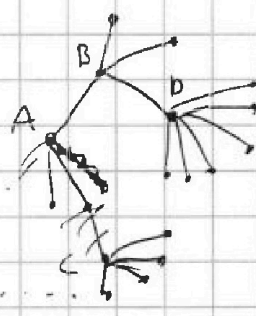
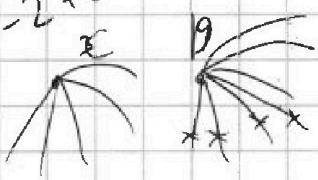
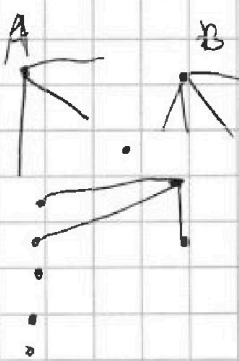
$$\sqrt{y-2} + 1 \neq 1$$

$$\sqrt{1+9} < \sqrt{16}$$

$$\sqrt{6-2-7-9} + \sqrt{1}$$

$$0; 2$$

$$0 + 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(2\angle CAN) = -\frac{1}{4}$$

$$AC = AD$$

$$AB = 2AC = 2AK$$

$$\frac{BE}{AE} = \frac{BD}{AC} = \frac{DE}{EC} = \frac{DO}{OC}$$

$$\frac{DE}{CE} = \frac{BE}{AE} = \frac{DO}{OC}$$

$$\frac{CE}{AE} = \frac{DE}{BE}$$
$$\frac{DE}{CE} = \frac{DO}{OC}$$

$$ED + DO = \min$$

$$ED + DO > EO$$

$$\frac{DO}{OC} = \frac{DE}{EC}$$

$$a < b < c < \dots$$

$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_8$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-b)(15+a-b) = 17p^5$$

$$x(15+x) = 17p^5$$

$$17(15 + \overset{32}{p^5}) = 17p^5$$

$$p^5 = 32$$

$$p = 2$$

$$x = 17, 17p, 17p^2, 17p^3, 17p^4, 17p^5, 1, p, p^2, p^3, p^4, p^5$$

$$p^5 \equiv 15$$

$$17p(15 + 17p) = 17p^5$$

$$15 + 17p = p^4$$

$$15 = p(p^3 - 17)$$

$$p^4 \equiv 15$$

$$17p^2(15 + 17p^2) = 17p^5$$

$$15 = p(17p - 1) \quad p^2(p - 17)$$

$$17p^3(15 + 17p^3) = 17p^5$$

$$p^2 \equiv 15$$

$$15 = p^2 - 17p^3$$

$$17p^4(15 + 17p^4)$$

$$p(15 + p) = 17p^5$$

$$17p^4$$

$$15 + p = 17p^4$$

$$15 = p(17p^3 - 1)$$

$$p^2(15 + p^2) = 17p^5$$

$$17p^3$$

$$15 + p^2 = 17p^3$$

$$15 = p^2(17p - 1)$$

$$p^3(15 + p^3)$$

$$17p^2$$

$$p^4(15 + p^4)$$

$$17p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4(4t^2 - 4) > 0$$

$$12t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$-4t^2 + 16 > 0$$

$$4(4 - t^2) > 0$$

$$4 - t^2 > 0$$

$$(2 - t)(2 + t) > 0$$

$$\begin{array}{c} - \quad + \quad - \\ \hline -2 \quad 2 \end{array}$$

$$t \in (-2; 2)$$

$$x_1, x_2 = 4t^2 - 4 > 0$$

$$4(t^2 - 1) > 0$$

$$t^2 - 1 > 0$$

$$(t-1)(t+1) > 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline -1 \quad 1 \end{array}$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

$$t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$a + b = 40$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15(a - b) = 17p^5$$

$$(a - b)^2 + 15(a - b) = 17p^5$$

$$(a - b)(15 + a - b) = 17p^5$$

$$17 = p^5 + 15$$

$$2 = p^5$$

$$(p)(15 + p) = 17p^5$$

$$15p + p^2 = 17p^5$$

$$15 + p = 17p^4$$