



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парту рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькоими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

Уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ — квадратное. Если оно имеет два различных действительных корня, то дискриминант уравнения положителен:

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2 > 0$$

И если $D > 0$, то уравнение имеет 2 различных действительных корня.

По теореме Виета произведение корней уравнения равно $4t^2 - 4$ (свободный член (старший коэффициент равен 1)), и оно по условию положительно: $4t^2 - 4 > 0$. Имеем:

$$\begin{cases} 16 - 4t^2 > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 > 4t^2 \\ 4t^2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 > t^2 \\ t^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow t^2 \in (1, 4)$$

$\Leftrightarrow t \in (1; 2) \cup (-2; -1)$. (Если $t > 0$, то $2 > t > 1$, если $t < 0$, то $-2 < t < -1$). При таких t $4t^2 - 4 > 0$ и $16 - 4t^2 > 0$, т.е. уравнение имеет 2 различных корня и их произведение положительно.

Ответ: $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

Заметим, что $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15)$. Так как $a+b=40$ и $b>0$ ($b \in \mathbb{N}^+$),

$$a-b = a+b-2b = 40-2b \leq 38 \quad (b \geq 1), \quad a-b+15 \leq 38+15=53,$$

и ~~$(a-b)(a-b+15) \leq 38 \cdot 53 = 2014$~~ ($(a-b)(a-b+15) = 14p^5 > 0$)
если $a-b \geq 0$, то $a-b+15 \geq 15 > 0$, и

$$(a-b)(a-b+15) \leq 38 \cdot 53 = 2014, \text{ а если } a-b < 0, \text{ то}$$

$$\begin{aligned} a-b &= 2a-(a+b) = 2a-40 > -40, \quad a-b+15 > -40+15 = -25, \text{ и} \\ a-b+15 &< 0+15 = 15, \text{ поэтому} \\ |a-b| &\leq 40, \quad |a-b+15| \leq 25 \Rightarrow (a-b)(a-b+15) \leq 40 \cdot 25 = 1000 \end{aligned}$$

($(a-b)(a-b+15) = 14p^5 > 0$). В любом случае

$$(a-b)(a-b+15) \leq 2014. \text{ Если } p \geq 3, \text{ то } 14 \cdot p^5 \geq$$

$$> 14 \cdot 3^5 = 14 \cdot 243 = 4131 > 2014 \geq (a-b)(a-b+15). \text{ Поэтому } p < 3,$$

т.е. $p=2$. Итак,

$$(a-b)(a-b+15) = 14 \cdot 2^5$$

П.к. $a+b=40$, $a-b = 40-2b$ — четное, и $a-b+15$ — нечетное.

Тогда $a-b+15$ взаимнопросто с 2^5 , т.е. $(a-b):2^5$. Но

$$-40 \leq a-b < 40, \text{ т.е. } (a-b):14 \text{ (иначе } (a-b):(14 \cdot 2^5), \text{ но тогда}$$

$a-b=0$ (что неверно, т.к. $(a-b)(a-b+15) \neq 0$), или $|a-b| \geq 14 \cdot 2^5$ (что также неверно, т.к. $|a-b| \leq 40$). Тогда $\gcd(a-b, 14)=1$, т.е. $(a-b+15):14$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Умк, $|a-b| = 2^5$, $|a-b+15| = 17$, т.е. $|a-b| \geq 32$,
 $|a-b+15| \geq 17$, но $|a-b| \cdot |a-b+15| = |17 \cdot 25| = 17 \cdot 25$. Тогда
 $|a-b| = 32$

$|a-b+15| = 17 \Rightarrow$ Есть 2 случая.

I случай. $a-b = 32$. Тогда $a-b+15 = 32+15 \neq 17$ — не
подходит.

II случай. $a-b = -32$. Тогда $a-b+15 = -32+15 = -17$ — подходит,
т.к. $(a-b) \cdot |a-b+15| = (-32) \cdot (-17) = 32 \cdot 17 = 17 \cdot 25$. Умк,

$$\begin{cases} a-b = -32 \\ a+b = 40 \end{cases}$$

$$2a = 40 - 32$$

$$2a = 8$$

$$a = 4$$

$$b = 40 - 4 = 36$$

Получаем, что $a = 4$ и $b = 36$.

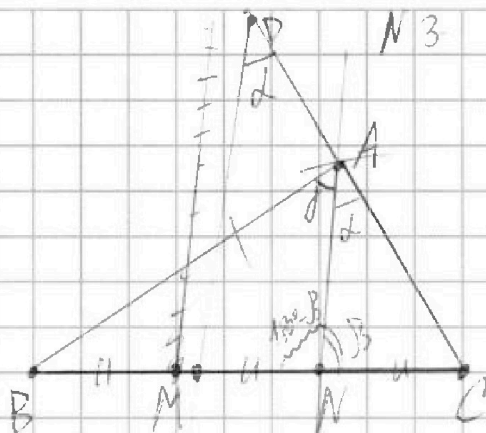
Ответ: 4 и 36.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\alpha = \angle CAN$. Так как $DM \parallel AN$, DA — секущая,
 $\angle MDC = \angle NAC = \alpha$. Также, по теореме Палеса,
 $\frac{DA}{AC} = \frac{MN}{NC} = 1$ ($MN = NC$) $\Rightarrow DA = AC \Rightarrow DC = DA + AC = 2AC$.

По условию $AB = DC$, значит, $AB = 2AC$. Пусть $\angle BAN = \beta$,
 $\beta = \angle ANC$. Тогда $\angle ANB = 180^\circ - \beta$ ($\angle ANB$ и $\angle ANC$ — смежные).

Тогда теорема синусов

$$\frac{BN}{\sin \beta} = \frac{BA}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{BA}{\sin \beta} \quad (\Delta ABN)$$

$$\frac{NC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta} \quad (\Delta ANC).$$

Поделим уравнения:

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BA}{AC} = \frac{2AC}{AC} = 2 \quad (AB = 2AC)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 2 \frac{NC}{BN} = 2 \frac{NC}{BM + MN} = 2 \frac{NC}{NC + NC} = 1 \quad (BM = MN = NC), \text{ т.е.}$$

$\sin \alpha = \sin \beta$. Так как $\alpha \neq \beta$ ($\alpha < 180^\circ$ (угол ΔABC), $\beta = \angle$, т.е. AN — биссектриса ΔABC).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Поскольку } \cos(\angle CAN) = \cos(\angle A) = \cos(\angle BAC) = -\frac{1}{4} \text{ (по условию).}$$

По теореме косинусов

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC)$$

$$BC^2 = 4(2AC)^2 + AC^2 - 2 \cdot (2AC) \cdot AC \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \quad (AB = 2AC)$$

$$BC^2 = 4AC^2 + AC^2 - 4AC^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$BC^2 = 4AC^2 + AC^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6AC^2$$

$$AC^2 = \frac{BC^2}{6}$$

$$AC = \frac{BC}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6};$$

$$AB = 2AC = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6};$$

Ответ: $4\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

П.р. В классе 3 ряда парт по 3 парты в ряду, всего в классе $3 \cdot 3 = 9$ парт. Тогда после рассадки 8 человек ровно 1 парта окажется пустой.

Чтобы всех рассадить, можно сначала выбрать ряд, в котором будет пустая парта (3 способа). Далее выбрать любых 2-х учеников, которые будут сидеть в этом ряду $\frac{8 \cdot 4}{2} = 28$ способами. Далее нужно рассадить ^{этих} учеников так, чтобы им было удобно видеть доску, т.е. чтобы более низкий из них не сидел прямо за более высоким (более низкий найдет, т.к. все ученики разного роста). Есть 2 способа рассадки этих 2-х учеников, в которых низкий сидит сразу за высоким (они не поменяются) — за 1-ой и 2-ой партами или за 2-ой и 3-ей партами; а всего способов их рассадки — 6 (3 варианта для одного оставшегося 2-го друга), т.е. их будет удобно видеть доску в 6-2-4 способами. Далее 6-2-4 способами



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из оставшихся 6 улиток нужно выбрать 3, которые будут сидеть на фоне из 2-х оставшихся рядов. Этих 3-х улиток можно единственным способом рассадить в ряд: самого низкого из них — на первую парню (иначе перед ним будет сидеть более высокий улиток), среднего по высоте — на 2-ую (иначе он будет на 3-ей (1-ая уже занята самым низким из 3-х улиток) и перед ним будет самый высокий из 3-х), а самого высокого — на 3-ю парню.

Оставшихся 3-х улиток (из всех 8-ми) можно рассадить в оставшийся ряд также единственным способом (все улитки имеют разный рост). Тогда рассадить всех 8-ми улиток можно

$$3 \cdot 28 \cdot 4 \cdot C_6^3 = 3 \cdot 28 \cdot 4 \cdot \frac{6!}{3!3!} = 3 \cdot 28 \cdot 4 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{6 \cdot \cancel{3!}} = 3 \cdot 28 \cdot 4 \cdot 20 =$$

$$= 3 \cdot 28 \cdot 80 = 240 \cdot 28 = 6720 \text{ способами}$$

Ответ: 6720.

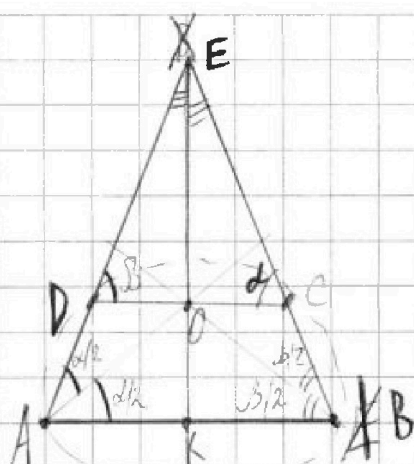


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N 5

Пусть $\alpha = \angle EAB$, $\beta = \angle ABE$. Так как ABCD — вписанный, $\angle ADC = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \beta \Rightarrow \angle CDE = \beta$ ($\angle CDE$ и $\angle ADC$ — смежные). Также $\angle DCB = 180^\circ - \angle DAB = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \angle DCE = \alpha$. Еще у $\triangle ABE$ и $\triangle DCE$ есть общий угол γ при вершине E ($\gamma = \angle AEB$); тогда $\triangle DEC$ подобен $\triangle BEA$ с коэффициентом подобия k . Тогда $CD = k \cdot AB$, $DE = k \cdot EB$, $CE = k \cdot AE$. Центр O вписанной окружности $\triangle AEB$ лежит на биссектрисе $\angle AEB$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{ED}{DO} &= \frac{EC}{CO} \Rightarrow \frac{DO}{ED} = \frac{CE}{EC} = \frac{CD + CO}{EC} \Rightarrow DO \left(\frac{1}{ED} + \frac{1}{EO} \right) = \frac{CD}{EC} \\ \Rightarrow DO &= \frac{CD}{EC \left(\frac{1}{ED} + \frac{1}{EO} \right)} = \frac{CD \cdot ED}{ED + EC}, \quad ED + DO = ED \left(1 + \frac{CD}{ED + EC} \right) = \\ &= ED \cdot \frac{ED + ED + EC}{ED + EC} = ED \cdot \frac{AB + BE + EA}{BE + EA} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть K — точка пересечения биссектрисы $\angle AEB$ и стороны AB . Т.к. BK — биссектриса $\angle AEB$, AO, BO — также биссектрисы (O — точка пересечения биссектрис $\triangle AEB$).

$$\frac{EA}{AK} = \frac{EO}{OK} \Rightarrow EO = \frac{EA}{AK} (EK - EO) \Rightarrow EO \left(1 + \frac{EA}{AK}\right) = \frac{EA}{AK} \cdot EK \Rightarrow EO = \frac{EA \cdot EK}{EA + AK}$$

$$\frac{EA}{AK} = \frac{EB}{BK} \Rightarrow \frac{AK}{EA} = \frac{BA - AK}{EB} \Rightarrow AK \left(\frac{1}{EA} + \frac{1}{EB}\right) = \frac{BA}{EB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AK = \frac{BA \cdot AE}{EB + EA}; \quad EO = \frac{EA \cdot EK}{EA + \frac{BA \cdot AE}{EB + EA}} = \frac{EA \cdot EK \cdot (EB + EA)}{EA(EB + EA) + EA \cdot BA}$$

$$= \frac{EK \cdot EB + EA}{EB + EA + BA}. \text{ Т.к. } EO \text{ и } EK - \text{бис-сы } \triangle DEC \text{ и } \triangle BEA$$

соответственно а высота из вершины угла, то $EO = EK \cdot k =$

$$= EK \cdot \frac{EB + EA}{EB + EA + BA} \Rightarrow k = \frac{EB + EA}{EB + EA + BA}; \quad ED = k \cdot EB = \frac{EB + EA}{EB + EA + BA} \cdot EB,$$

$$\text{а } ED + DO = ED \cdot \frac{AB + BE + EA}{BE + EA} = EB \cdot \frac{EB + EA}{EB + EA + BA} \cdot \frac{AB + BE + EA}{BE + EA} = EB = 10$$

(по условию). Получается, что $ED + DO = 10$ в любом случае ($BE = 10$, т.е. 10 — и минимальное, и максимальное значение $ED + DO$).

Ответ: 10.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть G — граф, в котором вершины соответствуют деревьям на острове, и 2 вершины образуют соседнюю ребром, если соответствующие им деревья соединены дорогой. Пусть N — количество вершин в G , т.е. количество деревьев на острове. Из 4-х вершин графа выходит 3, 4, 5, 4 ребра соответственно, т.е. степени этих вершин равны 3, 4, 5, 4 соответственно, а из остальных $N-4$ вершин выходит по одному ребру (их степени равны 1). И.к. из любой деревни можно добраться в любую другую только одним способом, граф G связный и в нём нет циклов (иначе можно было бы взять две вершины A и B какого-то цикла и пройти двумя способами по циклу (с двух сторон) от A к B), т.е. граф G — дерево. У деревьев K_n с N вершинами количество ребер равно $N-1$. Каждое ребро имеет 2 конца, т.е. всего $2(N-1)$ концов ребер, а это есть сумма степеней всех вершин.

$$2(N-1) = 3 + 4 + 5 + 4 + 1 + \dots + 1 = 3 + 4 + 5 + 4 + N - 4 = 15 + N$$

$$2N - 2 = 15 + N \Rightarrow N = 17$$

17 — количество деревень на острове;

Ответ: 17.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

Заметим ОДЗ для x и y — подкоренные выражения должны быть неотрицательными

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ 1-|x+y-2| \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1+2x-x^2+2y-y^2 \geq -2 \\ |x+y-2| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -(x-1)^2-(y-1)^2 \geq -2 \\ -1 \leq x+y-2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2 \leq 2 \\ 1 \leq x+y \leq 3 \end{cases}$$

П.к. x и $y \in \mathbb{Z}$, то $(x-1)^2$ и $(y-1)^2$ могут принимать значения из множества $\{0, 1, 4, 9, \dots\}$ (квадраты целых чисел). Но $(x-1)^2+(y-1)^2 \leq 2 \Rightarrow (x-1)^2 \leq 2$ и $(y-1)^2 \leq 2$,

т.е. $(x-1)^2$ и $(y-1)^2$ могут принимать значения 0 или 1, и этого достаточно, чтобы $(x-1)^2+(y-1)^2 \leq 2$.

Тогда $(x-1) \in \{-1, 0, 1\}$ и $(y-1) \in \{-1, 0, 1\}$, т.е. $x \in \{0, 1, 2\}$ и $y \in \{0, 1, 2\}$.

А так как $1 \leq x+y \leq 3$, пары $(0, 0)$ и $(2, 2)$ ($x=y=0$ и $x=y=2$) не удовлетворяют ОДЗ. Есть 2 случая

I. $x+y=2$. Тогда $\sqrt{1-|x+y-2|} = \sqrt{1-|2-2|} = 1$, т.е.

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = 0 \Leftrightarrow 2x+2y-x^2-y^2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2 = 2 \Rightarrow \begin{matrix} x-1 = \pm 1 \\ y-1 = \pm 1 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow x-1 = \pm 1 \text{ и } y-1 = \pm 1 \Rightarrow x \in \{0, 2\} \text{ и } y \in \{0, 2\}, \text{ но пары } (0, 0) \text{ и } (2, 2) \text{ не удовлетворяют ОДЗ, т.е. остаются 2 пары чисел — } (0, 2) \text{ и } (2, 0).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II. $x+y=1$ или $x+y=3$. Тогда

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{1-|x+y-2|} = \sqrt{1-|3-2|} = \sqrt{1-1} = 0 \\ \sqrt{1-|x+y-2|} = \sqrt{1-|1-2|} = \sqrt{1-1} = 0 \end{cases}$$

В первом случае $\sqrt{1-|x+y-2|} = 0$, т. е. $\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x+2y-x^2-y^2 = 1 \Rightarrow x^2-2x+y^2-2y = -1 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ (y-1)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \\ y-1 = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y \in \{0, 2\} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} (x-1)^2 = 1 \\ (y-1)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \pm 1 \\ y-1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in \{0, 2\} \\ y=1 \end{cases}, \text{ т. е.}$$

В этом случае решениями являются пары $(1, 2)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(2, 1)$.

Итак, решения уравнения — $(0, 2)$, $(2, 0)$, $(1, 2)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(2, 1)$ (как проверять эти пары можно просто подставить x и y в уравнение и убедиться, что равенство верно).

Ответ: $(0, 2)$, $(2, 0)$, $(1, 2)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(2, 1)$.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

