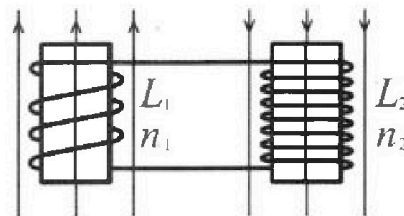


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

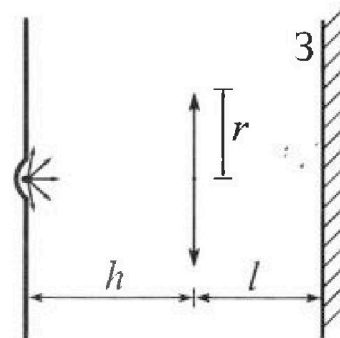
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

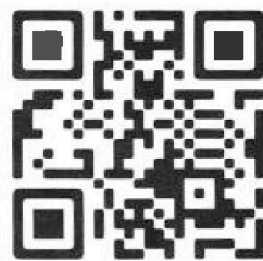
Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



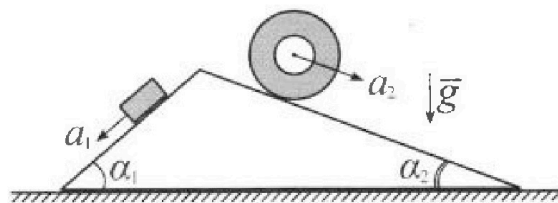
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



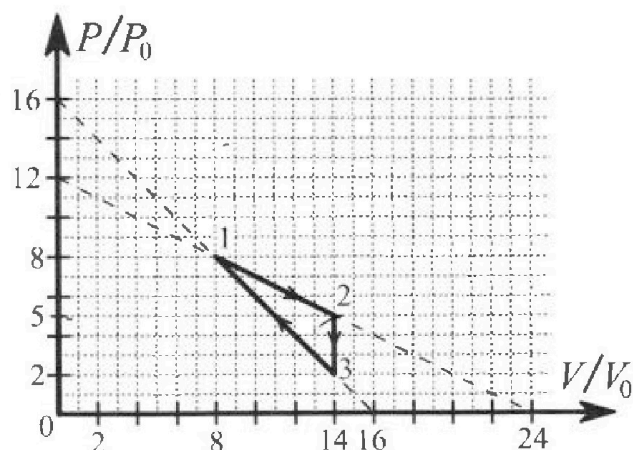
- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

+

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

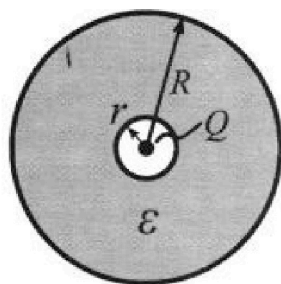


Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

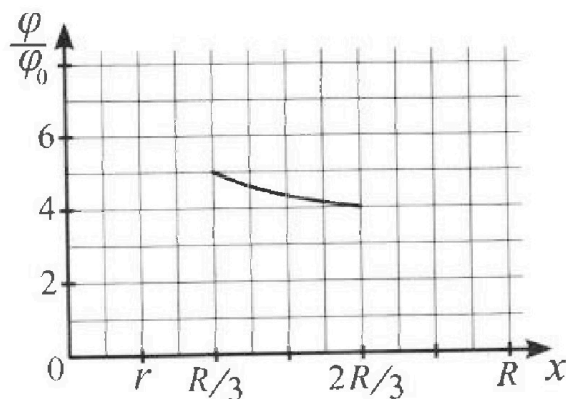
3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 - потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

$$\frac{1}{2} \quad \frac{10}{13} \quad \frac{2}{26}$$



$$\frac{6}{13} \quad \frac{3}{5} - \frac{9}{25}$$
$$\frac{30}{13} \quad \frac{29}{25}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

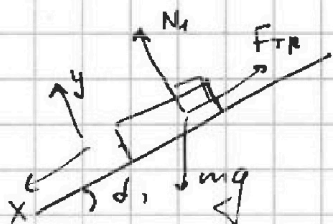
1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Рассмотрим силы, действующие на брусок со стороны клина.



II 3-й Ньютон в проекциях на оси x и y :

$$\begin{cases} m a_x = m g \sin \alpha_1 - F_{тр} \\ m a_y = N_1 - m g \cos \alpha_1 \end{cases}$$

В данном случае $a_y = 0$, $a_x = a_1$, $F_{тр} = F_1$

$$\begin{cases} m a_1 = m g \sin \alpha_1 - F_1 \\ N_1 = m g \cos \alpha_1 \end{cases}$$

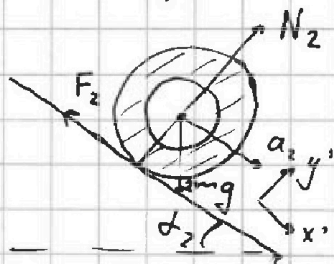
$a_y = 0$, т.к. брусок скатывается по поверхности клина

$$F_1 = m g \sin \alpha_1 - m a_1$$

$$F_1 = m g \cdot \frac{3}{5} - m \cdot \frac{6g}{13} = \left(\frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) m g = \frac{9}{65} m g$$

2. Теперь рассмотрим движение полного цилиндра.

теорема о движении центра масс



$$\begin{cases} 2 m a_{x'} = 2 m g \sin \alpha_2 - F_2 \\ 2 m a_{y'} = N_2 - 2 m g \cos \alpha_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 m a_2 = 2 m g \sin \alpha_2 - F_2 \\ N_2 = 2 m g \cos \alpha_2 \end{cases}$$

$$F_2 = 2 m g \sin \alpha_2 - 2 m a_2 = 2 m g \cdot \frac{5}{13} - 2 m \cdot \frac{g}{4}$$

$$F_2 = \left(\frac{10}{13} - \frac{1}{2} \right) m g = \frac{7}{26} m g$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Газ идеальный одноатомный $\Rightarrow$ его ^{внутренняя} теплоёмкость при постоянном объёме

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

В точке 1 газ имеет давление

$$P_1 = 8P_0, \text{ объём } V_1 = 8V_0$$

В точке 2

$$P_2 = 5P_0, V_2 = 14V_0$$

Уравнения состояния для этих точек

$$\begin{cases} 8P_0 \cdot 8V_0 = \nu R T_1 \\ 5P_0 \cdot 14V_0 = \nu R T_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 64P_0 V_0 = \nu R T_1 \\ 70P_0 V_0 = \nu R T_2 \end{cases}$$

Изменение внутренней энергии в процессе 1-2

$$\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu \cdot \frac{3}{2} R \cdot \left(\frac{70P_0 V_0}{\nu R} - \frac{64P_0 V_0}{\nu R} \right)$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (70 - 64) P_0 V_0 = \frac{3}{2} \cdot 6 P_0 V_0 = 9 P_0 V_0$$

Работа $\delta A = P dV$; $A = \int P dV$ - площадь, ограниченная графиком процесса. Это посчитаем работу за цикл как площадь треугольника

$$A = \frac{1}{2} \cdot (V_2 - V_1) \cdot (P_1 - P_2) = \frac{1}{2} \cdot 3P_0 \cdot 6V_0 = 9P_0 V_0$$

$$\text{Таким образом, } \frac{|\Delta U_{12}|}{A} = \frac{\Delta U_{12}}{A} = \frac{9P_0 V_0}{9P_0 V_0} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Температуру газа в состоянии 3 T_3 найдём из уравнения состояния

$$P_3 V_3 = \nu R T_3 ; P_3 = 2 P_0, V_3 = 14 V_0 \Rightarrow \nu R T_3 = 28 P_0 V_0 ;$$

$$T_3 = 28 \frac{P_0 V_0}{\nu R}$$

Температура газа растёт, когда он переходит на более "высокие" изотермы и падает, когда он переходит на более "низкие".

Зависимость давления от объёма в процессе 1-2 линейная:

$$P = 12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V$$

Уравнение состояния для некоторой точки процесса 1-2:

$$P V = \nu R T ;$$

$$(12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V) V = \nu R T ; \nu R T = -\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 + 12 P_0 V - \text{«квадратичная зависимость, причём со-»}$$

$\Rightarrow$ в вершине параболы достигается максимальное значение T :

$$T_{\max} \text{ при } V = \frac{12 P_0}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0}} = 12 V_0 ;$$

$$\nu R T_{\max} = (12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} \cdot 12 V_0) \cdot 12 V_0 = 6 P_0 \cdot 12 V_0 = 72 P_0 V_0$$

$$\nu R T_{\max} = 72 P_0 V_0, \nu R T_3 = 28 P_0 V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7}$$

3. КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_+} ; \text{ из п. 1 } A = 9 P_0 V_0 ; \text{ найдём } Q_+$$

Процесс 2-3 изохорный, давление падает $\Rightarrow$ газ отдаёт тепло.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В процессе 1-2 до $T = T_{max}$ совершается нагревательная работа и растёт температура $\Rightarrow$ тепло подводится:

$$Q_{+1} = \Delta U_{1m} + A_{1m} = \frac{3}{2} \nu R (T_{max} - T_1) + A_{1m} =$$

$$= \frac{3}{2} (72 P_0 V_0 - 64 P_0 V_0) + \frac{8 P_0 + 6 P_0}{2} \cdot 4 V_0 =$$

$$= 12 P_0 V_0 +$$

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$; между точками 1 и некоторой другой точкой

поиск под графиком $\frac{3}{2} \frac{23}{172}$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \frac{P + 8 P_0}{2} (V - 8 V_0);$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \left((12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V) V - 64 P_0 V_0 \right) + \frac{20 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V}{2} (V - 8 V_0)$$

$$Q = \frac{3}{2} (12 P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 - 64 P_0 V_0) + 10 P_0 V - 80 P_0 V_0 - \frac{1}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 + \frac{1}{4} P_0 V$$

$$Q = 18 P_0 V - \frac{3}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 - 96 P_0 V_0 + 10 P_0 V - 10 P_0 V_0 - \frac{1}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 + \frac{1}{4} P_0 V$$

$$Q = \frac{113}{4} P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2 - 106 P_0 V_0$$

$$Q = -\frac{P_0}{V_0} V^2 + \frac{113}{4} P_0 V - 106 P_0 V_0; \quad Q = Q_{max} \text{ при}$$

$$V = \frac{\frac{113}{4} P_0}{2 \frac{P_0}{V_0}} = \frac{113}{8} V_0; \text{ или } V > \frac{113}{8} V_0 \text{ тепло в процессе}$$

1-2 будет отводиться $\Rightarrow Q_{+1} = -\frac{P_0}{V_0} \left(\frac{113}{8} V_0 \right)^2 + \frac{113}{4} P_0 \cdot \frac{113}{8} V_0 - 106 P_0 V_0$

$$Q_{+1} = \left(\frac{(113)^2}{64} - 106 \right) P_0 V_0 = \frac{5985}{64} P_0 V_0$$

В процессе 2-3

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \left((16 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V) V - 28 P_0 V_0 \right) + \frac{18 P_0 + \frac{P_0}{V_0} V}{2}$$

$$\begin{array}{r} \times 106 \\ 113 \\ \hline 11938 \\ + 424 \\ \hline 6366 \\ + 8286 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 113 \\ \times 113 \\ \hline 339 \\ 113 \\ \hline 12769 \\ + 5985 \\ \hline 5985 \end{array}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q = \underbrace{30 P_0 V}_{} - \frac{3}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 - \underbrace{96 P_0 V_0 + 10 P_0 V}_{} - 80 P_0 V_0 - \frac{1}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 + \underbrace{2 P_0 V}_{}.$$

$$Q = 30 P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2 - 176 P_0 V_0.$$

$$Q = -\frac{P_0}{V_0} V^2 + 30 P_0 V - 176 P_0 V_0; \text{ максимальное тепло на этом участке при}$$

$$V = \frac{30 P_0}{2 \frac{P_0}{V_0}} = 15 V_0 \Rightarrow \text{на всем участке 1-2 тепло подводится}$$

$$Q_+ = Q_{12} + Q'; \quad Q_{12} = -\frac{P_0}{V_0} \cdot 196 V_0^2 + 30 P_0 \cdot 14 V_0 - 176 P_0 V_0.$$

$$Q_{12} = 48 P_0 V_0.$$

$$Q' - \text{тепло, подведенное на участке 2-3} \quad \left. \begin{array}{l} \text{2-3 - также линейный участок} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{r} 14 \\ \times 9 \\ \hline 126 \end{array}$$

$$Q' = \frac{3}{2} \left((16 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V) V - 28 P_0 V_0 \right) + \frac{18 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V}{2} (V - 14 V_0)$$

$$Q' = \underbrace{24 P_0 V}_{} - \frac{3}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 - 42 P_0 V_0 + \underbrace{9 P_0 V}_{} - 126 P_0 V_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 + \underbrace{18 P_0 V}_{}.$$

$$Q' = 40 P_0 V - 2 \frac{P_0}{V_0} V^2 - 168 P_0 V_0.$$

$$Q' = -2 \frac{P_0}{V_0} V^2 + 40 P_0 V - 168 P_0 V_0 - \text{макс. при}$$

$$V = \frac{40 P_0}{4 \frac{P_0}{V_0}} = 10 V_0. \quad \text{— при } \text{дальнейшем уменьшении } V \text{ тепло отводится}$$

$$Q' = -2 \frac{P_0}{V_0} \cdot 100 V_0^2 + 400 P_0 V_0 - 168 P_0 V_0 = 32 P_0 V_0.$$

$$Q_+ = Q_{12} + Q' = 80 P_0 V_0 \Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{9}{80}$$

$$\text{Ответ: } \frac{|\Delta U_{12}|}{A} = 1; \quad \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{18}{7}; \quad \eta = \frac{9}{80}$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Диэлектрик незаряжен $\Rightarrow$ за пределами шара его поле такое же, как и у точечного заряда Q в центре этого шара. Благодаря этому можем найти потенциал поверхности шара: считая $\epsilon_{\infty} \rightarrow 0$, получаем

$$\varphi_R = k \frac{Q}{R}$$

Поле сферически симметричное $\Rightarrow$ внутри диэлектрика поле заряда уменьшается в ϵ раз

Разность потенциалов между внешней поверхностью шара и некоторой точкой внутри диэлектрика

$\Delta\varphi = \frac{1}{\epsilon} \left(k \frac{Q}{x} - k \frac{Q}{R} \right)$; тогда потенциал на расстоянии x от центра шара ($x > R$)

$$\varphi = k \frac{Q}{R} + \Delta\varphi = k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{x} - \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

$$\varphi = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{x}$$

При $x = \frac{R}{3}$ $\varphi = 5\varphi_0$:

$$5\varphi_0 = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{\frac{1}{3}R}; \quad 5\varphi_0 = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{3}{\epsilon} k \frac{Q}{R};$$

$$5\varphi_0 = \frac{\epsilon+2}{\epsilon} k \frac{Q}{R};$$

При $x = \frac{2R}{3}$ $\varphi = 4\varphi_0$

$$4\varphi_0 = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{\frac{2}{3}R}; \quad 4\varphi_0 = \frac{\epsilon-1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{3}{2\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

$$4\varphi_0 = \frac{\epsilon+\frac{1}{2}}{\epsilon} k \frac{Q}{R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) при $x = \frac{5R}{6}$

$$\varphi = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\varepsilon} k \frac{Q}{\frac{5R}{6}};$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{6}{5\varepsilon} k \frac{Q}{R};$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon + \frac{1}{5}}{\varepsilon} k \frac{Q}{R}; \quad \varphi = \frac{5\varepsilon + 1}{5\varepsilon} k \frac{Q}{R} \quad \text{— потенциал внутри диэлектрика при } x = \frac{5R}{6}$$

2. Мы получим

$$5\varphi_0 = \frac{\varepsilon + 2}{\varepsilon} k \frac{Q}{R}$$

$$4\varphi_0 = \frac{\varepsilon + \frac{1}{2}}{\varepsilon} k \frac{Q}{R}$$

из графика;

из графика знаем, что
вн. 2 $r = \frac{R}{6} < \frac{5R}{6}$

Подставив одно уравнение на другое, получим

$$\frac{5}{4} = \frac{\varepsilon + 2}{\varepsilon + \frac{1}{2}}; \quad 5\varepsilon + \frac{5}{2} = 4\varepsilon + 8; \quad \varepsilon = 8 - \frac{5}{2} = \frac{11}{2};$$

1. $\varphi = \frac{5\varepsilon + 1}{5\varepsilon} k \frac{Q}{R}$, если $r < \frac{5R}{6}$;

Если $r > \frac{5R}{6}$, то потенциал в точке с координатой x считается по-другому.

Потенциал у внешней поверхности шара $\varphi = k \frac{Q}{R}$;

~~Потенциал~~ внутри диэлектрика поле меньше в ε раз $\Rightarrow$ потенциал у внутренней поверхности шара

$$\varphi = k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\varepsilon} \left(k \frac{Q}{r} - k \frac{Q}{R} \right) = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\varepsilon} k \frac{Q}{r}$$

Теперь мы вновь вне диэлектрика $\Rightarrow$ разность потенциалов между точками на расстоянии x и r :

$$\Delta\varphi = k \frac{Q}{x} - k \frac{Q}{r};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Потенциал в точке x :

$$\varphi_x = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\varepsilon} k \frac{Q}{r} + k \frac{Q}{x} - k \frac{Q}{r}$$

$$\varphi_x = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \left(k \frac{Q}{R} - k \frac{Q}{r} \right) + k \frac{Q}{x}$$

$$\varphi_x = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \left(k \frac{Q}{R} - k \frac{Q}{r} \right) + \frac{6}{5} k \frac{Q}{R};$$

$$\varphi_x = \frac{11}{5} k \frac{Q}{R} - \frac{1}{\varepsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} k \frac{Q}{r}$$

$$\varphi_x = \left(\frac{11}{5} - \frac{1}{\varepsilon} \right) k \frac{Q}{R} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} k \frac{Q}{r}$$

Ответ 1. $r \leq \frac{5R}{6}$:

$$\varphi_x = \frac{5\varepsilon+1}{5\varepsilon} k \frac{Q}{R}$$

$$r \leq \frac{5R}{6} \quad \frac{5R}{6} < r \leq R$$

$$\varphi_x = \left(\frac{11}{5} - \frac{1}{\varepsilon} \right) k \frac{Q}{R} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} k \frac{Q}{r}$$

2. Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = \frac{11}{2}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

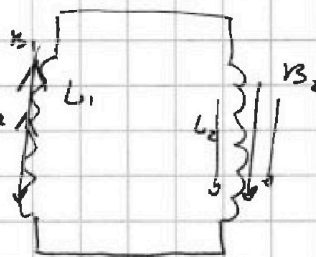
1. Поток внешнего поля через L_1 равен

$B \cdot n_1 \cdot S \Rightarrow$ Если индукция начнет возрастать со скоростью Δ , то

$$\frac{d\Phi}{dt} = n_1 \cdot S \cdot \Delta;$$

~~В контуре~~

Сопротивлений в контуре нет $\Rightarrow$ поток через этот контур не должен изменяться



Пусть в контуре течёт ток I . тогда полный поток через контур

$$\Phi = B_1 \cdot n_1 \cdot S + B_2 \cdot n_2 \cdot S + L_1 I + L_2 I;$$

$$\Phi = B_1 n_1 S + B_2 n_2 S + (L_1 + L_2) I;$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0; \text{ в нашем случае } B_2 = \text{const}, \frac{dB_1}{dt} = \Delta$$

$$0 = \Delta n_1 S + (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt};$$

по модулю скорость возрастания тока

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\Delta n_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{\Delta n S}{14L} = \frac{1}{14} \frac{\Delta n S}{L}$$

2. В начале тока в катушках нет, $B_1 = B_0$, $B_2 = 3B_0$.

$$\Phi = \text{const} = (B_0 n_1 + 3B_0 n_2) S = (n_1 + 3n_2) B_0 S$$

$$\text{В конце } B_1 = \frac{B_0}{3}, B_2 = \frac{9B_0}{4}$$

$$\Phi = \frac{B_0}{3} \cdot n_1 \cdot S + \frac{9B_0}{4} \cdot n_2 \cdot S + (L_1 + L_2) I;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n_1 + 3n_2) B_0 S = \left(\frac{n_1}{3} + \frac{9n_2}{4} \right) B_0 S + (L_1 + L_2) I$$

$$\left(\frac{2}{3} n_1 + \frac{3}{4} n_2 \right) B_0 S = (L_1 + L_2) I;$$

Поток в катушках в конце

$$I = \frac{\frac{2}{3} n_1 + \frac{3}{4} n_2}{L_1 + L_2} B_0 S = \frac{1}{12} (8n_1 + 9n_2) \frac{B_0 S}{L_1 + L_2}$$

Ответ: $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{dn_1 S}{L_1 + L_2}, I = \frac{8n_1 + 9n_2}{12} \frac{B_0 S}{L_1 + L_2}$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{11}{12}$$

$$I = \frac{\frac{2}{3} n_1 + 3n_2}{14L} B_0 S = \frac{11}{51} \cdot \frac{B_0 n S}{L}$$

Ответ: $\frac{dI}{dt} = \frac{1}{14} \frac{dn S}{L}, I = \frac{11}{51} \frac{B_0 n S}{L}$

Ф через контур = const, т.к. иначе в контуре с бесконечно малым сопротивлением возникнет конечная ЭДС $\Rightarrow$ потечёт очень большой ток. $I \rightarrow \infty$. Характер изменения внешнего поля никак не влияет на наши рассуждения: ток в контуре зависит лишь от итогового изменения потока внешнего поля через контур.

Также расстояние между катушками велико $\Rightarrow$ ~~влиянием~~ ~~связанным~~ с взаимной индукцией, пренебрегает



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



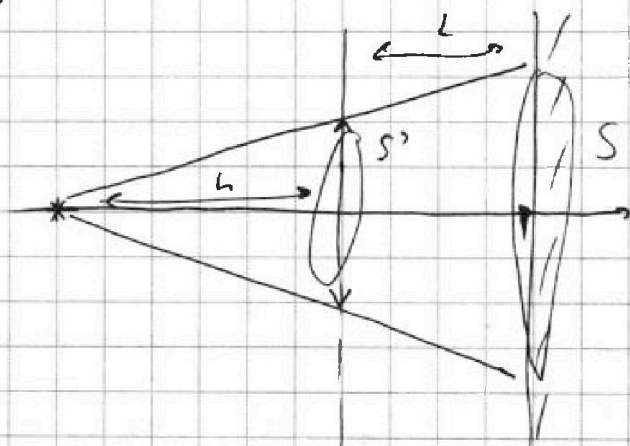
СТРАНИЦА

1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Весь свет от лампочки, проходящий мимо линзы, попадает на зеркало и освещает его. Неосвещенная часть появляется из-за того, что ~~часть~~ некоторые лучи преломляются в линзе.

Найдём участок, на который не попадают прямые лучи от лампочки:



Из подобия очевидно, что

$$S = S' \cdot \left(\frac{L+h}{h} \right)^2$$

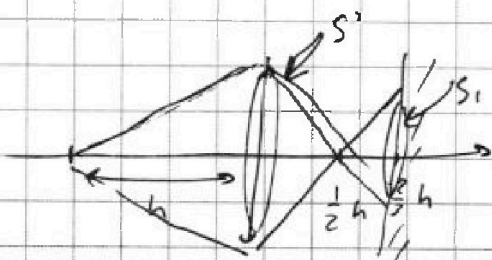
$$S' = \pi r^2;$$

$$S = \pi r^2 \cdot \left(\frac{\frac{2}{3} + 1}{\frac{1}{3}} \right)^2;$$

$$S = \pi \cdot 25 \cdot \frac{25}{9} = \left(\frac{25}{3} \right)^2 \pi \text{ см}^2$$

Теперь найдём площадь области, на которую падают преломлённые в линзе лучи. Для начала найдём расстояние от линзы до изображения, пользуясь формулой тонкой собирающей линзы:

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}; \quad b = \frac{Fh}{h-F} = \frac{h \cdot \frac{h}{3}}{\frac{2h}{3}} = \frac{1}{2} h$$



Если на линзу падает пучок площадью S' , то на зеркало попадёт ~~пучок~~ площадь S_1 , причём из подобия

$$\frac{S'}{S_1} = \left(\frac{\frac{1}{2} h}{\frac{2}{3} h - \frac{1}{2} h} \right)^2;$$

$$\frac{S'}{S_1} = 9; \quad S_1 = \frac{S'}{9} = \pi \cdot 25 \cdot \frac{1}{9} \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь неосвещенной части равна $S - S_1$.

$$S_{н1} = S - S_1 = \left(\left(\frac{25}{3} \right)^2 \pi - \frac{25}{9} \pi \right) \text{ см}^2$$

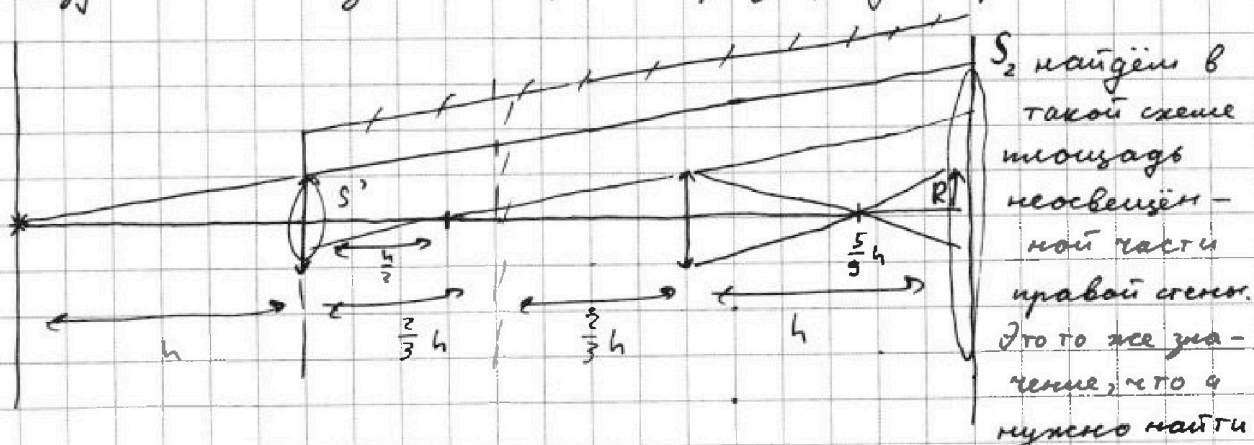
$$S_{н1} = \frac{25}{9} \pi \cdot 24 \text{ см}^2;$$

$$S_{н1} = \frac{25 \cdot 8}{3} \pi \text{ см}^2$$

$$S_{н1} = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 8 \\ \hline 200 \end{array}$$

2. Избавившись от зеркала, продлив все лучи и отразив линзу со стеной за него, сделаем "развертку" картинку:



В этом пункте, просто отразив картинку, мы избавились от необходимости отражать лучи в зеркале. Найдем лучи, площадь части стены, которая не освещается лучами, прошедшими линзой:

$$\frac{S_2}{S'} = \left(\frac{2h + \frac{4}{3}h}{h} \right)^2; S_2 = \frac{100}{9} S' = \frac{100}{9} \cdot 25 \pi \text{ см}^2$$

Теперь найдем область, в которую попадают лучи, прошедшие только в первой линзе:

Из пред. пункта до точки фокусировки этих лучей на ГОО

$$\frac{h}{2}; \frac{h}{2} = \frac{r_{\max}}{h + \frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h}; \text{ так } r_{\max} = \frac{h}{2} \cdot \left(h + \frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h \right) = \frac{h}{2} \cdot \frac{5}{2}h = \frac{5}{4}h$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2\pi}{h} = \frac{r_{\max}}{\frac{5}{3}h + \frac{1}{6}h}$$

$$\frac{5}{3} + \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\frac{2\pi}{h} = \frac{6r_{\max}}{11h}; \quad r_{\max} = \frac{11}{3}\pi;$$

~~Вывод~~ Для непрерывных лучей $R \geq \frac{10}{3}\pi \Rightarrow$ эти области перекрываются, зазора нет.

$r_{\min}$ для единжды преломившихся лучей: они касаются краев правой линзы. Тогда

$$\frac{r}{\frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h} = \frac{r_{\min}}{\frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h + h};$$

$$\frac{r}{\frac{5}{6}h} = \frac{r_{\min}}{\frac{11}{6}h}; \quad r = \frac{5}{11}r_{\min}; \quad r_{\min} = \frac{11}{5}r;$$

$S = \frac{121}{25} \cdot 25 \cdot \pi = 121\pi \text{ см}^2$ — область, неосвещенная не преломленными и преломленными в левой линзе лучами.

Теперь найдём область, которая освещается лучами, преломленными в обеих линзах.

Для правой линзы новый источник находится слева на расстоянии $\frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h = \frac{5}{6}h$

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{\frac{5}{6}h} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}; \quad b_1 = \frac{\frac{5}{6}Fh}{\frac{5}{6}h - F} = \frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3}h^2}{\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)h} = \frac{\frac{5}{18}h}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{9}h$$

Тогда вновь из подобия

$$\frac{r}{\frac{5}{9}h} = \frac{R}{h - \frac{5}{9}h}; \quad \frac{9}{5} \frac{r}{h} = \frac{9}{4} \frac{R}{h}; \quad R = \frac{4}{5}r; \quad \text{Площадь освещенной части}$$

$$\pi R^2 = \frac{16}{25} \cdot 25\pi = 16\pi \text{ см}^2;$$

Итого лучи, не проходящие через правую линзу, освещают



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

всё кроме $121\pi \text{ см}^2$. Из этой неосвещённой части $16\pi \text{ см}^2$ освещается муками, припавшими в правой руке.

Тогда $S_{H_2} = (121 - 16)\pi \text{ см}^2 = 105\pi \text{ см}^2$

$$\begin{array}{r} 121 \\ - 16 \\ \hline 105 \end{array}$$

Ответ: $S_{H_1} = \frac{200}{3}\pi \text{ см}^2$

$$S_{H_2} = 105\pi \text{ см}^2$$

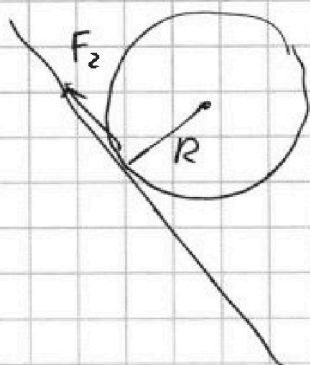


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$$

$$2mR^2 \varepsilon = F_2 R$$

$$2mR \varepsilon = F_2$$

$$2ma_2 = F_2$$

$$2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2 \Rightarrow$$

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\varepsilon} k \frac{Q}{x}$$

$$73/8$$

$$\frac{9}{11} k \frac{Q}{R} + \frac{2}{11} k \frac{Q}{R} = \frac{113}{114}$$

$$\frac{9}{11} k \frac{Q}{R} + \frac{6}{11} k \frac{Q}{R}$$

$$\frac{15}{11} k \frac{Q}{R}$$

$$\frac{2mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = 2mgh = \text{const}$$

$$mv^2 + mR^2 \omega^2 - 2mgh = \text{const}$$

$$2mv^2 - 2mgh = \text{const}$$

$$v^2 - gh = \text{const}$$

$$2va_2 - g = 0$$

$$2a_2 = g$$

$$a_2 = \frac{g}{2}$$

$$2va_2 - g \sin \alpha_2 = 0$$

$$a_2 = \frac{g \sin \alpha_2}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0}$$

$$40$$

$$I\varepsilon = F_2 R$$

$$\begin{array}{r} 420 \\ -176 \\ \hline 244 \\ -196 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$3 \cdot 14$$

$$\frac{9}{11} k \frac{Q}{R} + \frac{2}{11} k \frac{Q}{R}$$

$$\frac{12}{11} k \frac{Q}{R}$$

$$\frac{3}{2} (64 - 28)$$

$$\begin{array}{r} 375 \\ \times 75 \\ \hline 375 \\ + 375 \\ \hline 525 \\ \hline 525 \\ \hline 64 \\ \hline 28 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$0.12$$

$$54 P_0 V_0 - 5 P_0 \cdot 6 V_0$$

$$48 P_0 V_0$$

$$24 P_0 V_0$$

$$72$$

$$9$$

$$\frac{3}{2} (70 - 28)$$

$$21$$

$$63$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ -28 \\ \hline 42 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

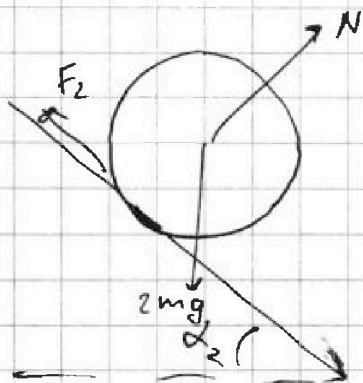
☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2ma = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$$

$$I\varepsilon = F_2 R$$

$$Ia = F_2 R^2$$

$$2ma = 2mg \cdot \frac{5}{13} - F_2$$

~~$$F_2$$~~

$$a = \frac{F_2 R^2}{I}$$

$$a = \frac{g}{4}$$

$$2m \frac{R^2}{I} F_2 = \frac{10}{13} mg - F_2;$$

$$I \frac{g}{4} = F_2 R^2$$

$$\left(\frac{2mR^2}{I} + 1 \right) F_2 = \frac{10}{13} mg;$$

$$F_2 = \frac{I g}{4 R^2}$$

$$I_2 = \frac{g}{26} mg$$

$$\frac{2mR^2 \cdot \frac{I g}{4 R^2}}{4 R^2} + \frac{I g}{4 R^2} = \frac{10}{13} mg$$

$$\frac{10}{13} - \frac{1}{2} = \frac{20-13}{26} = \frac{7}{26}$$

$$\frac{1}{2} mg + \frac{I g}{4 R^2} = \frac{10}{13} mg$$

$$\frac{I}{4 R^2} = \left(\frac{10}{13} - \frac{1}{2} \right) m$$

$$I = \frac{14}{13} m R^2 \quad I_{max} = 2m R^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

