



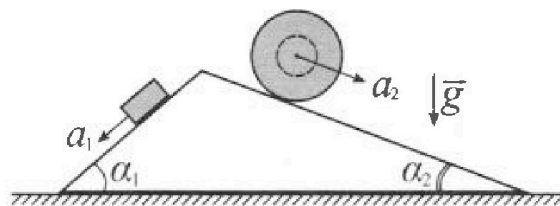
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



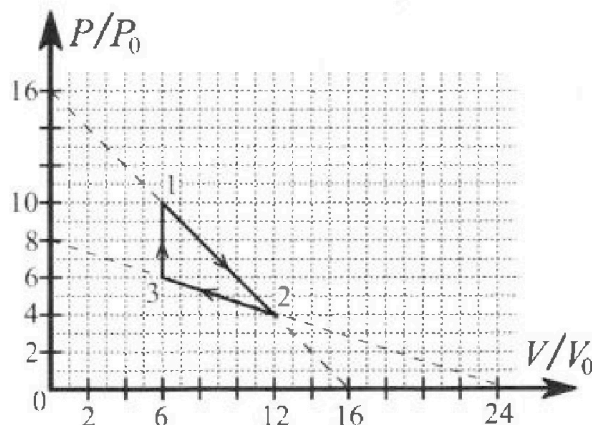
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

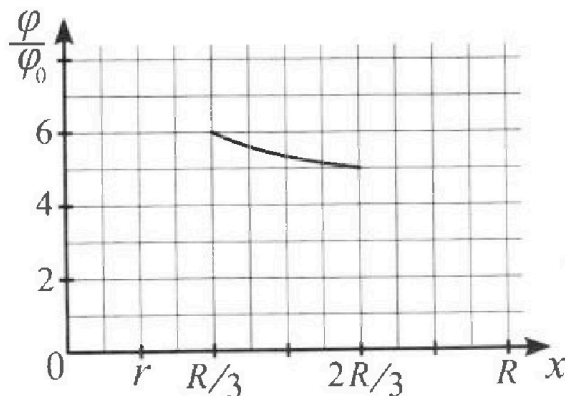
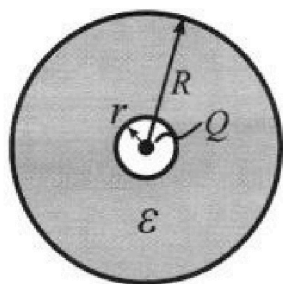


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



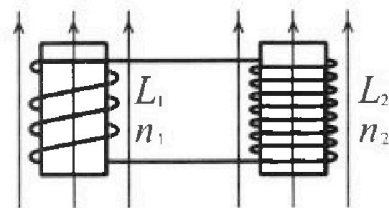
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

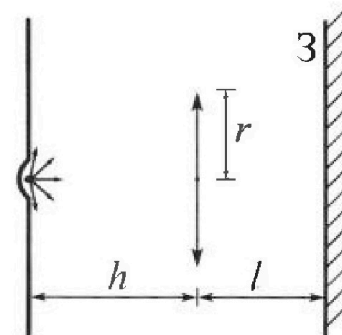


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скор остью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



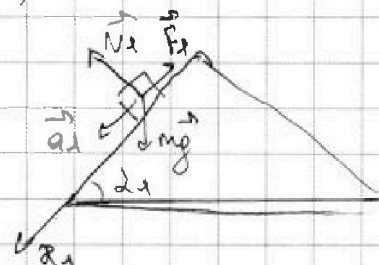
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)



CO клина является инерциальной,
начавшейся он покоится

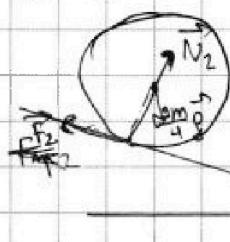
Пока из 2 з.к. в проекции на Ox_1 :

$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m\left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{17}\right) = mg \left(\frac{3 \cdot 17 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 17}\right) = mg \cdot \frac{51 - 25}{85}$$

$$F_1 = \frac{26}{85} mg$$

2)



По теореме о движении вектора масс
для шара: (в проекции на Ox_2)

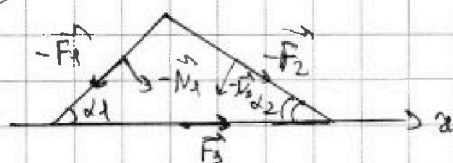
$$\frac{9m}{4} a_2 = \frac{9m}{4} g \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = \frac{9m}{4} (g \sin \alpha_2 - a_2) = \frac{9m}{4} g \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{27}\right) = \frac{9m}{4} g \left(\frac{8(27-17)}{27 \cdot 17}\right) =$$

$$= \frac{9mg \cdot 8 \cdot 10}{4 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 17} = \frac{20}{51} mg$$

$$F_2 = \frac{20}{51} mg$$

3)



2 з.к. для клина в проекции на Ox :

$$-F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$N_2 = \frac{9m}{4} g \cos \alpha_2 = \frac{9mg \cdot 15}{4 \cdot 17}$$

$$F_3 = N_2 \sin \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = \frac{9}{4} mg \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{20}{51} mg \cdot \frac{15}{17} + \frac{26}{51} mg \cdot \frac{4}{5} -$$

$$- \frac{4}{5} mg \cdot \frac{3}{5} = \frac{15}{17 \cdot 17} \cdot mg \cdot \left(18 - \frac{20}{3}\right) + \frac{4}{5 \cdot 5} mg \left(\frac{26}{17} - \frac{8}{3}\right) = \frac{15 \cdot (34 - 20)}{17 \cdot 17 \cdot 3} mg +$$

$$+ \frac{4}{5 \cdot 5} mg \cdot \left(\frac{26 - 51}{17}\right) = \frac{5 \cdot 2 \cdot 17}{17 \cdot 17} mg - \frac{25 \cdot 4}{25 \cdot 17} mg = \left(\frac{10}{17} - \frac{4}{17}\right) mg = \frac{6}{17} mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = \frac{6}{17} mg$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{26}{85} mg$ 2) $F_2 = \frac{20}{51} mg$ 3) $F_3 = \frac{6}{17} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Работа газа за цикл $A = S_{123} \cdot p_0 V_0$

$$S_{123} = (12-6) \cdot \frac{4+10}{2}$$

$$S_{123} = 48 \quad S_{123} = \frac{L \cdot h}{2} \quad L = l_{13} = 10-6 = 4$$

$$h = 12-6 = 6$$

$$S_{123} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \Rightarrow A = 12 p_0 V_0$$

$$|\Delta V_{12}| = \left| \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \right| = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (4 \cdot 12 - 10 \cdot 6) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (48 - 60) =$$

$$= 12 \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 = 18 p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta V_{12}|}{A} = \frac{18 p_0 V_0}{12 p_0 V_0} = \frac{3}{2}$$

2) $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R} \Rightarrow T$ ~~максимально~~, когда pV макс.

В процессе 1-2: $\frac{p}{p_0} = 16 = \frac{V}{V_0}$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{p \cdot (16 - \frac{V}{V_0}) \cdot \frac{V}{V_0} \cdot V_0}{\nu R} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \left(16 - \frac{V}{V_0} \right) \frac{V}{V_0}$$

или $\left(16 - \frac{V}{V_0} \right) \frac{V}{V_0}$ — парабола с вершиной в точке: $-\frac{(V)}{V_0} + 16 \cdot \frac{V}{V_0}$

$\Rightarrow$ максимум в вершине $\frac{V}{V_0} = \frac{-16}{2 \cdot (-1)} = 8$

$$\Rightarrow T_{12 \text{ макс}} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \cdot 8 \cdot 8 = \frac{64 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{36 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\frac{T_{12 \text{ макс}}}{T_3} = \frac{64}{36} = \left(\frac{8}{6} \right)^2 = \left(\frac{4}{3} \right)^2 = \frac{16}{9}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Процесс 3-1 изохорный, $C_V = \frac{3}{2}R > 0$ (работает нагреватель)

$$\Rightarrow Q_{31} = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot (10 \cdot 6 - 6 \cdot 6) = \frac{3 p_0 V_0}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 36 p_0 V_0$$

Процесс 1-2: $dQ = dA + dU$

$$dA = \frac{p}{\rho} \cdot \rho_0 \cdot dV \quad dU = \frac{3}{2} d(pV) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \left(d\left(\frac{p}{\rho}\right) \frac{V}{V_0} + \frac{p}{\rho} \cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) \right)$$

$$\begin{aligned} dQ &= p_0 \cdot V_0 \cdot \frac{p}{\rho} \cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot \frac{p}{\rho} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \cdot \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{\rho}\right) = \\ &= \frac{5}{2} p_0 V_0 \frac{p}{\rho} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + \frac{3}{2} p_0 V_0 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{\rho}\right) \end{aligned}$$

Найдём участок, на котором работает нагреватель, т.е. $dQ > 0$

$$\left\{ \frac{p_0 V_0}{2} \left(5 \frac{p}{\rho} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{p}{\rho}\right) \right) > 0 \right\}$$

$$5 \cdot \left(10 - \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} \cdot \left(- d\left(\frac{V}{V_0}\right) \right) > 0$$

$$80 - 5 \frac{V}{V_0} \left(80 - 5 \frac{V}{V_0} - 3 \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0$$

$$\left(80 - 8 \frac{V}{V_0} \right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0$$

$$10 - \frac{V}{V_0} > 0 \quad \left| d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0 \right.$$

$$\Rightarrow 10 - \frac{V}{V_0} > 0 \Rightarrow \frac{V}{V_0} < 10 \quad \left(\text{б. морше } V_{12\text{кр}} = 10 V_0 \quad p = 6 \right)$$

$$\frac{V_{12\text{кр}}}{V_0} = 10 \Rightarrow Q_{12\text{кр}} = \underbrace{\frac{10+6}{2} p_0 \cdot 4 V_0}_{A_{12\text{кр}}} + \underbrace{\frac{3}{2} (6 \cdot 10 - 10 \cdot 6) p_0 V_0}_{\Delta U_{12\text{кр}}} =$$

$$= 8 \cdot 4 p_0 V_0 = 32 p_0 V_0$$

Аналогично сделаем для процесса 2-3: $\frac{p}{\rho} = 8 - \frac{1}{3} \frac{V}{V_0}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \frac{P}{V_0} d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} d\left(\frac{P}{P_0}\right) > 0$$

$$5 \cdot \left(8 - \frac{1}{3} \frac{V}{V_0}\right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) + 3 \frac{V}{V_0} \cdot \left(-\frac{1}{3} d\left(\frac{V}{V_0}\right)\right) > 0$$

$$\left(40 - \frac{5}{3} \frac{V}{V_0} - \frac{1}{3} \frac{V}{V_0}\right) d\left(\frac{V}{V_0}\right) > 0 \quad d\left(\frac{V}{V_0}\right) < 0 \text{ (газ сжимается)}$$

$$\Rightarrow 40 - \frac{6}{3} \frac{V}{V_0} < 0$$

$$5 < \frac{V}{3V_0} \Rightarrow V > 15V_0, \text{ но } V_2 = 12V_0 < 15V_0 \Rightarrow \text{в процессе 2-3 газ сжимается}$$

задачу

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{A}{Q_{\text{н1}} + Q_{\text{н2}}} = \frac{12 p_0 V_0}{36 p_0 V_0 + 32 p_0 V_0} = \frac{12}{68} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1) $\frac{3}{2}$ 2) $\frac{16}{9}$ 3) $\frac{3}{17}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассчитаем потенциал из бесконечности к заряду.

При $x \geq R$ $\varphi(x) = \frac{kQ}{x}$ — потенциал не зависит на внешнем поле

⇒ φ является потенциалом точечного заряда. (k — константа в законе Кулона, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$)

1) При $x \in [r; R]$ поле в каждой точке $b \in \text{раз}$ разные

$$\Rightarrow \varphi(x) = \varphi(R) + \underbrace{\frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R}}_{\Delta \varphi \text{ — поле разнотенности}} = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R}$$

$$\Rightarrow \text{при } x = \frac{11}{12}R \quad \varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon \cdot \frac{11}{12}R} - \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{12}{11\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{12}{11\epsilon} - \frac{11}{11\epsilon} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{11\epsilon} \right)$$

$$2) \varphi_0 = \frac{kQ}{x_0}$$

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi_0} = \frac{kQ \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\epsilon x} - \frac{1}{\epsilon R} \right)}{kQ \cdot \frac{1}{x_0}} = x_0 \cdot \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon x} \right)$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \left(\frac{R}{3} \right) = 6 = x_0 \cdot \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon \cdot R} \right) = x_0 \cdot \left(\frac{\epsilon - 1 + 1}{\epsilon R} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} (\epsilon + 2) \quad \left. \vphantom{\frac{\varphi}{\varphi_0} \left(\frac{R}{3} \right)} \right\} \text{из уравнения}$$

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \left(\frac{2R}{3} \right) = 5 = x_0 \cdot \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon \cdot 2R} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} \left(\epsilon - 1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{x_0}{\epsilon R} \left(\epsilon + \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{\epsilon + 2}{\epsilon + \frac{1}{2}} \Rightarrow 6\epsilon + 3 = 5\epsilon + 10 \Rightarrow \epsilon = 7$$

Ответ: 1) $\frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{11\epsilon} \right)$ 2) 7



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

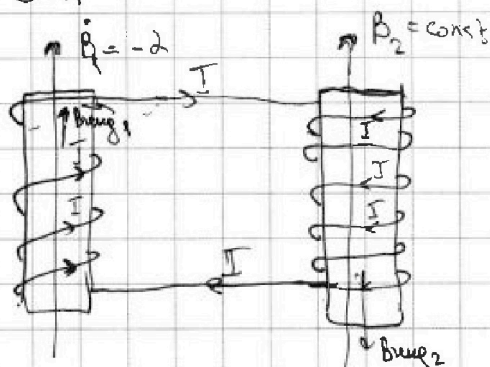
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Phi = B \cdot S \cdot n$$

1)



При изменении внешнего поля в катушках возникнет ~~ток~~ ЭДС. Т.е. $\mathcal{E} \approx 0$ (сохранение)

но суммарный ток через катушки сохраняется.

$$\frac{d\Phi_{\text{внеш}}}{dt} = -2 S n_1$$

$$\frac{d\Phi_{\text{катуш}}}{dt} = +B_{\text{внеш}1} S n_1 - B_{\text{внеш}2} S n_2 \quad \left(\begin{array}{l} \text{т.к. во второй катушке направление} \\ B_{\text{внеш}2} противоположно } B_{\text{внеш}1} \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow -2 S n_1 = \left(L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} \right) \quad \left(\frac{d\Phi_{\text{внеш}}}{dt} = -\frac{d\Phi_{\text{катуш}}}{dt} \right)$$

$$\frac{dI}{dt} (-L_2 + L_1) = 2 S n_1 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{2 S n_1}{\frac{9L}{4} - L} = -\frac{2 S n_1}{\frac{9L - 4L}{4}} = -\frac{4 \cdot 2 S n_1}{5L}$$

$$\boxed{\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{4 \cdot 2 S n_1}{5L}}$$

$$2) \quad d\Phi = d\Phi_{\text{внеш}} + d\Phi_{\text{катуш}} \Rightarrow 0 \Rightarrow \Delta\Phi_{\text{внеш}} + \Delta\Phi_{\text{катуш}} = 0$$

$$\Delta\Phi_{\text{внеш}} = + \left(\frac{3B_0}{4} - B_0 \right) S n_1 + \left(\frac{8B_0}{3} - 4B_0 \right) S n_2 = -\frac{B_0}{4} S n_1 - \left(\frac{12-8}{3} \right) B_0 S \frac{3n_1}{2}$$

$$\Delta\Phi_{\text{внеш}} = -\frac{B_0}{4} S n_1 - \frac{4}{3} B_0 S \cdot \frac{3n_1}{2} = -\frac{B_0 S n_1}{4} - 2 B_0 S n_1 = -\frac{9}{4} B_0 S n_1$$

$$\Delta\Phi_{\text{катуш}} = L \cdot (I - 0) = \frac{9L}{4} (I - 0) = -\frac{9L}{4} I + IL = -\frac{5L}{4} I$$

$$-\frac{9}{4} B_0 S n_1 - \frac{5L}{4} I = 0 \Rightarrow I = -\frac{\frac{9}{4} B_0 S n_1 \cdot 4}{5L} = -\frac{9 B_0 S n_1}{5L} \Rightarrow |I| = \frac{9 B_0 S n_1}{5L}$$

(на самом деле, как видно из знака '-' при токе, он течёт в сторону, ~~противоположную~~ противоположную указанной на рисунке)

Ответ: 1) $\frac{4 \cdot 2 S n_1}{5L}$ 2) $\frac{9 B_0 S n_1}{5L}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

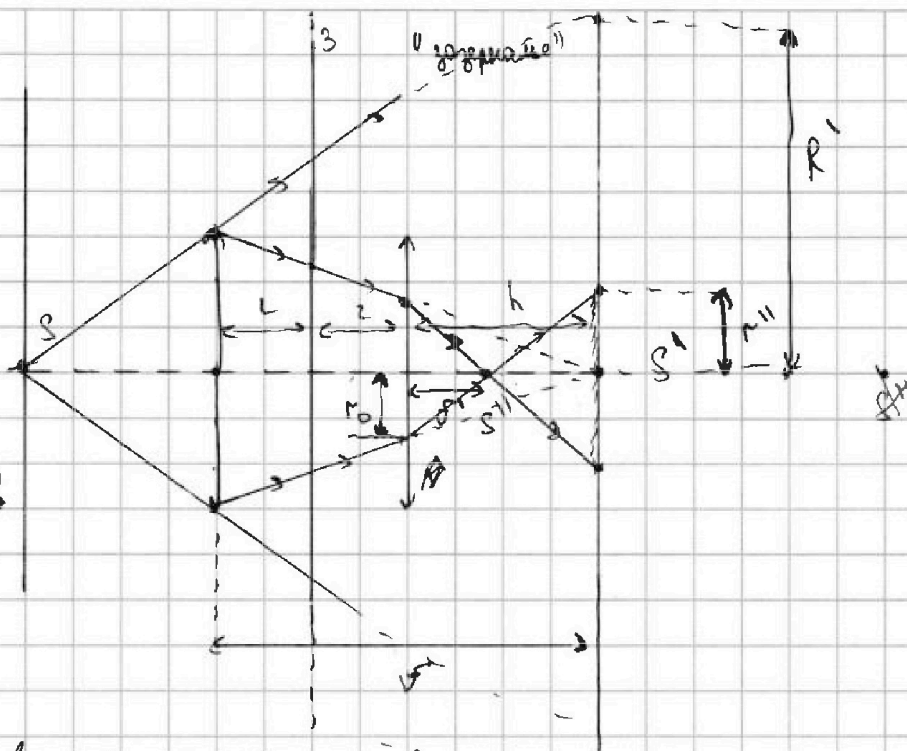
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)

Определим диаметр
системы оптических
зеркала:
тогда лучи
будут проходить
прямо через зеркала,
это упростит
решение



Рассмотрим второе положение лучей в линзе:

замечем, что $f = L + L + h \Rightarrow$ из рисунка видно, что $d = -h$ (минус из-за источника)

$$\frac{1}{-h} + \frac{1}{f} = \frac{3}{2h} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{3}{2h} + \frac{1}{h} = \frac{5}{2h} \Rightarrow f' = \frac{2h}{5}$$

$\Rightarrow$ лучи, прошедшие через линзу, соберутся в точке S' на расстоянии f' от линзы.

После этого лучи разойдутся и создадут пятно в виде круга на стене радиусом r'' .

На линзу падает пучок света радиусом r_0 . $\frac{r_0}{r} = \frac{h}{f} = \frac{1}{2}$

$$r_0 = \frac{f}{2}$$

Из подобия $\frac{r_0}{r''} = \frac{f'}{h - f'} \Rightarrow r'' = r_0 \cdot \frac{h - f'}{f'} = \frac{f}{2} \cdot \frac{h - \frac{2h}{5}}{\frac{2h}{5}} = \frac{f}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}r$

Лучи, идущие мимо линзы, будут осветить всю стену, кроме круга с радиусом R'



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из подобия $\frac{R'}{r} = \frac{2(h+l)}{h} = 2\left(1 + \frac{h}{h}\right) = 2\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 3$

$$R' = 3r$$

$$\Rightarrow S_{\text{крес. см.}} = \pi R'^2 - \pi r^2 = \pi \left(9r^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 r^2 \right) = \pi r^2 \left(9 - \frac{9}{16} \right) = 18$$
$$= 9\pi r^2 \left(1 - \frac{1}{16} \right) = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi r^2$$

$$S_{\text{крес. см.}} = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi \cdot 16 \text{ см}^2 = 135\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: 1) 27π (см²) 2) 135π (см²)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_{\text{рез}} = \frac{26 \cdot 4}{25 \cdot 17} mg - \frac{12}{25} mg + \frac{15}{17^2} mg \cdot \left(18 - \frac{20}{3} \right) =$$

$$= \frac{104 - 204}{25 \cdot 17} mg + \frac{15}{17^2} mg \cdot \left(\frac{54 - 20}{3} \right) = mg \cdot \left(\frac{-100}{25 \cdot 17} + \frac{15}{17^2} \cdot \frac{34}{3} \right) =$$

$$= mg \cdot \left(\frac{10}{17} - \frac{4}{17} \right) = \frac{6}{17} mg$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{26}{85} mg, F_2 = \frac{20}{51} mg, F_3 = \frac{6}{17} mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I_x + I_y + I_z = 2I_{\text{масс}} = 2 \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$3I_x = 2 \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$I_x = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2$$

$$\frac{9}{5} \cdot 8 \cdot \frac{8}{17} =$$

$$26.4 = 80 + 24 = 104$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 17 \\ \hline 84 \\ 12 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$6 \cdot \frac{10+4}{2} - 6 \cdot \frac{6+4}{2} = 3 \cdot (14 - 10) = 12$$

$$\frac{1}{-x} + \frac{1}{5} = \frac{1}{P}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{P} = \frac{1}{P} + \frac{1}{x} =$$

$$E_g = \frac{E}{e}$$

$$\varphi(r) = \frac{kQ}{r}$$

$$\varphi(x) = \varphi(r) + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon r} = \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon r} = \frac{kQ}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$$

$$\varphi(R) = \frac{kQ}{R}$$

$$\frac{9m}{4} \cdot \frac{80}{27} \cdot \frac{15}{17} - \frac{4m0}{17} = \frac{10}{17} m_0 - \frac{4m0}{17} = \frac{6}{17} m_0$$

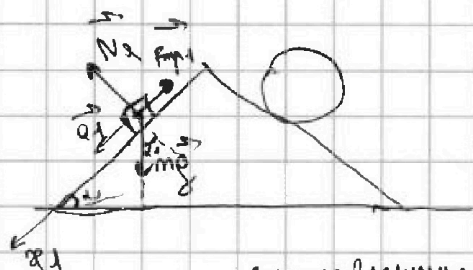


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Рассмотрим движение блока в

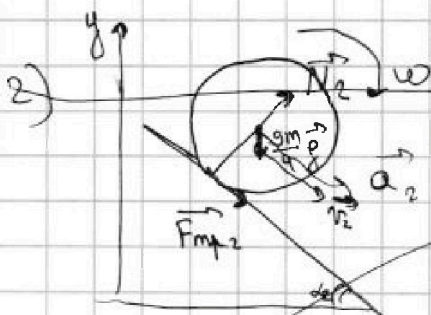
со каска. Определим $\Rightarrow$ это ИСО.

Положим 2 з.п. в проекции на ось,

соответствующую со стороной каска x_1 .

$$ma_1 = mg \sin \alpha - F_{mp1} \Rightarrow F_{mp1} = m(g \sin \alpha - a_1)$$

$$F_{mp1} = m\left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{17}\right) = mg \cdot \left(\frac{51 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 17}\right) = \frac{26}{85} mg$$



Шар катится без проскальзывания

$$\Rightarrow A_{mp} = 0$$

$$N_2 \perp v_2 \Rightarrow A_{N2} = 0$$

(скорость шара)

$\Rightarrow$ сохраняется ЗСЗ:

$$\frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} = \text{const} \quad \left| \frac{d}{dt} \right| \quad \frac{9m}{4} g y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} = \text{const} \quad \Pi + K = \text{const}$$

$$\frac{9mg}{4} \cdot v_{y2} + \frac{9m}{4} \cdot \frac{2v_2 \cdot a_2}{2} = 0 \quad \Pi - \text{потенциальная энергия шара}$$

$$g v_{y2} + v_2 a_2 = 0 \quad \Pi = \frac{9mg}{4} y_2$$

$$K - \text{кин. энергия. По теореме Кёнига: } K = \frac{9m}{4} \frac{v_2^2}{2} + K' \quad \leftarrow \text{энергия в системе центра масс}$$

$$\text{Проскальзывания нет} \Rightarrow v_2 = \omega R \quad \leftarrow \text{радиус шара}$$

$$K' = \frac{I_{\text{сф}} \cdot \omega^2}{2} \quad I_{\text{сф}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} R^2 \quad (\text{момент инерции полного шара относительно центра})$$

$$K' = \frac{2}{3} \cdot \frac{9m}{4} \cdot \frac{R^2 \cdot \omega^2}{2} = \frac{9m}{12} \frac{v_2^2}{2} = \frac{3}{4} m v_2^2$$

$$E = \frac{9mg}{4} y_2 + \frac{9m}{4} \cdot \frac{v_2^2}{2} + \frac{3}{4} m v_2^2 = \frac{9m}{4} \left(g y_2 + \frac{v_2^2}{2} + \frac{2}{3} \frac{v_2^2}{2} \right) = \text{const}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

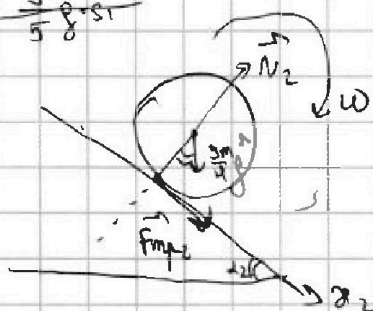
$$\dot{E} = 0 = \frac{3m}{4} (g \cdot \sqrt{2} y + \frac{5}{6} \cdot 2 \sqrt{2} a_2)$$

$$\frac{5}{3} \sqrt{2} a_2 = -g \sqrt{2} y \quad \sqrt{2} y = -\sqrt{2} \cdot \sin \alpha_2$$

$$\frac{5}{3} \sqrt{2} a_2 = -g \cdot (-\sqrt{2} \sin \alpha_2) = \sqrt{2} g \sin \alpha_2$$

$$a_2 = \frac{3}{5} g \cdot \sin$$

2)



~~Шар сферически повернут по 2.с.,~~
~~нормаль Fmp2 направлена вверх (сх. рис.)~~

После анализа п. 8 по 2 з.п.:

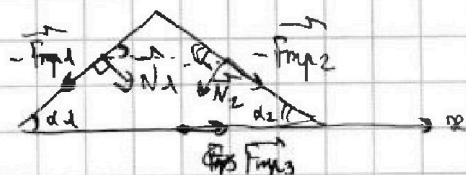
$$\frac{3m}{4} a_2 = \frac{3m}{4} g \cdot \sin \alpha_2 + F_{mp2x}$$

$$F_{mp2x} = \frac{3m}{4} (a_2 - g \sin \alpha_2) = \frac{3m}{4} \left(\frac{8g}{24} - g \cdot \frac{8}{17} \right) = \frac{3m}{4} g \left(\frac{8 \cdot 17 - 8 \cdot 24}{17 \cdot 24} \right) =$$

$$= \frac{mg}{17 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 8 \cdot (-10) = -\frac{20mg}{51} \Rightarrow \text{сила трения } \vec{F}_{mp2} \text{ направлена вверх}$$

$$F_{mp2} = \frac{20}{51} mg$$

3) Рассчитаем силы, действующие на клин со стороны бруска и шара.



$$Ox: -F_{mp1} \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_{mp2} \cos \alpha_2 + F_{mp3x} = 0$$

$$F_{mp3x} = F_{mp1} \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_{mp2} \cos \alpha_2$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1 \quad N_2 = \frac{3m}{4} g \cos \alpha_2$$

$$F_{mp3x} = \frac{26}{5 \cdot 17} mg \cdot \frac{4}{5} - mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3m}{4} g \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{20}{3 \cdot 17} mg \cdot \frac{15}{17}$$