



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

арифметическая прогрессия $a_n = a_1 + d(n-1)$

Заметим, что $a_n \in \mathbb{Z}$

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3 \quad (1)$$

$$a_5 = a_1 + 4d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4 \quad (2)$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1) \Rightarrow \begin{aligned} 6d &= 3x^2 - 3x - 3 \\ 2d &= x^2 - x - 1 \end{aligned} \quad -4d = -2x^2 + 2x + 2 \quad (*)$$

$$(2) - (3) \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 = -4d \quad (**)$$

$$(*) + (**) \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 = 2x^2 + 2x + 2$$

$$x^4 + 8x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + x^3 + 3x^2 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x_1 = -1 \quad x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x^3(x+1) + 2(x+1)(x-1) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 2x - 2) = 0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^3 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$x_3 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

не подходят, т.к. $x \in \mathbb{Q}$

Значит $x = -1$

Тогда получим

$$a_3 = 3x + 3 = 0 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = (1 - 2)^2 = 1 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = 3x^2 = 3$$

$$a_3 = a_1 + 8d = -1 + 4 = 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = -1 + 2 = 1$$

$$a_9 = a_1 + 2d = -1 + 1 = 0$$

Получим

Ответ: $x = -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Рассмотрим все возможные вариации свободных параметров на ОТА

(1) $A = 13p^2$
 $B = 75q^2$

p, q - простое; $m, n \in \mathbb{N}$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p$$

$$m+n > m+n-9 > 0$$

1) $m+n = 13$

$$m+n-9 = 4 = p^2$$

$$p = 2$$

тогда смотрим на B

$$B = mn(m+n-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$m+n-3 = 10 = 5q \Rightarrow q = 2$$

$$\text{тогда } mn = 15q = 5 \cdot 3 \cdot q$$

$$mn = 30$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13-n \\ n(13-n)=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13-n \\ 13n-n^2=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13-n \\ n^2-13n+30=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13-n \\ \text{т. Выход} \\ n_1=3 \\ n_2=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=10 \\ n=3 \\ n=10 \\ m=3 \end{cases}$$

2) $m+n = 13p$
 $m+n-9 = p^2$

$$9 = 12p \text{ Не подходит, т.к. } p \notin \mathbb{N}$$

3) $m+n = p^2$

$$m+n-9 = 13$$

$$m+n = 22 = 8 \cdot 3 \neq p^2$$

не подходит

4) $m+n-9 = 1$
 $m+n = 13 \cdot p^2$

$$m+n = 10 < 13 \cdot p^2$$

не подходит.

(2) $A = 75q^2$
 $B = 13p^2$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 \\ mn(m+n-3) = 13p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n-3 > 0 \\ m+n > 3 \end{cases}$$

1) $m+n-3 = 13$ посмотрим на A

$$m+n = 16$$

$$\text{тогда } m=n=p$$

$$m+n = 16$$

$$m+n-9 = 7$$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 16 \cdot 7 \neq 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

не подходит

2) $m+n-3 = p$

$$m = p$$

$$n = 13$$

$$\begin{cases} m+n-9 = m \\ n-3 = 0 \end{cases}$$

не верно

3) $m+n-3 = 1$

$$m+n = 4$$

$$mn = 13p^2$$

$$\text{посмотрим на } A = (m+n)(m+n-9) = -5 \cdot 4 \neq 75q^2$$

не верно

4) $m+n-3 = p^2$

$$m = 13 \quad n = 1$$

$$p^2 = 13+1-3 = 11$$

$$p^2 = 11 \text{ Нет решений в } \mathbb{N}$$

Ответ: (3, 10); (10, 3)

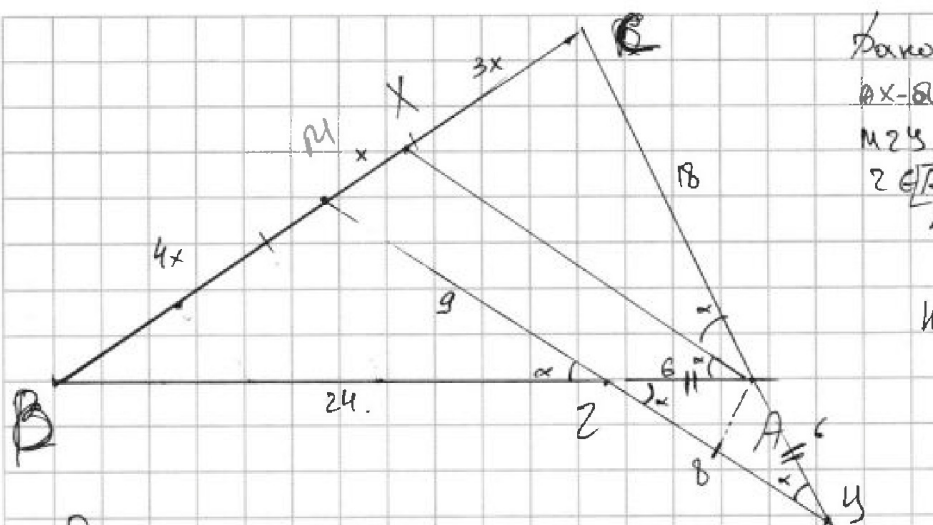


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$

$AX - \text{биссектриса}$

$MY \parallel AX$

$Z \in [AB]$ $Y \in [CA]$

$AC = 18$ $AZ = 6$

$YZ = 8$

Найти: BC

Решение:

1) $AX \parallel MY \Rightarrow \angle XAC = \angle MYC = \alpha$ (как соответств.)

$\angle MZB = \angle AZY = \alpha$ (как вертикальн.)

2) $\triangle AZY$ - равноб. $\Rightarrow AZ = AY = 6$

3) $\triangle MZB$ и $\triangle YZC$ - подобные (по 2м углам)

$$\frac{BM}{YC} \cdot \frac{AC}{AY} \cdot \frac{AZ}{ZM} = 1 \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{6} \cdot \frac{6}{ZM} = 1$$

$(ZM = 9)$

4) $\triangle CXA \sim \triangle CMY$ (по 2м углам)

$$\frac{AX}{CY} = \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{AX}{17} \Rightarrow AX = \frac{18}{24} \cdot 17 = \frac{3}{4} \cdot 17 = \frac{51}{4}$$

$$AX = \frac{18}{24} \cdot 17 = \frac{3}{4} \cdot 17 = \frac{51}{4}$$

$$CM = 4x$$

$$CX = 3x$$

$$CM = BM = 4x$$

5) $\triangle BMZ \sim \triangle BXA$ (по 2м углам)

$$\frac{BZ}{BA} = \frac{BM}{AX}$$

$$\frac{BZ}{BZ+6} = \frac{9}{\frac{51}{4}}$$

$$\frac{BZ}{BZ+6} = \frac{36}{51}$$

$$51BZ = 36BZ + 216$$

$$15BZ = 216$$

$$BZ = \frac{216}{15}$$

6) 5) $\triangle BMZ \sim \triangle BXA$ (по 2м углам)

$$\frac{BZ}{BA} = \frac{BM}{BX} = \frac{4}{5}$$

$$BZ = \frac{4}{5} \cdot AB = \frac{4}{5} (BZ+6)$$

6) $\triangle AZY$ - т. косинусов

$$5BZ = 4BZ + 24$$

$$BZ = 24$$

$$zy^2 = AZ^2 + AY^2 - 2 \cos(180-2\alpha) AZ \cdot AY$$

$$64 = 36 + 36 - 2 \cos 2\alpha \cdot 36$$

$$\cos 2\alpha = \frac{-8}{72} = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $\triangle ABC$ - тупоугольный.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC.$$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 30 \cdot 18^2$$

$$BC^2 = 900 + 324 + 120$$

$$BC^2 = 1020 + 324 = 1344$$

$$BC = \sqrt{1344} =$$

$$\text{Ответ: } BC = \sqrt{1344}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (1)$
 $x^4 + 5x^2 - \sqrt{6-x} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \quad (2)$

$(2) \quad x^4 + 5x^2 - \sqrt{6-x} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}$
 $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$
 $x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$
 $(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$
 $(x^2 + y^2)(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$
 $(\sqrt{x} - \sqrt{y})((x^2 + y^2)(x+y) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1) = 0$
 $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \quad \text{или} \quad (x^2 + y^2)(x+y) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1 = 0$
 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$
 $x = y > 0$

подставим в (1)
 и решаем

$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$
 $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$
 $\sqrt{x+1} + 6 - x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(6+5x-x^2) + 25 - 20\sqrt{(x+1)(6-x)}$
 $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$
 $\sqrt{(x+1)(6-x)} = t \geq 0$
 $4(6+5x-x^2) + 25 - 20t = 0$
 $4t^2 - 18t + 18 = 0$
 $2t^2 - 9t + 9 = 0$
 $\sqrt{D} = \sqrt{81 - 72} = 3$
 $t_1 = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2} \quad t_2 = \frac{9+3}{4} = 3$

Возвращаемся к старой переменной

$1) \sqrt{(x+1)(6-x)} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$
 $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$
 $\sqrt{(x+1)(6-x)} = \frac{3}{2}$
 $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$
 $x^2 - 5x + 6 = \frac{9}{4}$
 $4x^2 - 20x + 24 = 9$
 $4x^2 - 20x - 15 = 0$
 $D = 400 - 240 = 160$
 $\sqrt{D} = 4\sqrt{10}$
 $x_1 = \frac{20 - 4\sqrt{10}}{8} = -\frac{5 - \sqrt{10}}{2}$
 $x_2 = \frac{20 + 4\sqrt{10}}{8} = \frac{5 + \sqrt{10}}{2}$

2) $\sqrt{(x+1)(6-x)} = 3$
 $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$
 $x^2 - 5x + 6 = 9$
 $x^2 - 5x - 3 = 0$
 $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$
 $D = 25 - 12 = 13$
 $\sqrt{D} = \sqrt{13}$
 $x_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$
 $x_2 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$

Проверка:

$\begin{cases} x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$
 $\begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$

Ответ:

$x_1 = \frac{5 - \sqrt{10}}{2}$
 $x_2 = \frac{5 + \sqrt{10}}{2}$
 $x_3 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$
 $x_4 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$

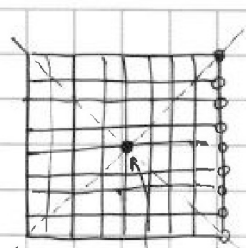


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



главная диагональ

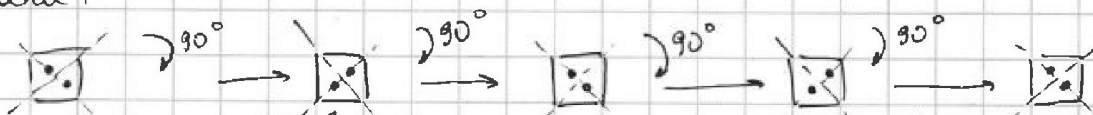
Всего $9 \cdot 9 = 81$ узел

Нужно выбрать 2 узла. Это можно сделать и затем их перекрестить

C_{81}^2 - способами

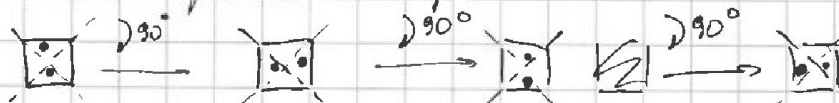
Если мы имеем какую-то раскраску, то из одной раскраски путем поворотов мы можем сделать либо 1 раскраску (если точки выбраны несимметрично относительно ^{центра} главной диагонали), либо 2 раскраски (если точки выбраны симметрично относительно главной диагонали)

Т.е. встает проблема выбора точки относительно ^{центра} главной диагонали:



при поворотах возникает лишь 2 различные комбинации

При несимметричном выборе:



возникло 4 разных комбинации

1) Выбор точки симметрично отн. центра. Потом выбрать одну из 80 точек. Задаётся автоматически. Но мы считали случаи в 2! б.м. и, т.к. выбор 1й и автом. узла. 2й - есть комбинаторный выбор.

т.к. число возникающих комбинаций при поворотах = 2, то способов покрасить 2 точки, которые симметр. отн. центра,

$$\text{равно } \frac{80}{2 \cdot 2} = (20)$$

2) Выбор точки несимметрично отн. центра.

I) Выбор из точек

I) одна

из 4 точек

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

тогда

число способов

выбрана

центральная

тогда

число способов

выбрать 2го = 30

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Арифметическая прогрессия $a_n = a_1 + d(n-1)$

$$a_3 = 3x + 3 = a_1 + 2d$$

007-004

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = 3x^2 = a_1 + 8d$$

$$\begin{cases} 3(x+1) = a_1 + 2d \\ x(x+2) \cdot x(x+2) = a_1 + 4d \\ 3x^2 = a_1 + 8d \end{cases}$$

$$d = 4(x-9)(1+x)^2$$

$$= 22 - 18 = 9 + 5x - x^2$$

$$a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 = a_1 + 4d$$

$$3x^2 = a_1 + 8d$$

$$d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$x^2 - x^2(x+2)^2 = 4d$$

$$x^2(1 - x^2 + 4x - 4) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2d$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 6d$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 3x^2 - 9x - 9$$

$$-1 + 3 - 2 = 0 \quad x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$-1 \quad BC = ?$$

$$-1 + 3 - 2 = 0$$

$$AX = AE$$

$$x^3 - x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$min - 3 = P$$

$$n = P$$

$$m = 13$$

$$mn(min-3) = p \cdot p \cdot 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$min-3 = 13$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \quad A = (m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$B = mn + mn^2 - 3mn \quad B = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) = 13^2 - 9 \cdot 13 = 169 - 117 = 52$$

$$B = mn(m+n-3) = 5 \cdot 3 \cdot 9 = 135$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 6d \Rightarrow 3(x+1) = a_1 + 2d$$

$$x^2 - x - 1 = 2d \Rightarrow (x(x+2))^2 = a_1 + 4d$$

$$3x^2 = a_1 + 8d$$

$$d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$(x+1)$$

$$x^3 + 2x^2 + 2 = 0$$

$$12 + 24 + 2 = 38$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 & (1) \\ x-3y \geq -3 & (2) \\ 3x-y \leq 1 & (3) \\ 3x-y \geq -1 & (4) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} (1)+(3) &\Rightarrow 4x-4y \leq 4 & (x-y \leq 1) \\ (2)+(4) &\Rightarrow 4x-4y \geq -4 & (x-y \geq -1) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 & (1) \\ 3x-y \leq 1 & (2) \\ 3x-y \geq -1 & (3) \\ x-3y \geq -3 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1)+(2) &\Rightarrow 4x-4y \leq 4 \\ &\quad x-y \leq 1 & (*) \\ &\quad -x+y \geq -1 & (**) \end{aligned}$$

$$(*)+(**) \Rightarrow -2y \geq -4 \Rightarrow y \leq 2 \quad (***)$$

$$8x+4y = S = 4(2x+y)$$

$$\begin{aligned} (*) &\Rightarrow x-y \leq 1 \\ (**) &\Rightarrow -x+y \geq -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad x-3y &\leq 3 \\ -x+3y &\geq -3 \\ -2 &\geq y \geq \frac{-3+x}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (***) \quad -2 &\geq y \geq \frac{-3+x}{3} \\ -6 &\geq -3+x \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$

Воспользуемся

$$\begin{aligned} y &\leq -2 \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4y &\leq -8 \\ 8x &\leq -24 \end{aligned}$$

$$4y+8x \leq -32$$

$$S_{\max} = 8x+4y = -32$$

$$\text{Ответ: } -32$$

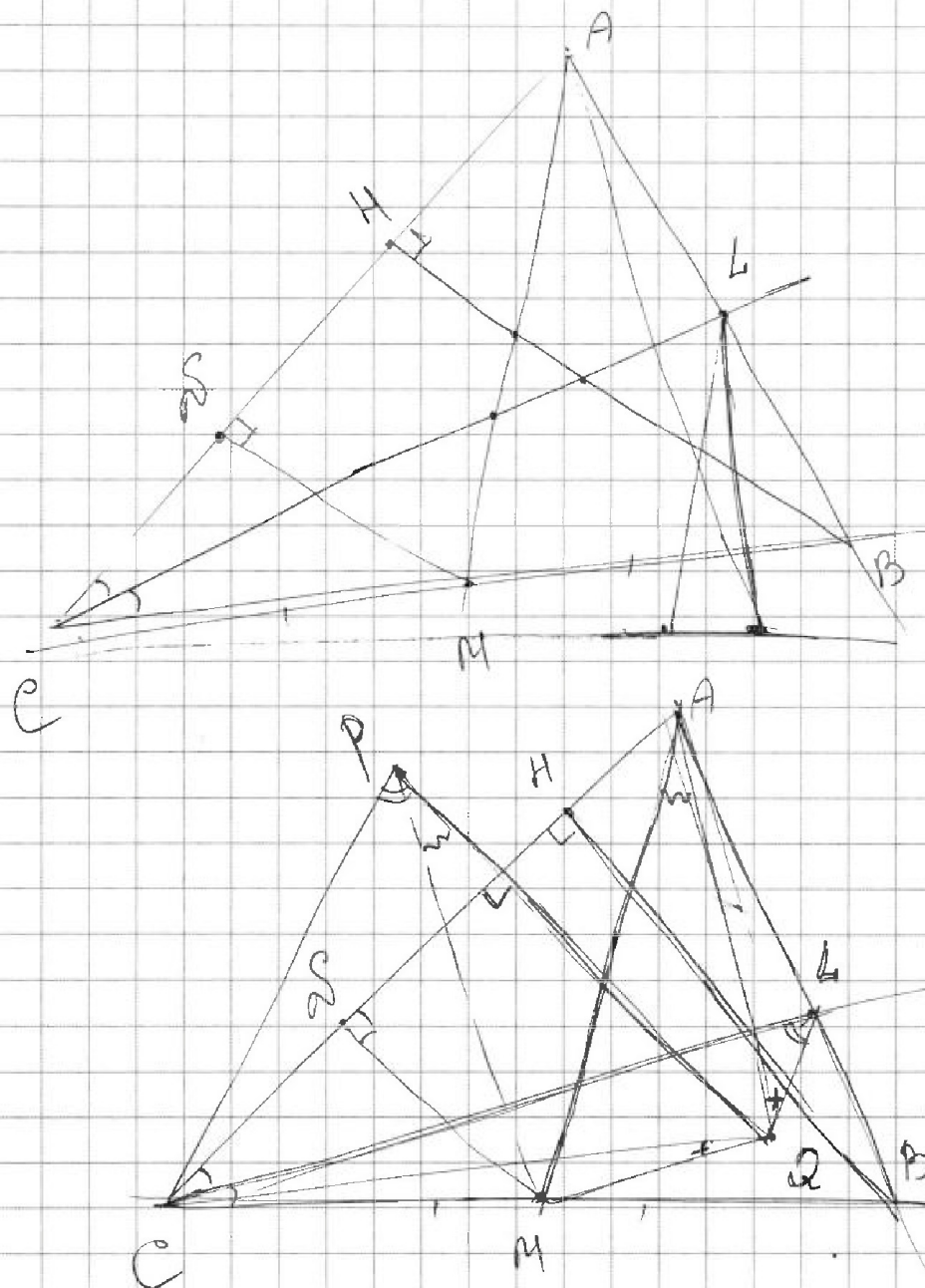


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из 13

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

