



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Обозначим кол-во углов многоугольника за n , тогда, с одной стороны сумма его углов равна $180(n-2)$, а с другой $143 + 143 + 2 + 143 + 2 \cdot 2 + \dots + 143 + 2(n-1) =$
 $= 143 \cdot n + 2 \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2}$ n -угол
 $\Rightarrow 180(n-2) = 143n + n^2 - n$ (посчитаем сумму углов с
двух сторон) $\Rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0 \Rightarrow D_n = 19^2 - 360 = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow n = 19 \pm 1 = 20/18.$

20-наибольшее из чисел вершин. проверим

$180 \cdot 18 = 143 \cdot 20 + 19 \cdot 20$ $162 = 162 \leftarrow \text{верно} \Rightarrow 20 \text{ вершин.}$

(max.)

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

$$2. x \ln 6 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$3 \ln 2 (x+y+z) + x \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3 \quad | : \ln 2, \text{ т.к. } \neq 0.$$

$$3(x+y+z) + x + z \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$\frac{\ln 3}{\ln 2} = t, \text{ где } t - \text{const}, > 1.$$

$$3(x+y+z) = 1 - x + t(1 - z) \quad |^2$$

$$\ln 2 \text{ и } \ln 3 - \text{const.}$$

$$9(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx) =$$

решим ур-е

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3 (z - 1) = 0.$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = (1 - z) \ln 3, \quad \text{т.к. } \ln 3 \text{ и } \ln 2 - \text{const,}$$

то равенство зависит от ф-ции $4x + 3y + 3z - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Обозн. 21-го чл-ва M за $x, x+1, x+3, \dots$

$\dots, x+6$, тогда сумма 21-го чл-ва $M = 7x + \frac{6 \cdot 7}{2}$;
тогда, и допустим, что p это четвёртый чл-ва $x+n_1$, а q за
 $x+n_2$, тогда, чтобы $p^2 - q^2 = 792$, надо чтобы $x+n_1 < x+n_2$.

Заменим: $p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = (7x + 21 - x - n_1 - 7x + 21 + x + n_2) \cdot$

$\cdot (7x + 21 - x - n_1 + 7x + 21 - x - n_2) = 792$. (n_1 - чл-ва от 0 до 6,
т.е. $x+n_1$ - 290 21-й чл-
ва M)

$(n_2 - n_1)(12x + 42 - (n_1 + n_2)) = 792$.

$n_2 - n_1 \in \text{от } 0 \text{ до } 6$, т.к. n_1 - чл-ва от 0 до 6 $\Rightarrow$ т.к. $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$,
то $n_2 - n_1$ либо 1 либо 2 либо 3 либо 4 либо 6.

Замечем, что если $n_2 - n_1 = 1/3$, то n_1 и n_2 - разн. чл-ва

$\Rightarrow x+n_1$ и $x+n_2$ разн. чл-ва $\Rightarrow p$ и q - разн. чл-ва $\Rightarrow p^2 - q^2 = \text{нечёт}$,
 $\Rightarrow$ противоречие. $\Rightarrow n_2 - n_1 = 2/4/6$; $n_1 + n_2 = 2n_1 + (n_2 - n_1)$.

Испыт. если $n_2 - n_1 = 6$, тогда очевидно $x+n_1$ и $x+n_2$ - это самые
близкие и самые дал. чл-ва $\Rightarrow n_1 + n_2 = 12$.

тогда $6 \cdot (12x + 42 - 12) = 792 \Rightarrow 12x + 36 = 132 \Rightarrow x = 7$,
 $\Rightarrow$ такое x не может быть. $12x = 96 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow S_n = 7x + 21 = 77$,
тогда $p = 89$, $q = 63$, но они не простые $\Rightarrow$ не годят.

II исп. если $n_2 - n_1 = 4$, тогда: $12x + 42 - (n_1 + n_2) = 198$.

$12x - 2n_1 = 160$ $12x + 42 + (2n_1 + n_2 - n_1) = 198$

$6x - n_1 = 80$, $n_1 \in [0, 5] \cap \mathbb{Z}: (n_1 < n_2)$, т.к. $80 \equiv 2$, то $n_1 = 4$,
 $6x = 80 + n_1$, (иначе $80 + n_1 \not\equiv 6$) $\Rightarrow n_2 = 8$, но $n_2 \in [0, 6]$ -
противоречие.

III исп. если $n_2 - n_1 = 2$, тогда $12x + 42 - 2n_1 - 2 = 396 \Rightarrow$

$12x - 2n_1 = 356$ | :2

$6x - n_1 = 178 \Rightarrow 6x = 178 + n_1$, т.к. $178 \equiv 4$, то $n_1 = 2$, тогда

$178 + n_1 \equiv 6$, тогда $n_2 = 4$, а $x = \frac{180}{6} = 30$,

тогда $p = 7 \cdot 30 + 21 - 30 - 2 = 199$, а $q = 197$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда M - число состоящее из эл-тов: 30, 31, 32, ... 36

Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

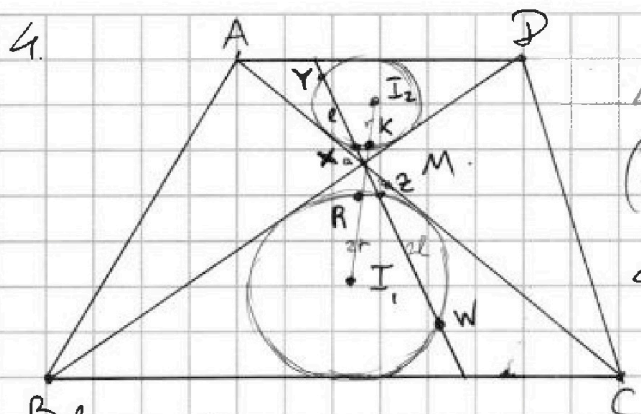


1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle AMP \sim \triangle CMB$ по 2 угл.

(из $AD \parallel BC \Rightarrow \angle MBC = \angle MPA$, $\angle PAM = \angle MCB \Rightarrow$ все углы

этих треугольников

равны. заметим, что, т.к. ω_1 и ω_2 - впис. окуп, то

MI_2 и MI_1 - бисс.-сы углов $\angle AMP$ и $\angle BMC$ соотв. $\Rightarrow MI_2$ - э-т, по-

добный $MI_1 \Rightarrow \angle BMI_1 = \angle PMI_2 \Rightarrow \angle M I_2 I_1 = \angle I_1 M I_2$. т.к. $\frac{AP}{BC} = \frac{1}{2}$,

то коэф. подобия $\triangle APM$ и $\triangle CBM = \frac{1}{2} \Rightarrow XM = a$; $MZ = 2a$;

$2W = 2l$; $XY = l$; т.к. э-т подоб. элементы в подоб. Δ ; обозн. ра-

диус ω_2 за r , тогда радиус $\omega_1 = 2r$. Обозн. за K =

$= \omega_2 \cap IM$ (ближ. к M); $R = \omega_1 \cap I_1 M$ (ближ. к M) (см. рис),

тогда $RI_1 = 2r$; $KI_2 = r$; $MK = b$; $MR = 2b$;

из условия мы знаем, что:

$$I_1 I_2 = r + b + 2b + 2r = \frac{13}{2} \Rightarrow b + r = \frac{13}{6} \Rightarrow b = \frac{13}{6} - r \quad (I)$$

$$MZ \cdot MY = 2a \cdot (a + l) = 5. \quad (II)$$

Запишем свойства точки M (являясь окуп. ω_2):

$$MK \cdot (MK + 2r) = MX \cdot MY \Rightarrow b(b + 2r) = a(a + l) = \frac{5}{2} \quad (\text{из } (I)),$$

подставим (I):

$$\left(\frac{13}{6} - r\right)\left(\frac{13}{6} - r + 2r\right) = \frac{5}{2}$$

$$\frac{169}{36} - r^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow r^2 = \frac{169}{36} - \frac{5}{2} = \frac{169 - 90}{36} = \frac{79}{36}$$

$$\Rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{79}{36}}, \text{ но т.к. } r - \text{радиус} \Rightarrow \text{полож. число, то } r = \frac{\sqrt{79}}{6},$$

$$\text{а } 2r = \frac{\sqrt{79}}{3} \quad (\text{радиус окуп. } \omega_1 = 2r).$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 / ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5. \quad 4 \sin \frac{3\pi}{14} = 4(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14}).$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} = 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{4\pi}{14} = 4 \sin \frac{\pi}{14} (3 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}} - 5 \sin \frac{\pi}{14},$$

т.к. $\frac{\pi}{14} > 0$; $\frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{8}$, то $\sin \frac{\pi}{14} \in (0; \frac{1}{2})$ — лежит в первой четверти,

$\Rightarrow$ можем поделить на $\sin \frac{\pi}{14}$ пер. в 2-е ур.

$$\frac{4}{\sin \frac{\pi}{14}} = 4 + (6 \sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}} - 8 \sin \frac{\pi}{14} - 5).$$

$$\frac{1}{\sin \frac{\pi}{14}} = 7 + 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}}.$$

решим ур-е $5 - 42 \sin x + 16 \sin^3 x = 4 - 8 \sin^2 x - 5 \sin x$,
 при x в 1-й четверти. $\sin x = a$ — замена.

$$16 \sin^3 x + 16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$$

можно сравнить с $\sin \frac{\pi}{16}$, т.к. $\frac{\pi}{16} < \frac{\pi}{14} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{16} < \sin \frac{\pi}{14}$
 поубавить

(для упр-я в 1-ой четверти), а $\sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{8}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 + \frac{\cos \pi}{2}}}{2}} =$

$$= \frac{\sqrt{2} \sqrt{1 - \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}}}}{2} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}.$$

или можно найти корни ур-е $16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$ и сравнить с $\sin \frac{\pi}{14}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. Из того, что: если 4 ^{из верш} ~~и 5~~ лежат в одной пн., то это
следует, что основание пирамиды (не треуго.) лежит в пн.

д. (т.е. если пирамида не треугольная)

1. кол-во таких пирамид ~~(не треуго.)~~ = (основание к-рых
~~не треуго.~~
лежит в пн. д) =

$$5 \cdot \left(\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4!} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{5!} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6!} + 1 \right) = 5 \cdot (1435 + 21 + 7 + 1) = 5 \cdot 1464 = 7320$$

Итого-тогда 5 это одна из 5 точек в пн. д (вершина пирамиды), поэтому у нас 5, а далее считаем кол-во вариантов выбрать ³ 4, 5, 6, 7 точек для основания пирамиды (C_7^3 , $n \in [4, 7] \cap \mathbb{Z}$).

Теперь посчитаем кол-во треугольных пирамид. (нам нужно выбрать 3 ^{из 4 точек} ~~и 5~~ ~~и 6~~ ~~и 7~~ не лежащих в д., т.к. если 4 лежат в д., то это не пирамида, а если 3-то мы уже посчитали её) $\Rightarrow$ мы либо выбираем 2 т. из пн. д и 2 вне, либо 1 из д и 3 вне (это всегда пирамида т.к. если 4 т. лежат в д. (вершины) не лежат в одной пн.) посчитаем:

$$7 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} + \frac{7 \cdot 6^3 \cdot 5 \cdot 4^2}{2! \cdot 2!} = 70 + 210 = 280$$

$\nearrow C_5^3 - 3 \text{ т. из пн. д.} \quad \nwarrow 2 \text{ т. из пн. д.} \quad \nwarrow 2 \text{ т. вне пн. д.}$

всего пирамид $280 + 5 \cdot 99 = 495 + 280 = 775$

Ответ: 775



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4(3\sin^2 - 4\sin^3) \sqrt{4 - 8\sin^2} - 5\sin$$

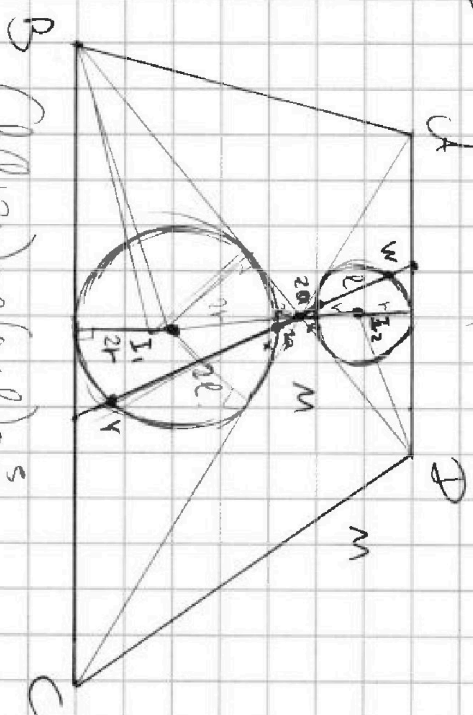
$$5 - 4(4\sin^2 - 4\sin^3) \sqrt{4 - 8\sin^2} - 9\sin$$

$$5 - 10\sin(\cos^2) \sqrt{4 - 8\sin^2} - 9\sin$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{3-4\sin^2}{-10}$$

$$\begin{cases} b(b+2c) = a(a+b) = \frac{13}{2} \\ 3(b+1) = \frac{13}{2} \\ a(2a+2b) = 5 \end{cases}$$

$$u - 5a + u(1) = u^2(1) + (5+u)^2(5+u)$$

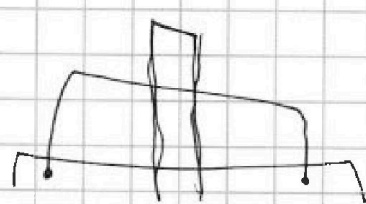
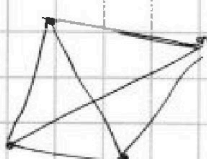


$$M^2 \cdot M^2 = 5$$

$$b+1+2b+1r = \frac{13}{2}$$

$$a(2a+2b) = 5$$

$$u^2(1r) = a(2a+2b)$$



mod 9	
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



8m

масса:

$x, x+1, x+2, \dots, x+6$



30, 90
 $\sin 30 = \frac{1}{2}$ $\sin 90 = 1$

$$(M - (x+n))^2 - (M - (x+n))^2 = 792, \text{ тогда } n^2 > n$$

$$\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} \cdot 1$$

$$\cos 2d = 1 - 2 \sin^2 d$$

$$4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{4} \sqrt{5} -$$

$$4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{4} \sqrt{5} - 4 \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{4} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} + 7 \sin^2 \frac{\pi}{4} \sqrt{1} -$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{4} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{4} + 7 \sin^2 \frac{\pi}{4} \sqrt{1} -$$

$$\sqrt{\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} \left(\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \right) + 8 \left(\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \right) + 7 \sqrt{\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} \sqrt{1} -$$

$$\sqrt{\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} \left(\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \right) + 3 - 4 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} \sqrt{0} - \frac{225}{32} \sqrt{\frac{1}{93}}$$

$$= \sqrt{\frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$$



$$\times \frac{30}{8} \frac{1}{140}$$

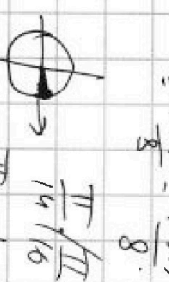
$$\sin 3d = 4 \sin d - 3 \sin^3 d$$

$$3 \sin d - 4 \sin^3 d$$

$$= \frac{3 \sqrt{14}}{16}$$

$$0 = \frac{3 \sqrt{14}}{2} - \frac{4 \cdot 3 \sqrt{14}}{8} =$$

$$= \frac{4 \cdot 3 \sqrt{14}}{8} - \frac{4 \cdot 3 \sqrt{14}}{8}$$



$$\cos 2d = 2 \cos^2 d - 1$$

$$\cos^2 d = \frac{1 + \cos 2d}{2}$$

$$\sin^2 d = 1 - \cos^2 d$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{8} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}}{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3(x+yz) = 1-x+t(1-z)$$
$$\frac{x^2+y^2+z^2 = (1-x+t-z)^2 + 2(xy+yz+zx)}{9}$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 =$$

$$5 - 4 \sin^2 \left(3 \sin^2 - 4 \sin^2 \right) =$$

$$5 - 4 \sin^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5, x+6, \dots - 72000$$

$$(p-q)(p+q) = 7202 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 1$$

$$(2M - 2x - (n_1 + n_2))$$

$$2M - 2x - (n_1 + n_2) \cdot (x_{n_1} - x_{n_2})$$

$$(n_2 - n_1) \cdot (2M - 2x - (n_1 + n_2)) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$1/2/3/4/6$$

$$2M - 2x - (n_1 + n_2)$$

$$14x + 6 \cdot \frac{7}{2} - 2x - (n_1 + n_2)$$

$$12x + 42 - (n_1 + n_2) = 396$$

$$n_2 - n_1 =$$

$$\begin{array}{r} 396 \\ - 42 \\ \hline 354 \end{array}$$

$$n_1, n_2 -$$

$$198 \cdot 2$$

$$x + n_1, x + n_2 -$$

$$198 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{2}{4/6}$$

$$M - (x + n_1) - (M - (x + n_2)) =$$

$$x + n_2 - x - n_1$$

$$-x + n_1, -x - n_2$$

$$M = 7x + \frac{6 \cdot 7}{2} = 6 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 7202 \\ \hline 6 \cdot 1192 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 121 \\ \hline 132 \end{array}$$

$$(x - y) + n_2$$

$$(x - y) + n_2$$

$$(x + y) - 2x + x + 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 88 \\ 199 \\ \times 199 \\ \hline 1781 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 197 \\ + 199 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 197 \\ + 199 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12x + 42 \\ - 132 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$199 \cdot 199 - (27 \cdot 27) =$$
$$\frac{(199+27)(199-27)}{2} =$$

$$\begin{array}{r} 199 \\ - 27 \\ \hline 172 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \\ - 27 \\ \hline 172 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12x + 42 \\ - 132 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$6x \ln 2 + 3y \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$
$$3 \ln 2(x+y+z) + x \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$
$$3(x+y+z) + x + 2 \ln 3 = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2} = t, t > 0$$

$$\begin{array}{r} 396 \\ - 90 \\ \hline 306 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 306 \\ \times 2 \\ \hline 612 \end{array}$$

$$80$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 13 \\ \hline 936 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 178 \\ \times 6 \\ \hline 1068 \end{array}$$

$$6 \cdot 30 + 21 - 2 =$$
$$6 \cdot 30 + 19$$
$$6 \cdot 30$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ + 19 \\ \hline 209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ + 19 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$(x+y+z)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

143°

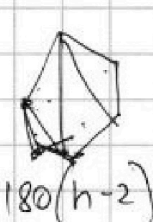
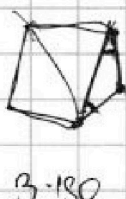
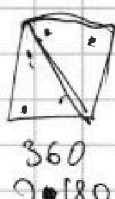
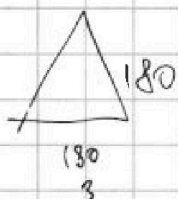
x, y, z

$$360 = \frac{4}{2} \cdot 180$$

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 3 \cdot 2^3 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln_2 + \ln_3$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3 (2 - 1) = 0$$



$$\begin{array}{r} 180 \\ -142 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 10 \\ \hline 380 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 380 \\ + 171 \\ \hline 551 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 551 \\ \times 10 \\ \hline 5510 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5510 \\ + 171 \\ \hline 5681 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5681 \\ \times 10 \\ \hline 56810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56810 \\ + 171 \\ \hline 56981 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56981 \\ \times 10 \\ \hline 569810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 569810 \\ + 171 \\ \hline 569981 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 569981 \\ \times 10 \\ \hline 5699810 \end{array}$$

$$x \quad x+d, x+2d \quad x+3d \quad x+4d$$

$$S_n = nx + d \left(\frac{n(n-1)}{2} \right) \quad n \text{ — количество}$$

$$180(n-2) = 143n + 2 \left(\frac{n(n-1)}{2} \right)$$

$$180n - 360 = 143n + n^2 - n$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 19^2 - 360 = 1$$

$$n = \frac{19 \pm 1}{2} = 10/9$$

$$143 \cdot 9 + 18 \cdot 8 = 180 \cdot 8$$

$$143 \cdot 9 + 18 \cdot 8 = 180 \cdot 8$$

$$143 \cdot 9 + 18 \cdot 8 = 180 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ + 18 \\ \hline 161 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \cdot 8 = 143 \cdot 9 + 18 \cdot 8 \\ 143 \cdot 9 = 1287 \\ 18 \cdot 8 = 144 \\ \hline 1287 + 144 = 1431 \\ 1431 = 143 \cdot 9 + 18 \cdot 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} n^2 - 38n + 360 = 0 \\ D = 361 - 360 = 1 \\ n = 19 \pm 1 / 2 \end{array}$$

$$180n - 360 = 143n + n^2 - n$$

$$180(n-2) = n \cdot 143 + 2 \left(\frac{n(n-1)}{2} \right)$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 18} \\ - 2 \\ \hline 16 \\ 4 \\ \times 18 \\ \times 5 \\ \hline 90 \end{array}$$