



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нач-ть начинаем со ~ 1 143, а разность равна 2 $\Rightarrow$ каждый следующий больше на 2

пусть у нас n ульев $\Rightarrow$ сумма ю ульев $= (n-2) \cdot 180$

а с другой стороны: $143 + 143 + 2 + 143 + 2 + \dots + 143 + 2 \cdot (n-1)$
n-ульев

получаем:

$$143n + 2(1 + 2 + \dots + n-1) = (n-2) \cdot 180$$

$$143n + \frac{n(n-1) \cdot 2}{2} = (n-2) \cdot 180$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 181n + 360 = 0$$

$$n = 181 \pm \sqrt{32761 - 2012}$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{1444 - 1440}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \left[\frac{40}{2} \right] = 20$$

Ответ: 20

Ответ: 18

но если 20 ульев, то $143 + 2(n-1) > 180$
 $\Rightarrow$ не выкупить

в сумму берем

$$143 + 2(n-1) < 180$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 143 \\ \hline 503 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ - 180 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ - 181 \\ \hline -38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ - 181 \\ \hline -38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 503 \\ - 400 \\ \hline 103 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \cdot 2 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143 + 2 \cdot 18 = 178 \\ 178 < 180 \end{array}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

внесем x, y, z в степень логарифмов
(или мы можем так сделать т.к. $a^x > 0$)

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

далее воспользуемся формулой $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$

$\ln 16^x 8^y 24^z = \ln 6$, а т.к. значения логарифмов с одинаковыми основаниями равны тогда и только тогда, когда и числа в них равны ($\log_a b = \log_a c \Rightarrow b = c$)

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6, \text{ т.е.}$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 3^1 \cdot 2^1$$

$$\begin{cases} 2^{4x+3y+3z} = 2 \\ 3^z = 3 \Rightarrow z = 1 \end{cases}$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$3y = -2 - 4x$$

найдем несколько подходящих значений x , чтобы $-2 - 4x : 3$, т.к. y - целое.

$x = 1$ при $x > 1 \Rightarrow y < -2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2$ больше

$$\Rightarrow y = -2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 6$$

$x = 0$ $-2 \Rightarrow y = 2$ при $x < -2 \Rightarrow y > 2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2$ больше

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$\text{при } x = 1, z = 1, y = -2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6 - \text{наименьшее.} \Rightarrow \text{ОТВЕТ: } 6$$

отсюда видно, что с возрастанием x , возрастает координата $y \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2$ возрастает, и если $x \leq -1$, то с его убыв.

$$\ln 6 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln \frac{6 \cdot 24}{8^2} = \ln 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t = -2:$$

$$6n+k-2 = 99$$

~~$6n+k$ не простое, n, k не целые~~

~~8/2/21~~

$$6n+k = 101$$

$$t = -3:$$

$$6n+k-3 = 66$$

$6n+k$ - не простое и $k \div 3$

~~$\Rightarrow$ осталось найти n, k и $p = 101$~~

$$q = 99$$

осталось найти n, k и $p = 101$

$$q = 101 - 2 \cdot 2 = 97$$

n
 $n+1$
 $n+2$
 $n+3$
 $n+4$
 $n+5$
 $n+6$
 ~~$n+7$~~

$$6n+k = 101$$

$$6n = 101 - k, k \text{ min } 15 \text{ max } 21$$

$$6n = 89 \Rightarrow k = 12, \text{ др. вариантов нет}$$

$$n = 14$$

$$n=14: p = 14+15+16+17+18+19+20 = 101$$

14
15
16
17
18
19
20

$q = 97$, но сумма чисел из этого
мн-ва $99 \Rightarrow$ не сумма такого
 M .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3 прогнот.

$$-t(6n+k+t) = 2 \cdot 11 \cdot 3^2 = 198$$

$$t = \{-1, -2, -3\}$$

если $t = -1$:

$$6n+k-1 = 198$$

то, что числа p и q являются

$$6n+k = 199 - \text{простое, все } k = p \quad q = 197 \text{ тоже простое}$$

$$6n = 199 - k, \text{ где } k - \min = 15, k - \max = 21$$

$$k = 19$$

$$6n = 180$$

$$n = 30$$

мн-во:

30

31

32

33

34

35

36

n
 $n+1$

$n+2$

$n+3$

$n+4$

$n+5$

$n+6$

приведем p и q :

$$p = 199 = 30 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36$$

$$q = 197 = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36$$

$$p^2 - q^2 = 2 \cdot 396 = 792$$

$M: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36$

если $t = -2$:

$$6n+k-2 = 99$$

$$p = 6n+k = 101 - \text{простое} \quad 6n+k = 101$$

$$q = 97 - \text{простое} \quad 6n = 101 - k, k = 17, n = 14$$

но 97 нельзя получить, т.к. все числа $\geq$ числу 6 являются множителями, т.е.:

$$14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 99 \Rightarrow t = -2 \text{ не год.$$

если $t = -3$

$$6n+k-3 = 66$$

$$6n+k = 69 \text{ не простое} \Rightarrow \text{только } M: 30, 31, 32, \dots, 36 \text{ год.}$$

Ответ: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

$$20 \text{ MW} = M_x \cdot M_y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 4 продолжение

$$MR^2 = 10 \Rightarrow MR = \sqrt{10}$$

$\Downarrow$
в $\Delta I, MR$:

$$I, R^2 = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \sqrt{\frac{79}{9}}, \text{ а } I, R \text{ имеет радиус } w, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R w = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

В решении задачи я использовала фактом о том, что в подобной треугольникам отношение коэф. подобия совпадает с отношением всех соответствующих сторон, это выводит и подобия треугольников, которые содержат эти отрезки

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

преобразуем $5 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$, преобразував $\sin^2 \frac{3\pi}{14}$ как синус двойного угла: $5 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} = 5 - 12 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 16 \sin^4 \frac{\pi}{14}$, где $\alpha = \frac{\pi}{14}$

преобразуем $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{14}$, преобразував $\cos \frac{\pi}{7}$ как косинус двойного угла: (где $\alpha = \frac{\pi}{14}$)

$4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin^2 \alpha = 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin^2 \alpha$
теперь возьмем второе выражение из первого уравнения суммируем:

$$\begin{aligned} 5 - 12 \sin^2 \alpha + 16 \sin^4 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin^2 \alpha &= 0 \\ 4 \sin^2 \alpha + 8 \sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$5 - 12 \sin^2 \alpha + 16 \sin^4 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin^2 \alpha = 0$$

$$16 \sin^4 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin^2 \alpha + 1 = 0$$

заменим $\sin^2 \alpha = t, t \in [-1; 1]$

$$16 t^2 + 8 t^2 - 7 t + 1 = 0$$

$t = -1$ одн. корень: $-16 + 8 + 7 + 1 = 0$

$$\begin{array}{r} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \quad | t+1 \\ 16t^2 + 16t^2 \\ \hline -8t^2 - 7t \\ -8t^2 - 8t \\ \hline t+1 \end{array} \Rightarrow \text{наше выражение раскладывается в } (t+1)(16t^2 - 8t + 1) =$$

$$(t+1)(4t-1)^2 = 0$$

$\Rightarrow$ наше выражение ≥ 0 при всех $t \geq 1$

$\Rightarrow$ и для $\sin^2 \frac{\pi}{14}$ наше выражение > 0 , т.к. $4 \sin^2 \frac{\pi}{14} \neq 1 \Rightarrow$ левое выражение

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$4 \sin^2 \frac{\pi}{14} \neq 1 \Rightarrow \text{левое выражение}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6

Еще подумаем на рассуждение, что пирамиды это n точек, лежащие в 1-ой плоскости и 1 точка лежащая вне этой плоскости (естественно, если это пирамида, то они соединены, но нам это неважно), получаем, пирамиды, у которых плоскость основания L :

пирамиды у которых ~~ст.~~ Δ являются:

треугол.: способ выбрать 3 точки из 5 (ни одна не будет) $\bullet$ кол-во точек не в L : $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 5 = 220 \cdot 5$

четырёхгр.: так же, но выберем 4 точки: $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 5 = 55 \cdot 45$

пятигр.: так же, но 5: $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 5 = 55 \cdot 72$

шестигр.: так же, но 6: $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 = 14 \cdot 322 \cdot 5$

семигр.: 1 способ выбер. ост. и по формуле (для n -угольника) = кол-во спос.

треугол.: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 35 \cdot 5$ спос. выбрать и верш. из 7. $\bullet$ 5 т.к. все 5 вершин из др. плоскости

четырёхгр.: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 35 \cdot 5$ спос.

пятигр.: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 105$ спос

шестигр.: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 35$ спос

семигр.: $7! \cdot 5 = 5$ спос. $\Rightarrow$ такая пирамида:

$$350 + 105 + 35 = 490$$

Посчитаем пирамиды, основания которых лежат не в L :
из условия видно, что ост. только призма, и еще $5 \cdot 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ (треугольники не могут быть выпуклыми $\Rightarrow$ считаем все)
способы из 5 вершин выбрать 3: $(2-3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 9 = 90$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

еще считая ^{~ 6 (продолжение)} пирамидами, что все пирамиды
основание которых в Δ ~~являются~~ являются вышуканным,
они ~~явл.~~ вышуканным, т.к. их основания - вышуканные
многоугольники $\Rightarrow$ вышуканные.

еще мы не посчитали пирамиды у которых основа-
ние 2-точечный Δ и не Δ , а вершина не Δ :

$\Rightarrow$ всего пирамид: $90 + 490 = 580$ штук

Ответ: 580

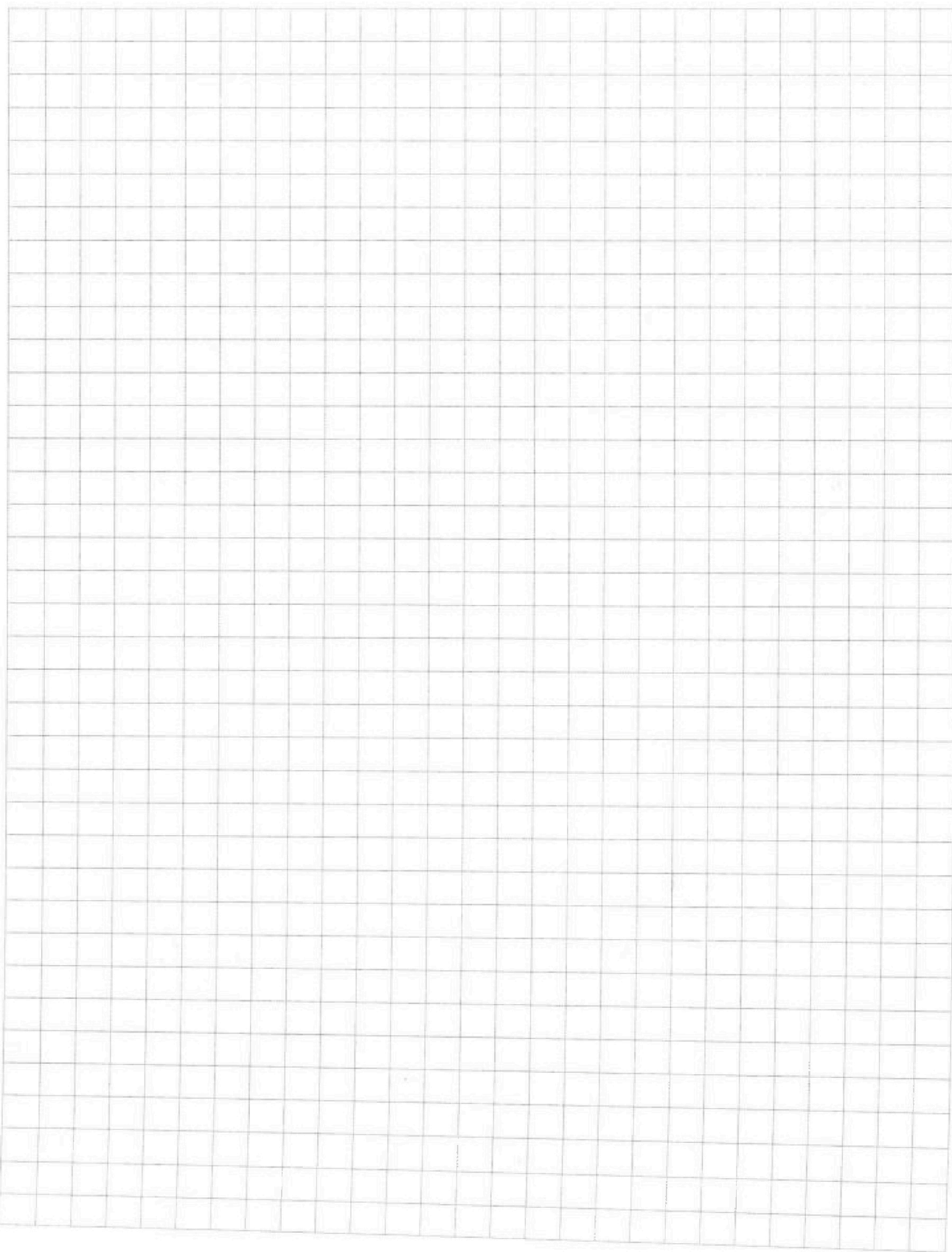


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите **номер страницы** и **суммарное количество страниц** в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

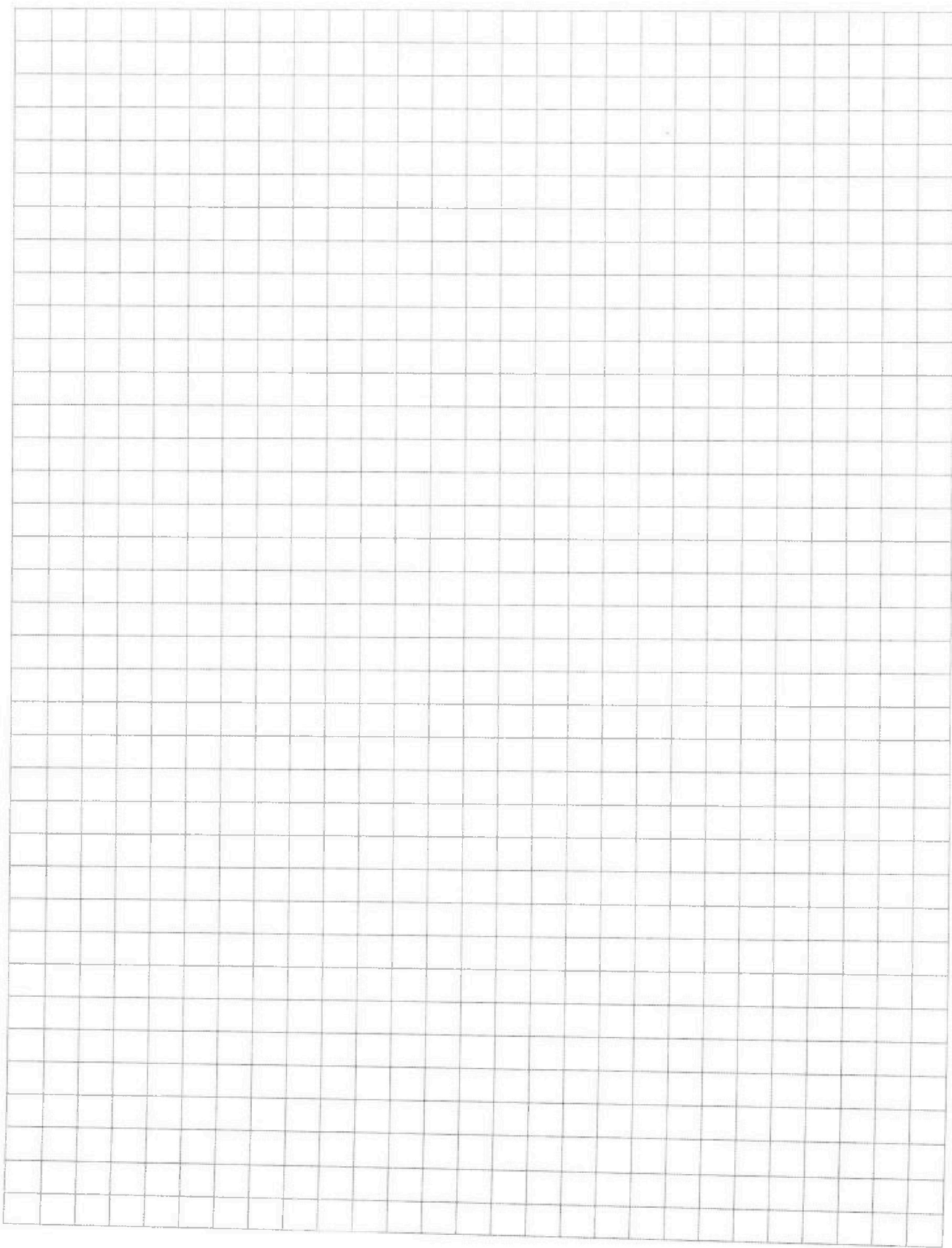
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается **черновиком** и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





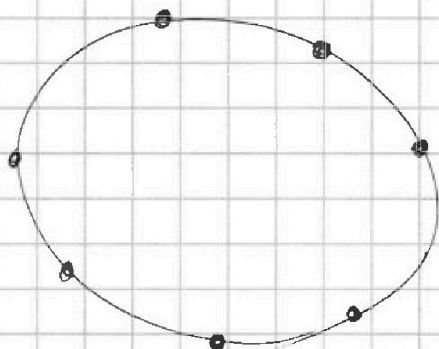
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 6



семь точек вне L и известно, что среди этих точек - 6 вершин Δ и одна точка вне L

$$\sin \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2} - \frac{4}{8} = 1$$

для $\sin \frac{\pi}{12}$:

$$2t \cdot \sqrt{1-t^2} = \frac{1}{2}$$

$$4t^2 - 4t^6 = \frac{1}{4}$$

$$16t^2 - 16t^6 = 1$$

$$\sin 3\alpha = \sin^2 \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha =$$

$$= 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha =$$

$$= 3 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha =$$

$$= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$t = \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} > \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} =$$

$$2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1}{2}$$

$$5 - 4 \sin^3 \alpha = 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha$$

$$4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = t$$

$$5 - 12t + 16t^3 - 4 + 8t^2 - 5t$$

$$16t^3 + 8t^2 - 12t - 5t + 1 = 0$$

$$16t^2 + 16t - 17$$

$$t = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 68 \cdot 48}}{96}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1}{2}$$

$$4t^2 - 4t^4 = \frac{1}{4}$$

$$t^2 = b$$

$$16b - 16b^2 = 1$$

$$16b^2 - 16b + 1 = 0$$

$$b = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 64}}{32} = \frac{16 \pm 8\sqrt{3}}{32} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{4}$$

$$\sin = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln \frac{16 \cdot 24}{64} = \ln 6$$

$$\begin{array}{r} -32761 \\ 2012 \\ \hline 30749 \\ 503 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ 28 \\ \times 179 \\ \hline 1611 \\ 1253 \\ 179 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ 177 \\ \times 177 \\ \hline 1239 \\ 1239 \\ 177 \\ \hline 31329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 22 \\ 173 \\ \times 173 \\ \hline 519 \\ 1211 \\ 173 \\ \hline 29929 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ -64 \\ \hline 192 \\ 116 \\ \hline 102 \\ 136 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \\ 114 \\ \hline 1444 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 38 \\ \times 38 \\ \hline 304 \\ 114 \\ \hline 1444 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

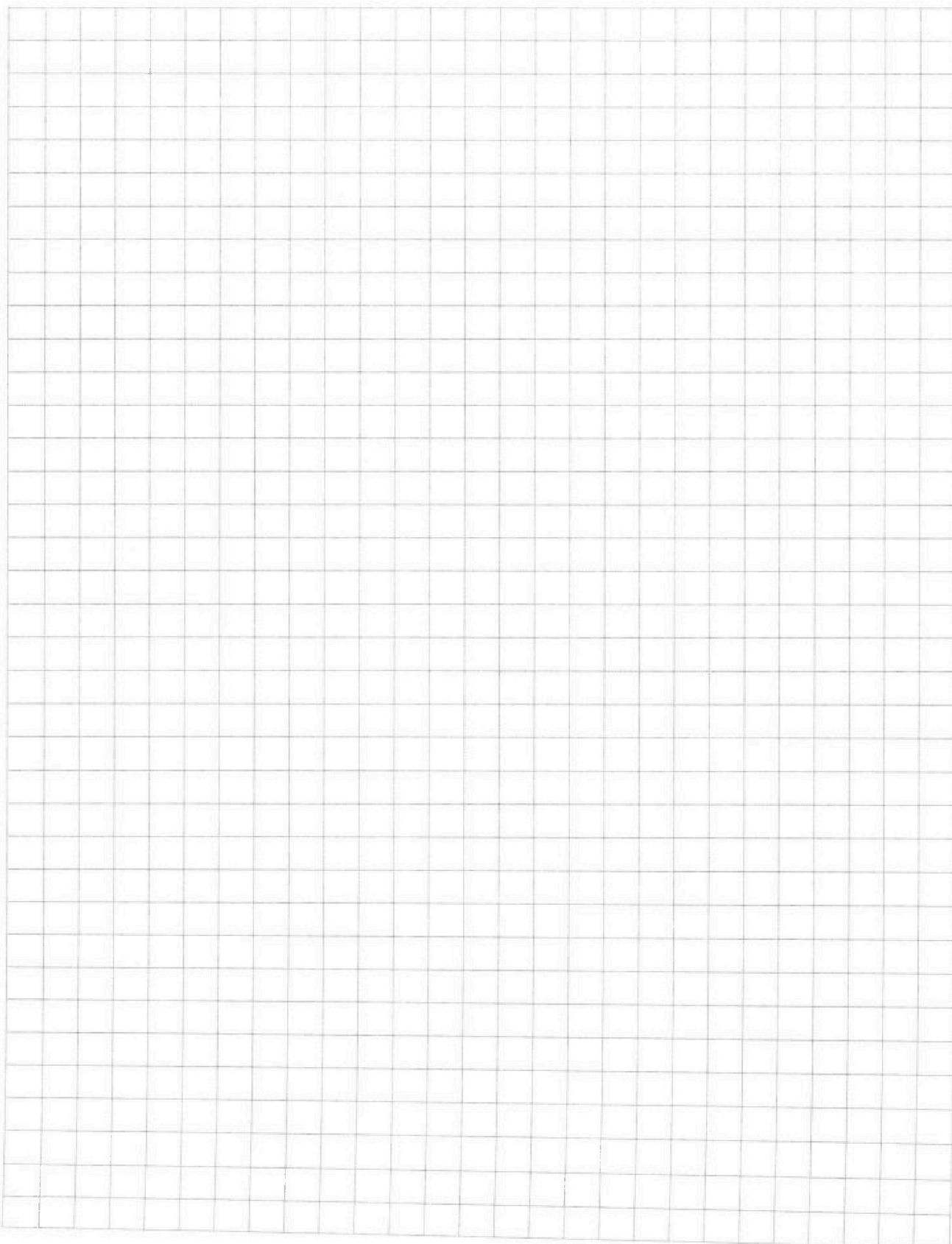
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



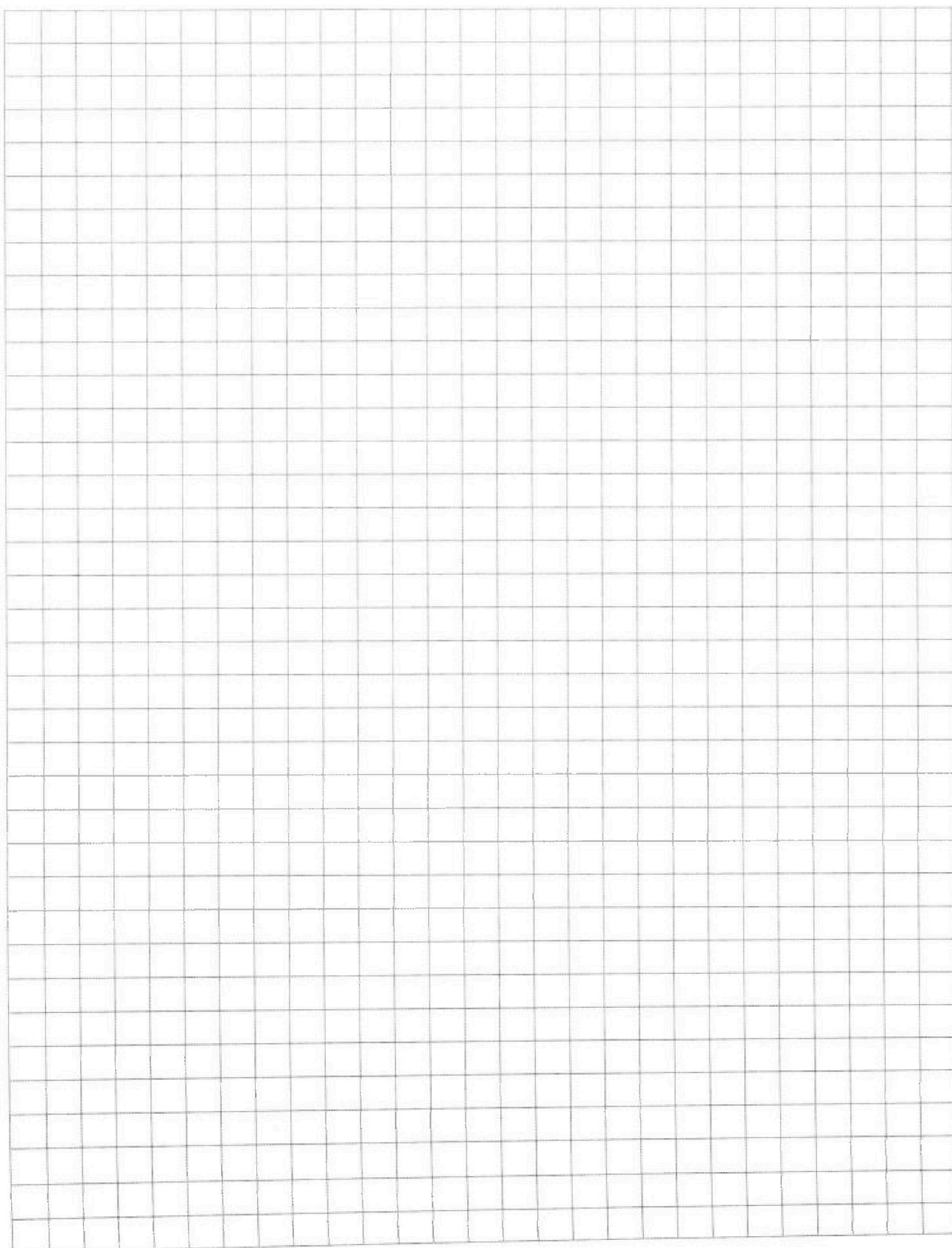


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}143 + 143 + 2 \dots 143 + 2(n-1) &= \\&= 143 \cdot n + 2(1 + \dots (n-1)) = \\&= 143n + (n-1)(n) = 180(n-2) \\143n + n^2 - n &= 180n - 360\end{aligned}$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\begin{aligned}n &= \frac{38 \pm \sqrt{38^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{38 \pm \sqrt{1444 - 1440}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \\&= \frac{38+2}{2} = 20 \\&= \frac{38-2}{2} = 18\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}38 \\- 38 \\ \hline 304 \\114 \\ \hline 1444\end{array}$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 2^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^z \cdot 3 = 3 \cdot 2$$

$$4x + 3y + z = 1$$

$$z = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$x = -5$$

$$y = 6$$

$$x = -2$$

$$y = 2$$

$$x = 1$$

$$y = 2$$

$$x = 4$$

$$y = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P = 6n + K \text{ кер.}$$

$$P = 6n + K + U$$

$$\begin{array}{l} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

$$U - \text{рем.}$$

$$K \ 0 \dots 5 = 15$$

$$K = 2 \dots 7 = 27$$

$$-U(12n + 2K + U) = 2^3 \cdot 99$$

$$-2t(12n + 2K + 2t) = 2^3 \cdot 99$$

$$-t(6n + K + t) = 2 \cdot 99$$

$$t = 0, -1, -2, -3$$

$$6n + K - 1 = 198$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 13} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 17} \end{array}$$

— 2 m — 600



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = 6n + K$$

4.198

$$q = 6n + K + U$$

~~$$n + n + 1 \cdot 2 \cdot n + \dots$$~~

12

13

14

15

16

18

$$197 \overline{) 7}$$

$$197 \overline{) 13}$$

$$197 \overline{) 18}$$

$$\begin{aligned} Mx \cdot My &= MP^2 \\ MZ \cdot MW &= MP^2 \end{aligned}$$

$$\frac{Mx}{My} = \frac{MP^2}{MW}$$

$$MP^2 = Mx \cdot My$$

$$MP^2 = MZ \cdot MW$$

$$4MP^2 = Mx \cdot My$$

$$MP^2 = MZ \cdot MW$$

$$Mx \cdot My = 4MZ \cdot MW$$

$$Mx \cdot My^2 = 20MW$$

$$Mx \cdot My = 20 \frac{MW}{My} = 10$$

~~$$Mx = My$$~~

$$\sqrt{169 - 60} = \sqrt{109}$$

$$\sqrt{10}$$

$$Mx \cdot My$$

$$Mx \cdot My = 20 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} Mx \cdot My \cdot 4 &= MZ \cdot MW \cdot 4 \\ Mx \cdot My^2 &= 5 \cdot MW \cdot 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Mx \cdot My &= MP^2 \\ MZ \cdot MW &= MP^2 \end{aligned}$$

$$\frac{13}{6} \cdot 2 = \frac{13}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MR^2 = Mx \cdot My$$
$$MP^2 = Mz \cdot MW$$

$$Mx - My = 4 \cdot Mz \cdot MW$$

$$Mx - My^2 = 20MW$$

$$Mx - My = 20 \frac{MW}{My} = 10$$

$$I_1 I_2 = x + 2x = \frac{13}{2}$$

$$x = \frac{13}{6}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{13}{3}$$

$$\sqrt{\frac{169 \cdot 80}{9}} = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

$$(4t-1)^2 (t+1)$$

$$-8t^2 - 7t$$

$$\frac{16t^3 + 8t^2 - 7t + 1}{16t^2 + 16t} \cdot \frac{t+1}{16t^2 - 8t^2 + 1}$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$
$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3 разные разности

n
 $n+1$
 $n+2$
 $n+3$
 $n+4$
 $n+5$
 $n+6$

$6n+k$ - простое

k и m - это разл. км
число от 1 до 6
числа

$6n+m$ - простое

$$(6n+k)^2 - (6n+m)^2 = 792$$

$$36n^2 + 12nk + k^2 - 36n^2 - 12mn - m^2 = 792$$

$$12nk + k^2 - 12mn - m^2 = 792$$

$$12n(k-m) + (k-m)(k+m) = 792$$

$$(k-m)(12n+k+m) = 792$$

целое,
четное целое,
четное

$$\begin{array}{r} 792 \div 4 = 198 \\ 198 \div 2 = 99 \\ 99 \div 3 = 33 \\ 33 \div 3 = 11 \end{array}$$

$$792 = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

первый набор: 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
второй: 14, ..., 19

$$13+14+16+17+18+19=97$$

$$(k-m)(12n+k+m) = 792 = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$t(12n+2k+t) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

t - четное

$$2v(12n+2k+2v) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$4v(6n+k+v) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$v(6n+k+v) = 2 \cdot 11 \cdot 9$$

неч.

$$v=2$$

$$6n+k+2=99$$

$$6n+k=97$$

$$k - \min 15$$

$$k - \max 21$$

$$6n=97-k$$

$$97-k=78$$

$$k=19$$

$$n=13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \checkmark 0$$

~~$$5 \cos \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{\pi}{4} - 4 \cos \frac{\pi}{7}$$~~

 ~~$\ln 16$~~


$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

~~$$x^2 + y^2 + z^2$$~~

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6 \quad \ln 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$8^{x+y+z} \cdot 2^x \cdot 3^z = 6$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$2 \ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 + \ln 2 = 1$$

$$4x + 3y = 2$$

$$\ln \frac{256 \cdot 24}{64} = \ln 6$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$y = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow \min = 9$$

$$z = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

143°
145°
147°
...
179°

n-угольник $\Rightarrow$ сумма углов $(n-2)180^\circ$

сумма углов дел. на 180:

$$143 + 143 + 2 \dots + 143 + 2 \cdot n = 180k$$

143
141
139
...

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180k$$

n - четное

$$\begin{array}{r} 145 \overline{) 5} \\ 10 \overline{) 29} \\ 4 \end{array}$$

$$n \cdot 143 + 2n - 2 = 180k \quad 145 = 29 \cdot 5$$

$$145n = 180k + 2$$

145n дает дел. на 5, 2 не дел. на 180
145n оканчив. на 5, 180k+2 оканчив. на 2
n-угольник

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180k$$

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180(n-2)$$

$$145n - 2 = 180n - 360$$

$$358 = 35n \quad n \text{ не имеет реш.}$$

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180(n-2)$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 39 \\ \times 8 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$362 \overline{) 39}$$

$$141n + 2 = 180n - 360$$

$$362 = 39n \quad \text{нет реш?}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

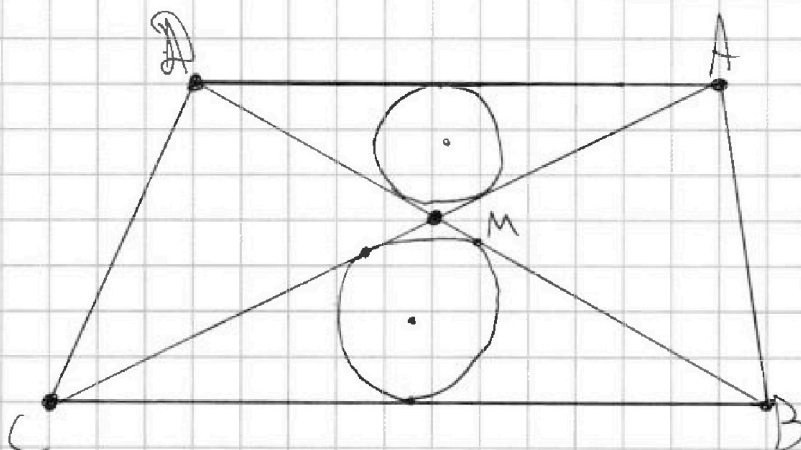
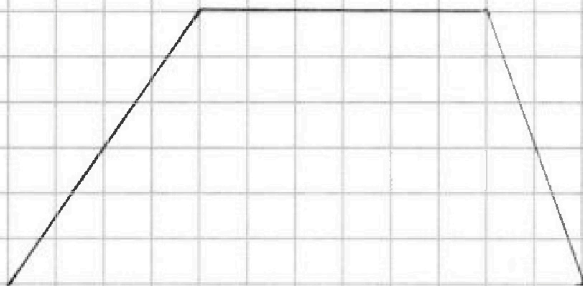
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



7-6-5

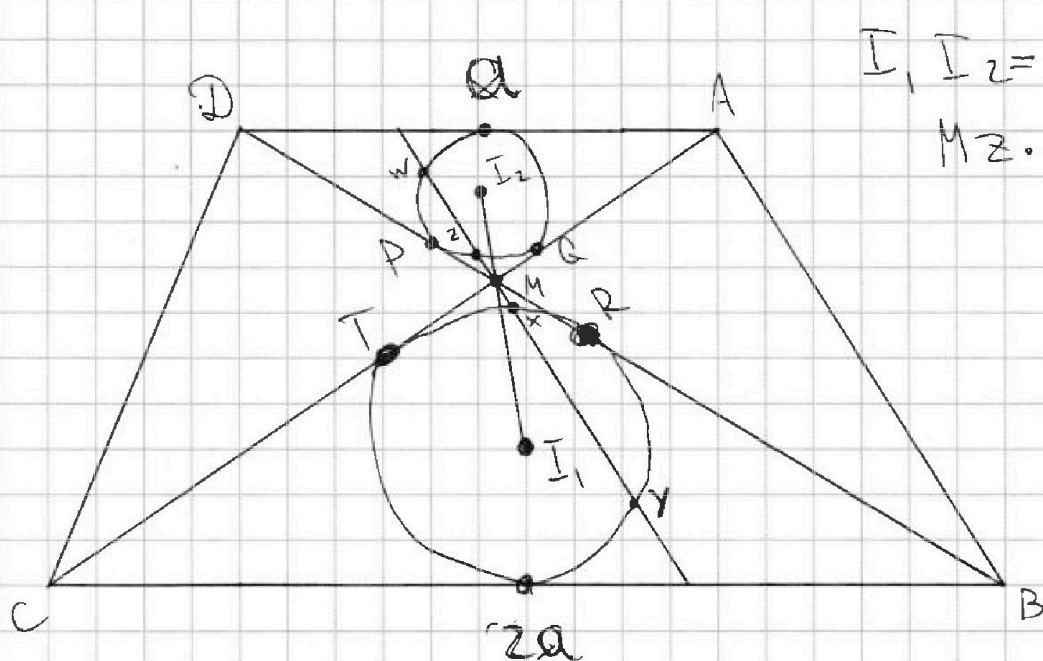


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1, I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$MZ \cdot MW = MQ^2 \quad \frac{MQ}{MR} = \frac{1}{2}$$

$$MX \cdot MY = MR^2$$

$$\frac{MZ \cdot MW}{MX \cdot MY} = \frac{1}{4}$$

$$MZ \cdot MW \cdot MX \cdot MY = \frac{1}{4} MR^4$$

$$5 MW \cdot MX = \frac{1}{4} MR^4$$