



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1) Обозначим $a \rightarrow$ арифмет. прогр., тогда $a_1 = 143$, $d = 2$ и $n \rightarrow$ число верш.
тогда $a_n = a_1 + d(n-1) = a_1 + 2(n-1)$, и отметим, что сумму углов выпуклого
многоугольника можно вычислить из формулы $S_n = 180n - 360$, где $S_n \rightarrow$ сумма
всех углов (при всех вершинах) и в то же время $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
как сумма n членов арифм. прогрессии $\Rightarrow$

$$S_n = 180n - 360, S_n = \frac{2a_1 + 2(n-1)}{2} \cdot n = (a_1 + n - 1)n = (143 + n - 1)n$$

$$\Rightarrow 180n - 360 = 142n + n^2$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (19)^2 - 360 = 361 - 360 = 1$$

$$\Rightarrow n_1 = 19 - 1 = 18, n_2 = 19 + 1 = 20 \Rightarrow \max(n) = 20$$

Проверим, может ли такое быть, $a_{20} = 143 + 2 \cdot 19 = 143 + 38 = 181$, отметим,
что для выпуклого многоугольника меньше 180 $\Rightarrow$ 20 не подходит.
значит $n = 18$, проверим

$$a_{18} = 143 + 2 \cdot 17 = 143 + 34 = 177 \Rightarrow a_{18} < 180 \Rightarrow \text{все выполняется} \Rightarrow$$

$n = 18$

Ответ: $n = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2) \quad x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6 \quad x, y, z \in \mathbb{Z}, \min(x^2 + y^2 + z^2) = ?$$

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln(2^3 \cdot 3) = \ln(2 \cdot 3)$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z(3 \ln 2 + \ln 3) = \ln 2 + \ln 3$$

$$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + \underbrace{z \cdot 3 \ln 2} + \underbrace{z \cdot \ln 3} = \ln 2 + \ln 3$$

отметим, что из $x, y, z \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ т.к. справа есть $z \cdot \ln 3$, а

с левой $\ln 3$ при отсутствии других множителей, содержащих $\ln 3$ равен вывод, что $z = 1$, принимая это получаем

$$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + 3 \ln 2 + \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$\rightarrow$ диофантово уравнение

Отметим, что $\text{НОД}(4; 3) = 1$ ~~$3y = -2 - 4x$~~ , $y = \frac{-2-4x}{3}$ а $-2; 1 \Rightarrow y$ уравнен. есть решение, найдем их

$$3y = -2 - 4x, y = \frac{-2-4x}{3}, \text{ т.к. } y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{-2-4x}{3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow -2-4x = -3t, x = -2+3t$$

$$\text{где } t \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = \frac{-2-4(-2+3t)}{3} = \frac{6-12t}{3} = 2-4t, \text{ теперь нужно найти}$$

комбинацию x и y , сумма квадратов которой минимальна. ~~минимум~~

$$\min(|y|) = 2 \quad \min(|x|) = 1, \text{ и это выполняется при } t = 1 \quad x = -2+3 = 1, \\ y = 2-4 = -2 \Rightarrow \min(x^2) = 1, \min(y^2) = 4, \quad z^2 = 1 \Rightarrow \\ \min(x^2 + y^2 + z^2) = 1 + 4 + 1 = 6$$

Ответ: $\min(x^2 + y^2 + z^2) = 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3) Пусть $M = \{n_1, n_2, n_3, \dots, n_k\}$, где $n_i \in \mathbb{N}$ и последовательна.

$p^2 - q^2 = 492 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$, $(p^2 - q^2) = (p - q)(p + q)$ ответим, что $p - q$ может принимать значения от 1 до 6, рассмотрим случаи

№1) $p - q = 6$, тогда $p - q = n_k - n_1 = 6$, тогда $p + q = n_1 + 2(n_2 + \dots + n_k) + n_k$

или же $n_1 + 2(\frac{n_1 + 1 + n_1 + 5}{2} \cdot 5) + n_1 + 6 \rightarrow p + q = 12n_1 + 36$, в то же время

$$p + q = 2^3 \cdot 3 \cdot 11 \Rightarrow 12n_1 + 36 = 12 \cdot 11$$

$n_1 + 3 = 11 \rightarrow n_1 = 8$, проверим, будет ли q простое

$q = \frac{n_1 + n_1 + 5}{2} \cdot 6 = 3(16 + 5) = 3 \cdot 21 \rightarrow$ не простое $\rightarrow$ этот случай не подходит.

№2) $p - q = 5$, но этот случай не подходит, т.к. $492 \not\equiv 5$

№3) $p - q = 4$, тогда $p + q = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$ тогда $p + q = 2(n_1 + \dots + n_k) + n_k + n_1$

$$2n_1 + 8 + 2(\cancel{n_1 + 1} + 5n_1 + 1 + 3 + 4 + 5) = 2n_1 + 8 + 2(5n_1 + 13) = 2n_1 + 8 + 10n_1 + 26$$

$$12n_1 + 34 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$6n_1 + 17 = 99, 6n_1 = 82, 3n_1 = 41 \rightarrow n_1 \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{не подходит это разложение}$$

тогда $p + q = 2n_1 + 8 + 2(5n_1 + 15)$, если не повтор n_1 и n_2 в p и q

$$12n_1 + 38 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11, 12n_1 + 38 = 3 \cdot 11, 2n_1 = 24 \Rightarrow \text{не подходит разл.}$$

~~также это $p + q$ всегда присутствует $12n_1$, значит, что~~

$p + q = 2n_1 + 8 + 2(5n_1 + 13) = 12n_1 + 38 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \rightarrow$ видно, что $n_1 \rightarrow$ не натуральное не подходит.

№4) $(p - q) = 3$, тогда $(p + q) = 2^3 \cdot 3 \cdot 11$ ответим, что, чтобы иметь

выделить n_1 и оно получилось натурал. требуется, чтобы $\neq 12n_1$ и тогда, который получается от сложения делился на 42, как и $\frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 11}{p - q} \Rightarrow$

нам подходит вариант только когда в p и q не совпадают n_k и n_1 , n_1 и n_1 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

проверим $p+q = 12n_1 + 24$ для 1 случая, тогда $12n_1 + 24 = 2 \cdot 12 \cdot 11$

$n_1 + 2 = 22 \rightarrow n_1 = 20$, проверим p и q , тогда $p = 20 + 21 + 22 + 24 + 25 + 26$

$= 63 + 75 = 138 \rightarrow$ не подходит, p не простое, тогда 2 случай, для него

$p+q = 12n_1 + 36 = 2 \cdot 12 \cdot 11$, $n_1 + 3 = 22$, $n_1 = 19$, проверим q и p

$p = 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25 = 135 \rightarrow$ не простое, значит не подходит.

н5) $p-q=2$, тогда $p+q = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$, отметим, что в этом случае из замечания прошлого пункта, что все делится на 12 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ удовлетворяется. нас случаев не будет. тогда

н6) $(p-q)=1$, $p+q = 2^3 \cdot 2^2 \cdot 11$ тогда воспользуемся с замечанием о делении на 12 получим, что проверять нужно 2 варианта, где n_1 и n_2 не повторяются n_3 и n_2 не повторяются для 1 случая

$12n_1 + 24 = 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 11$, $n_1 + 2 = 66$, $n_1 = 64$, проверим p и q ,

$p = 64 + 65 + 66 + 67 + 69 + 70 = 195 + 207 = 402 \rightarrow$ не подходит, p не простое
тогда для 2го варианта осталось $12n_1 + 36 = 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 11$

$n_1 + 3 = 66$, $n_1 = 63$, тогда

$p = 63 + 64 + 65 + 66 + 67 + 68 + 69 + 70 = 335 + 63 = 398 \rightarrow$ не подходит $\rightarrow$

такого множества M нет $\Rightarrow$ Ответ: $M = \emptyset$, все удовлетвор. чисел.

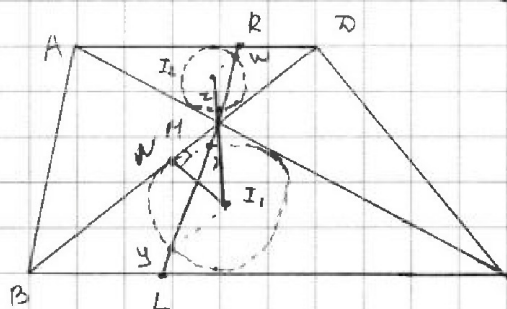


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2} \quad MZ \cdot MY = 5$$

Решение: $\Delta AMD \sim \Delta BMC$ по
знакам $\Rightarrow 2MR = ML, 2R_1 = 2R_2$, $r_1 \rightarrow$
радиус ω_1 и $r_2 \rightarrow$ радиус $\omega_2 \Rightarrow$
 $2MI_1 = MI_2$, $MI_1 + MI_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow$

$$3MI_1 = \frac{13}{2} \Rightarrow MI_1 = \frac{13}{6}, MI_2 = \frac{13}{3}$$

$\hookrightarrow$ из подобия получим

$$MI_2 \cdot MZ \cdot MY = 5 \Leftrightarrow \frac{MX}{2} \cdot MY = 5 \rightarrow MX \cdot MY = 10 \Rightarrow MN = \sqrt{10} \text{ и } 3$$

теор о секущей и касательной $\Rightarrow$ по теор о секущей и касательной $\Rightarrow$

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}, 2MI_2 = MI_1 \Rightarrow \text{решив систему получим } MI_2 = \frac{13}{6}, MI_1 = \frac{13}{3}$$

$$\Rightarrow \text{по т. Пифагора } r_1^2 = MI_1^2 - MN^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9} \Rightarrow$$

$$r_1 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

$$\text{Ответ: } r_1 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/6) Отметим, что если пирамида не 3-угол, а более угловый,

то плоскость основания совпадает с плоск. $\alpha \Rightarrow$ Кол-во треуго-
 четырехугольн. пир = $C_4^4 \cdot 5$, пятиугол: $C_4^5 \cdot 5$, шестигон: $C_4^6 \cdot 5$,
 семиугол $C_4^7 \cdot 5$, теперь разберёмся с треугольн. пирамидами, если
 3 точки для плоскости основания лежат в α , то кол-во таких пирамид
 $C_4^3 \cdot 5$, если 2 точки лежат в α , то $C_4^2 \cdot C_5^2$, т.к эти 2 точки не могут
 лежать в 1 плоскости (иначе совпадёт с α , что противоречит тому,
 что только 3 точки в α), если 1 точка в α , то $C_4^1 \cdot C_5^3$, и если
 ни одна точка не лежит в α , то таких пирамид C_4^4 , отметим, что
 такие пирамиды существ. т.к если бы эти 4 точки лежали
 бы в оди. плоскости, то совпало бы с α плоскость, но это противор.
 предположению.

$$\text{Общая сумма} = C_4^4 \cdot 5 + C_4^5 \cdot 5 + C_4^6 \cdot 5 + 5 + C_4^3 \cdot 5 + C_4^2 \cdot C_5^2 +$$

$$C_4^1 \cdot C_5^3 + C_4^0 \cdot C_5^4 = \frac{4!}{4! \cdot 3!} \cdot 5 + \frac{4!}{2! \cdot 5!} \cdot 5 + \frac{4!}{6! \cdot 4!} \cdot 5 + 5 + \frac{4!}{4! \cdot 3!} \cdot 5 + \frac{4!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} +$$

$$+ \frac{4!}{6! \cdot 1!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{1! \cdot 4!} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot 5 + \frac{4 \cdot 6}{2} \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 + 4 \cdot 5 \cdot 5 +$$

$$4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 4 \cdot 5 \cdot 2 + 5 = 5(35 + 21 + 4 + 1 + 35 + 2 + 14 + 1) + 4 \cdot 3 =$$

$$5 \cdot 116 + 21 = 580 + 21 = 601$$

Ответ: Всего существует 601 пирамида.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

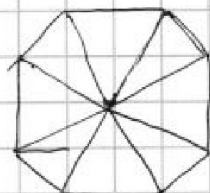


1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1



$$4\alpha = 360 \quad \alpha = 90 \rightarrow \text{ост } 90 \rightarrow$$

$$90 \cdot 4 = 360$$

$$\left(180 - \frac{360}{n}\right)h = 180h - 360$$

$$360 + 180 - 360$$

$$a_1 = 143$$

$$360 + 360 - 360 \rightarrow 0$$

$$a_n = 143 + 2(n-1)$$

$$180h - 360 = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$180h - 360 = \frac{286 + 2(n-1)}{2} \cdot n$$

2n

$$\frac{2\pi}{14} - \frac{2\pi}{14}$$

$$180h - 360 = (143 + n - 1)n$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{14}\right)$$

$$180h - 360 = 142n + n^2$$

$$5 - 4\left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{14} + \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{4}\right)$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_4 = 361 - 360 = 1$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 141 \\ + 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$n = 19 \pm 1$$

ошибка
 ↓
 вычисления.

$$n_1 = 18$$

$$n_2 = 20$$

→ ~~минимальное~~

~~максимальное~~ $n = 20$, проверка по формуле.

$$a_{20} = 143 + 2 \cdot 19 = 143 + 38 = 181 \rightarrow \text{выходим, это такое}$$

возможно. $1 \rightarrow \text{OK}$

$$4x + 3y = -2$$

$$\text{НОД}(4; 3) = 1$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$+2; 1 \rightarrow \text{остаток}$$

$$\rightarrow \text{тик } -2 - 4x : 2 \rightarrow 3y = 2k$$

$$k = 3t \rightarrow 3y = 6t \quad y = 2t \quad 4x = -2 - 6t$$

$$x = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}t$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \vee 4 (\sin \frac{3\pi}{14} + \sin (\frac{3\pi}{14} + \frac{2\pi}{14}))$$

$$5 (\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{14}) \vee 4 (2 \sin \frac{3\pi}{14} + \sin (\frac{5\pi}{14}))$$

$$5 (2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14}) \vee 4 (2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14})$$

$$5 \sin \frac{8\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} \vee 4 \sin \frac{8\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{2\pi}{7} (5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{14}) \vee 0$$

$$C_5^1 = \frac{5!}{4!} = 5$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{14} \vee 0$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$$

$$5 (\cos \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{2}) - 4 \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5 \sin \frac{2\pi}{7} - 4 \sin \frac{3\pi}{7}$$

$$\cos \frac{\pi}{14} (5 \cos \frac{\pi}{2} - 4) + 5 \sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2} - 4 \vee 0$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} \vee 4 \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5\sqrt{3} - 8 \vee 0$$

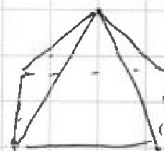
$$5 - 4 \cos \frac{2\pi}{7}$$



$$5 - 8 \cos^2 \frac{\pi}{7} + 4$$

$$9 - 8 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 4 \cos \frac{\pi}{7}$$

$$-5 \sin \frac{\pi}{14}$$



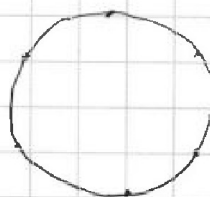
$$20 + 10$$

$$80 + 15 + 21 =$$

$$101 + 15 = 116$$

$$9 - 4 | 2 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 1 | \cos \frac{\pi}{7}$$

$$9 - 4 \cos \frac{2\pi}{7} \quad 9 - 4 (2 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 1) \cos \frac{\pi}{7}$$



N6

$C_7^4 \cdot 5 \rightarrow$ четырехугольники.

$C_7^5 \cdot 5 \rightarrow$ пятиугольники.

$C_7^6 \cdot 5 \rightarrow$ шестиугольники.

$C_7^3 \cdot 5 + C_7^2 \cdot 5 \cdot 4 + C_7^1 \cdot 5^3 \rightarrow OK$

$C_7^4 \cdot 5 \rightarrow$ четырехугольники.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n5) \quad 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{2} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 4(1 \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{14})$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 4(\sin \frac{5\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14})$$

$$\cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{4\pi}{14} = \cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 4(2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14})$$

$$2 \cos \frac{3\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 8 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{\pi}{7}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 8 \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$\sin \frac{\pi}{2} = 2 \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5(1 + 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{7}) \quad \vee \quad 16 \sin^2 \frac{\pi}{7} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{7})$$

$$\cos \frac{\pi}{2} = 2 \sin^2 \frac{\pi}{7} - 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{7}$$

$$10(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{7}) \quad \vee \quad 16 \sin^2 \frac{\pi}{7} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{7})$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) = 32 \cdot \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14} \cdot \cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) = 32 \cdot \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14} (1 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^4 \frac{\pi}{14})$$

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 8 \cos \frac{2\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 8 \cos \frac{3\pi}{14} \sin \frac{6\pi}{14} = \frac{3\pi}{2}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{14})$$

$$\frac{4\pi}{14} - \frac{2\pi}{14} = \frac{5\pi}{14}$$

$$5(2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14}) \quad \vee \quad 4(2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{2})$$

$$5 \cos \frac{\pi}{14} - 4 + 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{\pi}{2}$$

$$5(\cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{14} + \sin \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{14})$$

$$\sin \frac{2\pi}{7} (5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{2}) \quad \vee \quad 0$$

$$\cos \frac{\pi}{2} (5 \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{2}) + \sin \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{2} \quad \vee \quad 0 \quad 5(\cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{14}) - 4 \cos \frac{\pi}{2})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x + 3y = -2$$

45.3

$$3y = -2 - 4x$$

$$y = \frac{-2 - 4x - 3x}{3}$$

$$3y = -2 + 8 - 12t = 6 - 12t \rightarrow y = 2 - 4t$$

$$y = \frac{-2 - x - 3x}{3} \rightarrow -2 - x = 3t \quad x = -2 + 3t, t \in \mathbb{Z}$$

N3) $M = \{n_1, n_2, \dots, n_k\}$, $n_i \in \mathbb{N}$ выбираем какое-то n_i ,
 $\uparrow$ последовательности

таких, что $\sum n_i = p$, и другая $= q$ $M = ?$
 также

$$p^2 - q^2 = 292 \quad (p - q)(p + q) = 292 \quad \text{192 или 292?} \quad \text{даже}$$

$$292 = 2 \cdot 396 = 4 \cdot 198 = 8 \cdot 99 = 8 \cdot 3 \cdot 33 = 24 \cdot 33$$

$$(p - q)(p + q) = 292$$

$$2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$\text{отметим, что } p_{\max} - q_{\min} = n_k - n_1 \rightarrow 6 \quad 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7$$

$$(p - q) \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$p + q \rightarrow 198 \text{ уже много вариантов}$$

$$n_1 + 2(n_2 + \dots + n_6) + n_7 \approx \text{если } p - q = 6, \text{ то}$$

$$p + q = 2^2 \cdot 3 \cdot 11 = 4 \cdot 33 = 132$$

$$n_1 + 2(\frac{n_1 + 1 + n_1 + 5}{2} \cdot 5) + n_1 + 6$$

1 p и $q \rightarrow$ простое $\rightarrow$ это надо
 как-то использовать хитро

$$2n_1 + 6 + 2((n_1 + 3) \cdot 5)$$

$$2 \cdot \frac{n_1 + n_6}{2} \cdot 6$$

$$2n_1 + 6 + 2(5n_1 + 15)$$

$$2n_1 + 6 + 10n_1 + 30$$

$\approx$

$$= 3(8 + 13) = 3 \cdot 21$$

$$12n_1 + 36 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

2004

$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_6 \quad 3n_1 + 9 = 3 \cdot 11$$

$$6n_1 + (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + x_6$$

$$6n_1 + (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + x_6$$

$$n_1 + 3 = 11 \rightarrow n_1 = 8, n_2 = 13$$

самое простое $\rightarrow$ простое
 все проверить



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h_2 - h_3 \vee h_6 - h_2 \vee h_5 - h_1$$

$$2(5h_1 + 2 + 3 + 4 + 6) = 2(5h_1 + 15)$$

$$h_2 - h_4 \vee \cancel{h_2 - h_3} \vee \cancel{h_5 - h_4} \vee h_4 - h_1$$

$$2(5h_1 + 12) \quad \text{or} \quad 21$$

$$\cancel{h_2 - h_5} \vee \cancel{h_6 - h_4} \vee \cancel{h_5 - h_3} \vee \cancel{h_4 - h_2} \vee \cancel{h_3 - h_1}$$

$$\cancel{h_2 - h_6} \vee h_6 - h_5 \vee \cancel{h_5 - h_4} \vee \cancel{h_4 - h_3} \vee h_3 - h_2 \vee \cancel{h_2 - h_1}$$

$$2(5h_1 + 12)$$

$$36$$

$$\frac{65}{3} = 19.5$$

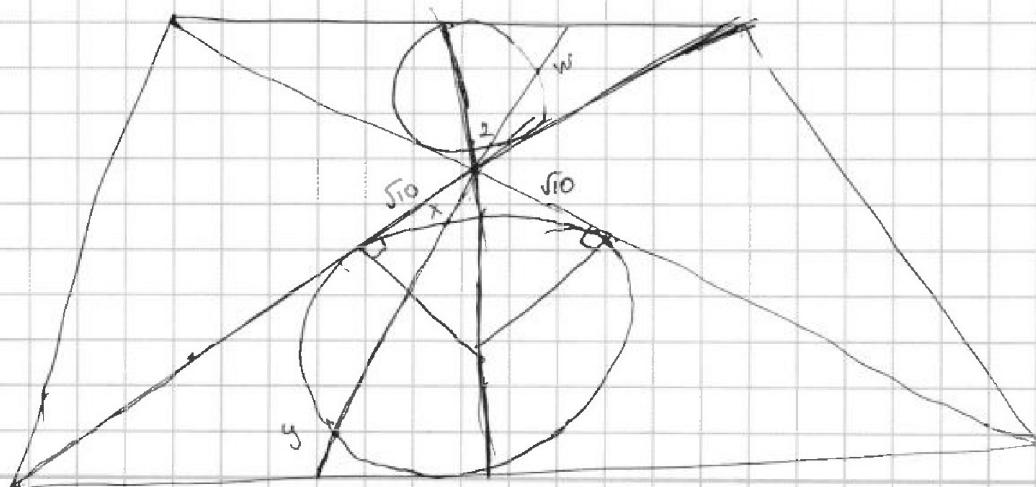
$$\frac{65 + 69}{2} \cdot 5 = \frac{134}{2} \cdot 5 = 67 \cdot 5 = 335$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \vee 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{14} \right) = 4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{14} \right)$$

$$5 \left(2 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{\pi}{7} \right) \quad Mx \cdot My = M$$

$$Mx \cdot My = 10$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

