



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SAB CDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть имеется  $n$ -угольник с углами как в условии тогда:

$$132^\circ + 132^\circ + d + \dots + 132^\circ + d(n-1) =$$

$$180^\circ(n-2) \quad \leftarrow \sum \text{внутренних}$$

Тогда  $132 \cdot n + d \frac{n(n-1)}{2} = 180(n-2)$

1.  $d = 2$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 48n + 360 = 0$$

$$n = 9; \quad n = 40 \quad (\text{по т. Виета})$$

Тогда если  $n = 9$ , то все углы

$$< 180^\circ \quad (\text{т.е. выпуклый}) \quad \begin{pmatrix} 132 + 8 \cdot 2 \\ 132 + 16 < 180 \end{pmatrix}$$

Если  $n = 40$ , то есть углы  $> 180^\circ$ ,

$$(\text{например } 132 + 2 \cdot 39 = 132 + 72 > 180)$$

то есть не выпуклый. Не подходит.

2.  $d = -2$

$$132n - n^2 + n = 180n - 360$$

$$n^2 + 47n - 360 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 47^2 + 4 \cdot 360 = 2209 + 1440 =$$

$$= 3649$$

$$3649 > 3600 = 60^2$$

$$\wedge$$
$$3600 + 2 \cdot 60 + 1 = 61^2$$

Значит  $\sqrt{D} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z}$

Значит наименьший целый  $n$  равен

Единственный возможный целый

$$n = 9$$

Ответ: 9





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$2x \ln 5 + y \ln 3 + 2y \ln 5 + 3z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\ln 5 (2x + 2y + 3z - 1) + \ln 3 (y - 2) = 0$$

$\overset{a''}{2x+2y+3z-1} \in \mathbb{Z}$        $\overset{b''}{y-2} \in \mathbb{Z}$

$$a \ln 5 + \ln 3 b = 0$$

Поскольку  $a \neq 0 \Rightarrow b \neq 0$

$$-\frac{a}{b} = \frac{\ln 3}{\ln 5} = \log_5 3$$

A Q

Значит  $\log_5 3 \in \mathbb{Q}$

$$5^{\log_5 3} = 3 \Rightarrow 5^{-\frac{a}{b}} = 3 \Rightarrow 5^{-a} = 3^b$$

1.  $b \in \mathbb{N} \Rightarrow 3^b \in \mathbb{N} \Rightarrow 5^{-a} \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow -a \geq 0$  ; т.е.  $b \geq 1$ ,  $3^b \geq 3$ , но

$5^{-a} \neq 3$  противоречие. ( $5^{-a} \in \mathbb{N}$ )

2.  $b \leq -1$  ~~невозможно~~ ( $b \neq 0$ )

~~тогда~~  $b = -c$        $-a = d$

$$3^{-c} = 5^d \Rightarrow 3^c = 5^{-d} \text{ где } c \in \mathbb{N}$$

повторим рассуждения для

$b (1)$  и получим противоречие.

решение





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☒

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит  $a=0 \Rightarrow b=0$

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3z + 3 = 0 \\ y = z \end{cases}$$

$$x = \frac{3z + 3}{2}$$

$$\min \{x^2 + y^2 + z^2\} = 4 + \min \{x^2 + z^2\} =$$

$$4 + \min \left\{ \frac{9(z+1)^2}{4} + z^2 \right\} = 4 +$$

$$+ \frac{1}{4} \min \{13z^2 + 18z + 9\} = 4 + \frac{1}{4} \min \{$$

вершина параболы  $13z^2 + 18z + 9$  в

точке  $-\frac{9}{13}$  и значения вверх  $\Rightarrow$

$$\text{т.е. } -2 < -\frac{9}{13} < 0$$



$$\min \{13z^2 + 18z + 9\} = \min \left\{ \frac{9}{13}; 13 - 18 + 9 \right\} =$$

$$= \min \{9; 4\} = 4 \quad (\text{при } z = -1)$$

$$\min \{x^2 + y^2 + z^2\} = 4 + 1 = 5$$

достигается при  $z = -1; y = z; x = 0$

Ответ: 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = 1080 = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^3 \Rightarrow p > q$$

$$(p-q)(p+q)$$

1. и, к.  $p, q \in \mathbb{N}$ , но  $p+q > p-q > 0$ ;  
2.  $p+q$ ,  $p-q$  имеют одинаковую

четность и и. к. их произведение

четно, но эти два четны  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} p+q = 2a \\ p-q = 2b \\ ab = 2 \cdot 5 \cdot 3^3 \\ a > b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = a+b \\ q = a-b \end{cases}$$

или  $a$  и  $b$  одновременно  $\div 3$ , но

$$p = a+b \div 3 \quad q = a-b \div 3, \text{ но}$$

тогда получим противоречие

и. к.  $p, q$  простые  $\Rightarrow p = 3 = q$ , но

$$p > q$$

значит ~~оба~~ остаются вариантами.

$$\begin{cases} a = 2 \cdot 5 \cdot 3^3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 271 \\ q = 269 \end{cases} \text{ (оба простые)}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a = 2 \cdot 3^3 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 59 \\ q = 49 \text{ - не простое} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3^3 \cdot 5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 137 \\ q = 133 : 7 \text{ - не простое} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3^3 \\ b = 2 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 37 \\ q = 17 \end{cases} \text{ (оба простые).}$$

(большие варианты нет т.к. все распределение вычленили)

2 3<sup>3</sup> 5 в качестве, но  $a > b$

укажи  $(a; b)$   $(b; a)$  одинаково можно  
в един  $\{a \neq b \text{ разные простые}\}$

Пусть  $n, n+1, \dots, n+6$ , это числа

$M$ , тогда сумма чисел

это число то сумма 6 сходя-  
щихся чисел:  $6n + 21 - i$

(где  $i$  это номер числа  
если считать с 0)  $(i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\})$   
 $\Rightarrow$

$$6n + 21 - i = p \quad 6n + 21 - j = q \Rightarrow$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p - q = j^2 - i^2 \leq 6$$

Значит возможны варианты  $p = 37, q = 17$

не удовлетворяют. Испытаем ~~следующий~~

$$p = 271, q = 269$$

и

и

$$6n + 21 - i \quad 6n + 21 - j \quad \Rightarrow i < j$$

Заметим, что  $6n + 21 \geq 6n + 21 - i \Rightarrow$

$$\geq 6n + 21 - 6 \quad (i, j \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\})$$

$$6n + 21 \geq 6n + 21 - i > 6n + 21 - 6$$

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 42 + 21 \\ \underline{273} \\ 271 \end{array} \quad \Downarrow \quad \begin{array}{r} 271 \\ \underline{271} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \cdot 42 + 21 - 6 \\ \underline{270} \\ 271 \end{array}$$

$n \geq 42$        $n \leq 42$

Значит  $n = 42$  ~~единственный~~

$$M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$$

Если исключить 44 то получим

$p = 271$ , если 46 то получим

$$q = 269$$

$$p^2 - q^2 = 1080$$

Ответ:  $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

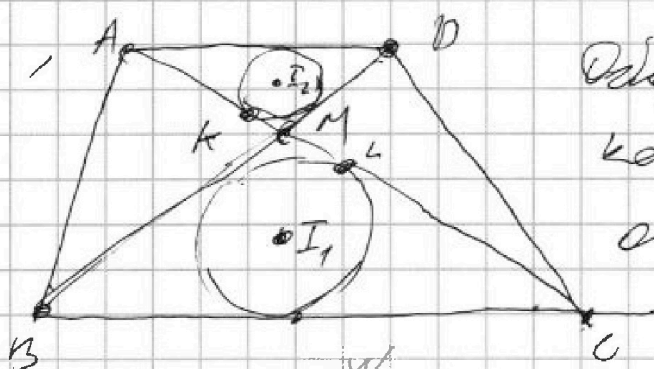


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

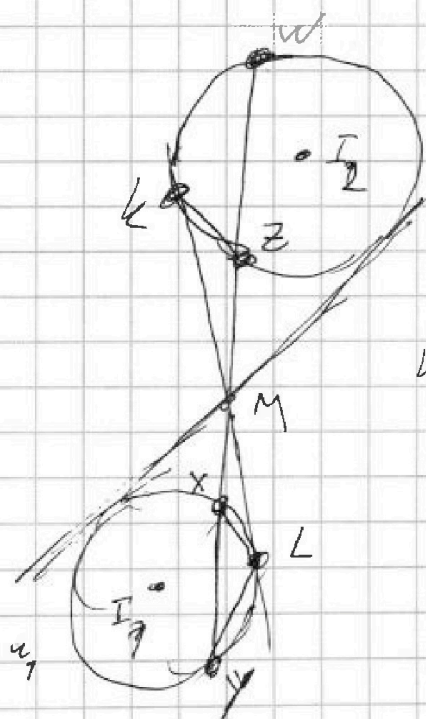
СТРАНИЦА  
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Одоказали, что  
 касания с AC

окр  $w_1, w_2$  за  
 L, K.



Сделаем  $H_M^k$  ма-  
 кром по  $B \rightarrow D, (k = \frac{1}{2})$   
 тогда м.е.  $BC \parallel AD$

то  $C \rightarrow A \Rightarrow$

$\triangle BMC \rightarrow \triangle MDA \Rightarrow$

$w_1 \rightarrow w_2 \Rightarrow$

$MI_1 \rightarrow MI_2 \quad \left( \frac{MI_1}{MI_2} = \frac{BM}{MD} = \frac{BC}{AD} \right)$

$L \rightarrow K, X \rightarrow Z \Rightarrow$

$XL \parallel KZ \Rightarrow \angle ZKM = \angle MLX,$

но  $\angle MLX = \angle XYL \Rightarrow \angle ZKM =$

$= \angle XYL \Rightarrow KZ \parallel XY$  - вписанный

Итак  $MK = ML = MZ = MY$

по м.е.  $L \rightarrow K$  и  $\frac{ML}{MK} = 2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☒

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} MI \cdot ML = 9 \\ \frac{ML}{MI} = 2 \end{cases} \Rightarrow ML = 3\sqrt{2}$$

н.ч.  $I_1 \rightarrow I_2$ , но  $\frac{MI_1}{MI_2} = 2$

$$\begin{cases} MI_1 + MI_2 = I_1 I_2 = 8 \\ \frac{MI_1}{MI_2} = 2 \end{cases} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$$

по т. Пифаг  $\Delta MI_1 L$  имеем

$$\begin{aligned} I_1 L &= \sqrt{MI_1^2 - ML^2} = \sqrt{\frac{256}{9} - 18} = \\ &= \sqrt{\frac{256 - 18 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{256 - 162}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3} \end{aligned}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{94}}{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{8\pi}{7}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$5 - 12 \sin \frac{3\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 12 \sin \frac{3\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \vee -4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 12 \left( 3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) \vee -4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 45 \sin \frac{\pi}{14} + 60 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \vee -4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} = a$$

$$5 - 45a + 60a^3 + 16(3a - 4a^3)^3 \vee -4a$$

$$5 - 45a + 60a^3 + 16a^3(27 - 108a^2 + 144a^4 - 64a^6)$$

$$5 - 45a + 432a^3 - 1728a^5 + 2304a^7 - 1024a^9$$

$$f'(a) = -45 + 3 \cdot 432a^2 -$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \vee 4 \left( \sin \left( \frac{9\pi}{14} \right) - \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$4 \left( \sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{4\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{4\pi}{14} - \sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} \right)$$

$$8 \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{4\pi}{14} = 8 \sin \frac{4\pi}{14} \sin \frac{9\pi}{14}$$

$$5 \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} + 8 \sin \frac{4\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14} (3 - 4 \sin \frac{23\pi}{14})$$

$$5 \vee \sin \frac{3\pi}{14} \left( 3 + 8 \sin \frac{4\pi}{14} (3 - 4 \sin \frac{23\pi}{14}) \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

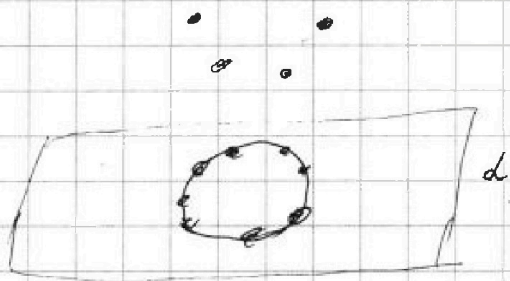
5  
☐

6  
☒

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 из 4

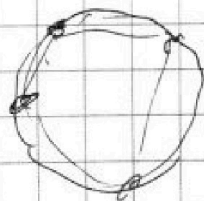
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $A$  — это  
мн-во из 3  
точек лежащих в  $L$ .  
В остальных ч.

1. Пусть в пирамиде можно  
установить хотя бы одну  
точку из  $B$  и все все  
вершины из  $A \Rightarrow$  все  
пирамиды в одной п-ти  
противоречие.

2. Пусть есть 1 верш из  $B$ .  
можно выбрать точку  
 $\exists$  верш из  $A$  получим  
пирамиду с основанием  $L$ ,  
заменим то по выбранной



точкам можно по-  
строить только одну  
вып. пирамиду.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(для этого мн-ки в основании  
фигур были выжжены,  
и это строится симметричным  
образом соединяя верш.  
на окр. последовательно.  
всего точек вавилонь:

Выбрать верш. из В (4 вер.) \*

Выбрать 3 верш. из А (это

все варианты  $(2^3)$  - когда 1, 2 верш.)

$$\text{ит.д.} \quad 4 - (2^3 - 1 - 8 - \frac{8 \cdot 7}{2}) =$$

$$= 4 \cdot (2^3 - 37)$$

3. Пусть выбрали 2 верш.

из В, тогда и.к. они

и точки лежат в плоскости

то эта плоскость 2"

то не может в пирамиде

быть  $\geq 5$  точек (тогда др

1 из В летала бы в основании





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в центре хотя бы 4 точки  
 $\Rightarrow 2$  (то мы сразу из В  
не можем в. 2)  $\Rightarrow$  в м-  
радиусе и точки и  
2 выбраны (составим  
из В не выбираем, т. к.  
из В ровно 2)  $\Rightarrow$  состав-  
имся из А то 4 точки  
требуется тетраэдра (слож.  
выпуклая т. к. 4 точки)  
вариантов  $\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} = 6 \cdot 28$   
4. Пусть из В ровно 3 точки  $\Rightarrow$   
мы в ней хотя бы 5 точек  
то в основании хотя бы 4  $\Rightarrow$   
основание это 4, но в основ-  
нии ~~то~~ мы хотя бы 2 из  
В тетраэдра  $\Rightarrow$  точки  
4 и 3 выбраны т. к. 4 и 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В равно 3 то остаются из  
А ~~4~~ ~~40~~ или однозначно  
страницы вым. пирамиды)  
вариантов  $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 =$   
 $= 4 \cdot 8 = 32$

5. Если из В равно 4 то есть,  
то если в пирамиде есть  
когда  $5 \leq 5$  то есть, но в осно-  
вании когда  $5 \leq 4 \Rightarrow$  это  
многообразие, но в основании  
есть когда  $5 \leq 3$  то есть из В  
противоречие  $\Rightarrow$  в пирамиде  
есть  $4 \leq 4$  то есть

(по тем однозначно страниц  
вым. пирамиды) 1-вариант.

Всего вариантов:  $4(2^8 - 36) + 6 \cdot 28 + 32 + 1 =$   
 $= 1024 - 144 + 168 + 32 + 1 = 1024 + 57 =$   
 $= 1081$  Ответ: 1081





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

0 1 10 8 432 1600 1728 300  
128

$$\sin 3x = \sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x = 2 \sin x (1 - \sin^2 x) \neq$$

400 576 1 2000 24 2304

$$\sin x (1 - 2 \sin^2 x) = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

3a^2 16 48a^2 168a^2 5/2 - 4 1/8

$$5 - 4(3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

9. 27.4 a^2

$$5 - 41a + 60a^2 + 16a^3 = 0$$

54 101 16a^3 9.16 90 144 3-4 1/4

$$-41 + 3.76a^2 = 0$$

$$\sin x \geq x - \frac{x^3}{6}$$

$$3.76 - 4 \left( \frac{\pi}{14} - \frac{\pi^3}{14^3 \cdot 6} \right) \leq 3$$

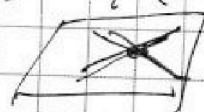
3 2-4a^2 3.76 196 1/4 < 1/4

$$5 - 41 \cdot \frac{1}{4}$$

$$71 \left( \frac{1}{4} \right)^3$$

$$8 - \frac{45}{4} + 60 \cdot \frac{1}{64}$$

$$6 - 11 + 71$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{5\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{1}{5} = 3 \sin \frac{3\pi}{14} + 4 \sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14}$$

$$3 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{3\pi}{14}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!} + 4 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{9\pi}{14}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!} - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{\pi}{14}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!} =$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \pi^{2i+1}}{14^{2i+1} (2i+1)!} (3 \cdot 3^{2i+2} + 4 \cdot 3^{4i+2} - 1) =$$

$$\frac{\pi}{14} (3 + 4 \cdot 9 - 1) + \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{\pi^{2i+1}}{14^{2i+1} (2i+1)!} (3 + 4 \cdot 9^{i+1} - 1) \right)$$

$$\frac{44\pi}{14}$$

$$\frac{44\pi}{14} \vee \frac{44\pi}{14}$$

Каждый член = 0

$$= \frac{\pi^5}{14^{2.6}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x + 2y + 3z - 7 = 0$$

$$y = 2 \frac{\pi}{14} (9 + 4.94)$$

$$2x + 3z + 3 = 0$$

$$\frac{3-2x}{3} - 1 = \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + z^2$$

$$41. \pi$$

$$920$$

$$45 \quad 41$$

$$x^2 + 1 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 = 0$$

$$2 \sin(1 - \frac{\pi}{14})$$

$$9x^2 + 4 + 12x + 4x^2$$

$$- \frac{6}{12}$$

$$7x^2 + 12x + 4 =$$

$$\sin 3x =$$

$$- \frac{12}{20}$$

$$41.51$$

$$41$$

$$921456$$

$$2x = \sin x (8 - 2 \sin^2 x) + \sin \cos x$$

$$106$$

$$54 \quad 27$$

$$1200 + 423 + 121 + 1$$

$$7 \frac{\pi}{14} \frac{1}{5}$$

$$1080 = 10 + 3 \cdot 4$$

$$17$$

$$p^2 - q^2 = 1080$$

$$t$$

$$2.5 = 3 \cdot 4$$

$$13$$

$$70 + 1$$

$$1231$$

$$p - q =$$

$$- \frac{4 \pi}{14}$$

$$+ 4 \sin$$

$$5.3 \cdot 2$$

$$11$$

$$14$$

$$p + q =$$

$$36$$

$$5.3 \cdot 2$$

$$15.9$$

$$6$$

$$360$$

$$2$$

$$5.3 \cdot 2$$

$$2^2 - 5.3$$

$$27$$

$$135$$

$$p$$

$$2^2$$

$$5.3$$

$$135 \cdot 2 + 1$$

$$271$$

$$230$$

$$132 + 36$$

$$132 + 6$$

$$1.108$$

$$41$$

$$41.26$$

$$32$$

$$21.6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132$$

$$4$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$

$$132 + 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 \quad \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x \ln 5 + 4y \ln 3 + 2z \ln 5$$

$$(4+5)/(4+5) = 24 \ln 5$$

$$2x a + 4b + 24a + 32a =$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \left( \frac{x+y}{2} \right) \cos \left( \frac{x-y}{2} \right)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2x a + 4(b+2a) + 32a$$

$$x^2 + 4a^2 + y^2 + (b+2a)^2 + z^2 + 9a^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 5 - 41 \frac{2}{9}$$

$$2 \ln 45 \leq 2x \ln 25 + 2y \ln 75 + 2z \ln 25$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + \ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 25$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2 \ln 5 + 4 \ln 3 - 4 \ln^2 5 +$$

$$+ (2 \ln 75 + \ln 3)^2 + 2 \ln^2 5$$

$$5 - \frac{41}{9} + \frac{108}{25} \quad 5 - 4 \sin \frac{\pi}{4} + 3 \sin \frac{3\pi}{4}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including calculations, diagrams, and geometric sketches.

**Calculations:**

- $2.5 \cdot 3^3$
- $10 \cdot 27 \cdot 4$
- $24 \cdot 32$
- $56$
- $57$
- $247$
- $314$
- $16$
- $20$
- $1200$
- $240$
- $1440$
- $47^2$
- $47^2 = 50$
- $3649$
- $13 (2 - \frac{9}{13})$
- $271$
- $273$
- $272$
- $250$
- $2709$
- $2 \cdot 4097$
- $4600 + 560 + 419$
- $2209$
- $2710$
- $3600$
- $3600 + 11086$
- $270$
- $135$
- $27 \cdot 2$
- $54$

**Diagrams and Sketches:**

- Geometric sketches of triangles, circles, and polygons.
- Labels like  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$ .
- Angles marked with  $108^\circ$ .
- Equations like  $2x^2 = 9$ .
- Trigonometric functions like  $\sin$  and  $\cos$ .
- Algebraic expressions like  $15 + 12 \sqrt{5}$ .
- Arithmetic operations like  $15 \cdot 4$ ,  $10 \cdot 4$ ,  $10 \cdot 9$ ,  $10 \cdot 10$ ,  $10 \cdot 11$ ,  $10 \cdot 12$ ,  $10 \cdot 13$ ,  $10 \cdot 14$ ,  $10 \cdot 15$ ,  $10 \cdot 16$ ,  $10 \cdot 17$ ,  $10 \cdot 18$ ,  $10 \cdot 19$ ,  $10 \cdot 20$ ,  $10 \cdot 21$ ,  $10 \cdot 22$ ,  $10 \cdot 23$ ,  $10 \cdot 24$ ,  $10 \cdot 25$ ,  $10 \cdot 26$ ,  $10 \cdot 27$ ,  $10 \cdot 28$ ,  $10 \cdot 29$ ,  $10 \cdot 30$ ,  $10 \cdot 31$ ,  $10 \cdot 32$ ,  $10 \cdot 33$ ,  $10 \cdot 34$ ,  $10 \cdot 35$ ,  $10 \cdot 36$ ,  $10 \cdot 37$ ,  $10 \cdot 38$ ,  $10 \cdot 39$ ,  $10 \cdot 40$ ,  $10 \cdot 41$ ,  $10 \cdot 42$ ,  $10 \cdot 43$ ,  $10 \cdot 44$ ,  $10 \cdot 45$ ,  $10 \cdot 46$ ,  $10 \cdot 47$ ,  $10 \cdot 48$ ,  $10 \cdot 49$ ,  $10 \cdot 50$ ,  $10 \cdot 51$ ,  $10 \cdot 52$ ,  $10 \cdot 53$ ,  $10 \cdot 54$ ,  $10 \cdot 55$ ,  $10 \cdot 56$ ,  $10 \cdot 57$ ,  $10 \cdot 58$ ,  $10 \cdot 59$ ,  $10 \cdot 60$ ,  $10 \cdot 61$ ,  $10 \cdot 62$ ,  $10 \cdot 63$ ,  $10 \cdot 64$ ,  $10 \cdot 65$ ,  $10 \cdot 66$ ,  $10 \cdot 67$ ,  $10 \cdot 68$ ,  $10 \cdot 69$ ,  $10 \cdot 70$ ,  $10 \cdot 71$ ,  $10 \cdot 72$ ,  $10 \cdot 73$ ,  $10 \cdot 74$ ,  $10 \cdot 75$ ,  $10 \cdot 76$ ,  $10 \cdot 77$ ,  $10 \cdot 78$ ,  $10 \cdot 79$ ,  $10 \cdot 80$ ,  $10 \cdot 81$ ,  $10 \cdot 82$ ,  $10 \cdot 83$ ,  $10 \cdot 84$ ,  $10 \cdot 85$ ,  $10 \cdot 86$ ,  $10 \cdot 87$ ,  $10 \cdot 88$ ,  $10 \cdot 89$ ,  $10 \cdot 90$ ,  $10 \cdot 91$ ,  $10 \cdot 92$ ,  $10 \cdot 93$ ,  $10 \cdot 94$ ,  $10 \cdot 95$ ,  $10 \cdot 96$ ,  $10 \cdot 97$ ,  $10 \cdot 98$ ,  $10 \cdot 99$ ,  $10 \cdot 100$ .



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

