



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

21

пусть S - сумма углов выпуклого многоугольника
 n - число вершин вып. мн.

$$S = (n-2) \cdot 180 \quad (\text{по свойству выпуклых многоугольников})$$

$S = 143 + (143+2) + \dots + (143+2(n-1))$ (по условию) - арифметическая прогрессия с началом $a_1 = 143$ и шагом разности $d = 2$

$$\Rightarrow S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = a_1 \cdot n + \frac{1}{2} (n-1)n = 143n + \frac{1}{2} (n^2 - n) = n^2 + 142n$$

$$\Rightarrow S = (n-2) \cdot 180 = 180n - 360 = n^2 + 142n \Leftrightarrow n^2 - 38n + 360 = 0. \quad D_4 = 18^2 - 360 = 361 - 360 = 1$$

$$\Rightarrow n = \frac{-b \pm \sqrt{D_4}}{a} = 19 \pm 1 = \begin{bmatrix} 18 \\ 20 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{максимальная } n = 20$$

проверка: $S = (n-2) \cdot 180 = (20-2) \cdot 180 = 18 \cdot 180 = 3240$

$$S = 143n + 142n = 20^2 + 20 \cdot 142 = 400 + 2840 = 3240 \Rightarrow n = 20$$

Ответ: 20 вершин



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6 \\ x, y, z \in \mathbb{Z} - \text{целых чисел} \end{cases} \Leftrightarrow x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 2^3 \cdot 3 = \ln 2 \cdot 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln 2^{4x} + \ln 2^{3y} + \ln 2^{3z} \cdot 3 = \ln(2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z) = \ln(2 \cdot 3) \Leftrightarrow 2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$\text{так } x, y, z \in \mathbb{Z}, \text{ то } 2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y+3z=1 \\ z=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4x+3y+3=1 \Leftrightarrow 4x+3y=-2. \text{ Заметим, что } x_0=-2, y_0=2 \text{ является}$$

частичное решение этого уравнения, а значит $x=-2+3t, y=2-4t, t \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \text{пусть } f(t) = x^2 + y^2 + z^2 = (-2+3t)^2 + (2-4t)^2 + 1^2 = 4 - 12t + 9t^2 + 4 - 16t + 16t^2 + 1 =$$

$$= 25t^2 - 28t + 9. \quad f'(t) = 50t - 28 \text{ — производная } f(t).$$

$$f'(t) = 50t - 28 = 0 \Rightarrow t = \frac{28}{50} \text{ — не целое число.}$$

Заметим, что $f(t) = 25t^2 - 28t + 9$ является параболой, ветвями, направленными вверх в координатной плоскости $(t, f(t))$, а значит принимает минимальное значение в вершине $\Rightarrow t_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{28}{50}$. Так как $t \in \mathbb{Z}$, то минимальное значение $f(t)$ при целых t будет достигаться в $t=0$ или $t=1$. $f(0) = 9$, $f(1) = 25 - 28 + 9 = 6$, а значит минимальное значение $x^2 + y^2 + z^2 = 6, x, y, z \in \mathbb{Z}$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$M = \{a, a+1, \dots, a+6\}$, $a \in \mathbb{N}$ — натуральное число

$$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11. \text{ т.к. } p \text{ и } q \text{ — простые числа} \Rightarrow$$

p и q — нечётные, а значит $p+q$ и $p-q$ — чётные

$$\text{Заметим, что } p > q. \Rightarrow p-q \leq (a+6) + (a+5) + \dots + (a+1) - ((a+5) + (a+4) + \dots + a) =$$

$$= a+6 - a = 6 \Rightarrow p-q \leq 6 \text{ — при наибольшем } p \text{ и наименьшем } q$$

$$\Rightarrow p-q=2 \text{ или } p-q=4 \text{ или } p-q=6 \Rightarrow 1) p-q=2 \Rightarrow p+q=2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 = 396 \Rightarrow$$

(можем разделить)

$$\Rightarrow p+q+p-q=2p=2 \cdot 396 = 792 \Rightarrow p=198 \Rightarrow q=197. \text{ Найдём } M \text{ при нахождении}$$

$$p \text{ и } q. p = a + (a+1) + \dots + (a+6) - (a+n), \text{ где } n=0, 1, \dots, 6 \Rightarrow p = 6a + 21 - n \Rightarrow q = 6a + 19 - n$$

$$\text{если } n \text{ — нечётное, то } p = 6a + 21 - n \equiv 0 \pmod{2}, \text{ т.к. } 21 - n \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow p \text{ — чётное}$$

$$\text{число, что невозможно при простых } p \text{ (} p+2 \text{)} \Rightarrow n \text{ — чётное}$$

$$\text{если } n=0 \Rightarrow p = 6a + 21 = 198 \Rightarrow a = \frac{198-21}{6} = \frac{177}{6} = \frac{59}{2} \text{ — не натуральное число}$$

$$\text{если } n=6 \Rightarrow p = 6a + 15 = 198 \Rightarrow a = \frac{198-15}{6} = \frac{183}{6} = \frac{61}{2} \text{ — не нат. число}$$

$$\text{если } n=4 \Rightarrow p = 6a + 17 = 198 \Rightarrow a = \frac{198-17}{6} = \frac{181}{6} = \frac{91}{3} \text{ — не нат. число}$$

$$\text{если } n=2 \Rightarrow p = 6a + 19 = 198 \Rightarrow a = \frac{198-19}{6} = \frac{179}{6} = 30$$

$$\Rightarrow M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$

$$\text{проверим: } p = 30+31+32+33+34+35+36 = 198, q = 30+31+32+33+34+35 = 197$$

$$\Rightarrow (p-q)(p+q) = p^2 - q^2 = 792$$

$$\text{Ответ: } M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

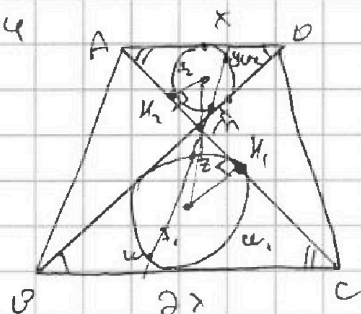
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



Дано:

ABCD - трапеция

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}, I_1 I_2 = \frac{13}{2}, M_2 \cdot M_1 = 5$$

$R_1 = ?$

Решение:

ABCD - трапеция $\Rightarrow AD \parallel BC \Rightarrow \angle CPM = \angle ADM$ (накрест. углы при секущей BD)

и $\angle PCM = \angle DAM$ (накрест. углы при секущей AC)

$\Rightarrow \triangle PMC \sim \triangle DMA$ (по 2-м углам), $k = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$ - коэф. подобия

радиус R_1 и R_2 - радиусы u_1 и u_2 соответственно.

так у подобных треугольников подобны все соответствующие элементы, то:

$$\left\{ \frac{R_2}{R_1} = k = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = 2R_2, \frac{M_1}{M_2} = k = \frac{1}{2} \Rightarrow M_1 = 2M_2 \right.$$

$$\left\{ \frac{MI_2}{MI_1} = k = \frac{1}{2}; \frac{M_1}{M_2} = k = \frac{1}{2}, \text{ где } I_1 \text{ и } I_2 - \text{ точки касания} \right.$$

ок AC с окружностями u_1 и u_2 соответственно.

$$\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow MI_1 = 2MI_2, MI_1 + MI_2 = I_1 I_2 \Rightarrow 3MI_2 = I_1 I_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow MI_2 = \frac{13}{6}$$

$$\Rightarrow MI_1 = \frac{13}{3}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m_4^2 + R_1^2 = m_1^2 & \text{по т. Пифагора} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_2 \cdot m_4 = m_4^2 & \text{по в-ву сек. и кас. из одной точки} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot m_4 + R_1^2 = m_1^2$$

$$m_4 = m_4 \cdot 2 \Rightarrow m_2 \cdot 2 \cdot m_4 + R_1^2 = m_1^2 = 2 \cdot 5 + R_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = \sqrt{m_1^2 - 10} = \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10} = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \sqrt{\frac{79}{9}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{79}{9}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}} = 4 \cos \frac{2\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14})} - 5 \sin \frac{\pi}{14} = 0, \text{ пусть } t = \sin \frac{\pi}{14} > 0$$

$$\Rightarrow 5 - 4(3t - 4t^3) \sqrt{4 - 8t^2} - 5t = 0 \quad | -4 + 8t^2 + 5t$$

$$\Leftrightarrow 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = 0. \text{ Заметим, что } t = -1 \text{ является корнем уравнения } 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = (t+1)(16t^2 - 8t + 1) = (t+1)(4t-1)^2 = 0$$

Заметим, что сделав обратную замену:

$$(\sin \frac{\pi}{14} + 1)(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 = 0$$

$$\begin{cases} \sin \frac{\pi}{14} + 1 > 0, \text{ так } \sin \frac{\pi}{14} > 0 \\ (4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 > 0, \text{ так } \sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\sin \frac{\pi}{14} + 1)(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 > 0, \text{ а значит } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) пусть основание пирамиды лежит в д. т.к.
(пусть каждая из 3 не лежит на 1 прямой)

в д. лежат 7 точек, но из них можно составить

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35 \text{ 3-угр. осн.}, \quad \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} = 35 \text{ 4-угр. осн.}, \quad \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{120} = 21 \text{ 5-угр. осн.}$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{720} = 7 \text{ 6-угр. осн. и 7-угр. осн.}$$

$\Rightarrow 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 99$ оснований, с каждой можно выбрать 1 из 5 вершин, лежащих вне д $\Rightarrow$

$$99 \cdot 5 = 495 \text{ пирамид}$$

2) пусть основание пирамиды не лежит в д.1
значит оно является треугольником, вершины которого лежат в точках вне д (т.к. каждая из точек вне д не лежит в 1 плоскости)

$\Rightarrow \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$ оснований, к каждому из которых можно выбрать вершину в д - 1 из 7 точек

$$10 \cdot 7 = 70 \text{ пирамид}$$

$$\Rightarrow 495 + 70 = 565 \text{ пирамид}$$

Ответ: 565

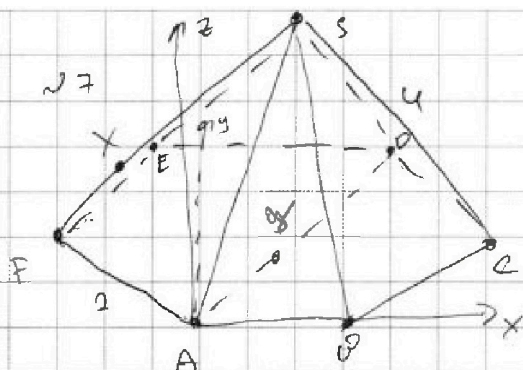


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB = BC = \dots = CA = 2$$

$$SA = SB = \dots = SC = 4$$

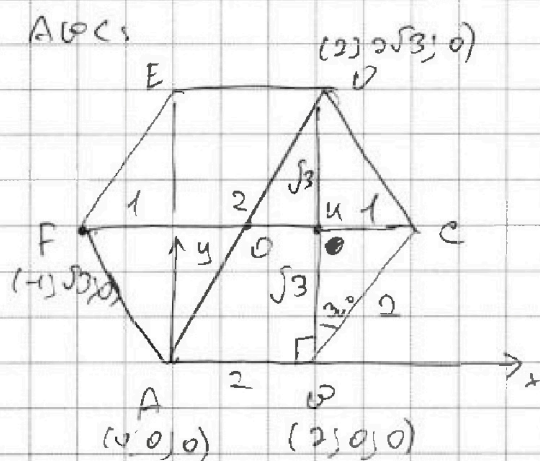
$$Y \in AD, X \in SF$$

$$XY \parallel ABS$$

$$XY_{\min} = ?$$

1) решим задачу методом координат, пусть координаты

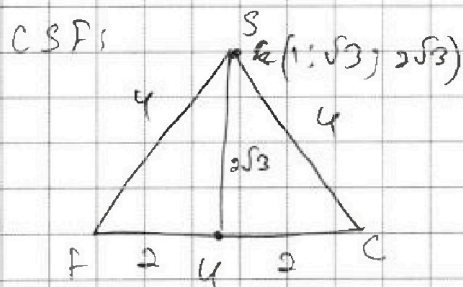
$A(0,0,0)$, все показанные на рисунке. определим координаты точек B, S, F, D :



$$\begin{aligned} A(0,0,0) \\ B(2,0,0) \\ D(1, \sqrt{3}, 0) \\ F(1, \sqrt{3}, 0) \end{aligned}$$

$O(1, \sqrt{3}, 0)$ - проекция S на плоскость ABC
т.к. $SO \perp ABC$

$$\begin{aligned} \angle C = \angle BCS = 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \\ = DK \\ FC = 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$



$$F(1, \sqrt{3}, 2\sqrt{3})$$

$$2) \overrightarrow{AD} = \{2-0, 2\sqrt{3}-0, 0\} = \{2, 2\sqrt{3}, 0\}$$

$$\Rightarrow X = (2, 2, 2\sqrt{3}), \text{ т.к. } X \in AD$$

$$FS = \{1-1, \sqrt{3}-\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\} = \{0, 0, 2\sqrt{3}\}$$

$$\Rightarrow X = (1, 2, 2\sqrt{3})$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \vec{XY} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{XY} = \begin{pmatrix} 2(\alpha - \beta) \\ 2 \cdot 2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} \cdot \beta \end{pmatrix}$$

$$A \in \mathcal{A} \cap \mathcal{S}: \alpha + \beta + c + d = 0$$

$$A \in \mathcal{A} \cap \mathcal{S}: d = 0$$

$$B \in \mathcal{A} \cap \mathcal{S}: 2\alpha + d = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$S \in \mathcal{A} \cap \mathcal{S}: \alpha + \sqrt{3}\beta + 2\sqrt{3}c + d = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}\beta + 2\sqrt{3}c = 0 \Rightarrow \beta = -2c$$

$$\Rightarrow A \cap \mathcal{S}: 0 \cdot x - 2cy + c + d = 0 \Rightarrow -2cy + c = 0 \Rightarrow -2y + 1 = 0$$

$$\vec{XY} \parallel A \cap \mathcal{S} \Rightarrow \begin{pmatrix} -2 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} \cdot \beta \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -2\alpha$$

$$\Rightarrow \vec{XY} = \begin{pmatrix} 6\alpha \\ 2 \cdot 2\sqrt{3} \\ 4\sqrt{3} \cdot \alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{l-длина } XY &= |\vec{XY}| = \sqrt{(6\alpha)^2 + (2 \cdot 2\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3} \cdot \alpha)^2} \\ &= \sqrt{36\alpha^2 + 12\alpha^2 + 48\alpha^2} = \sqrt{96\alpha^2} = 4\sqrt{6} \cdot \alpha \end{aligned}$$

$$\Rightarrow XY \text{ мин при } \alpha = 0$$

$$\text{Ответ: } XY = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

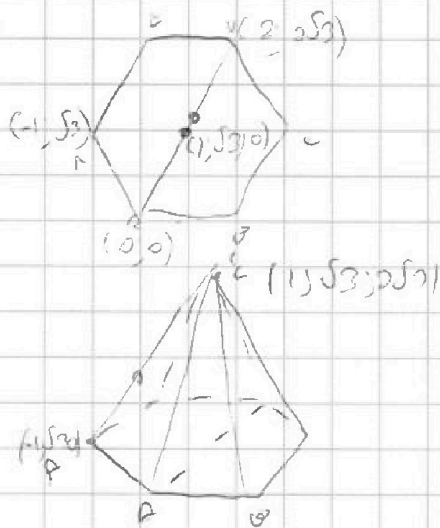
5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
из

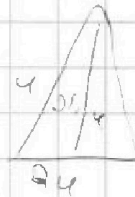
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\vec{OD} = (2; 2\sqrt{3})$$

$$\vec{AO} = 2$$

$$(2; 2\sqrt{3}; 0)$$



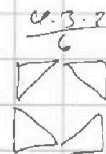
$$96 \cdot \frac{1}{2} = 48$$

$$\vec{PQ} = (2; 0; 2\sqrt{3})$$

$$\vec{XQ} = 2(2-\sqrt{3}); 2\sqrt{3}; -2\sqrt{3})$$

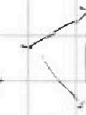
$$\vec{X} = (2\sqrt{3}; 0; 2\sqrt{3})$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$$



$$3 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} = 35$$



$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{120} = 14$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{120} = 35$$

$$35$$

$$35$$

$$14$$

$$35$$

$$-\frac{6}{20} = \frac{28}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S(1 + \sin \frac{\pi}{12}) \sqrt{4(\cos \frac{2\pi}{12} + \sin \frac{2\pi}{12})} = 4(1 + 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + 3 \sin^2 \frac{\pi}{12} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{12})$$

$$S(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}) \sqrt{4(\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12})}$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) \sqrt{4(1 - 2t^2)} - 5t$$

$$5 - 4t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2 - 5t}$$

$$f(t) = 16t^3 + 8t^2 - 7t + 5 \sqrt{6} \quad \frac{1}{2}$$

$$f'(t) = 48t^2 + 16t - 7$$

$$\frac{1}{2} = 64 + 8 - 48 = 24$$

$$= 400 = 20^2$$

$$t = \frac{-8 \pm 20}{48} = \frac{-2 \pm 12}{12} \Rightarrow t = \frac{1}{3}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} =$$

$$\frac{16}{60} \cdot \frac{8}{16} - \frac{7}{20} + 5 = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{12} \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$1 - 2s = 2$$

$$2 \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\sin \frac{\pi}{6}} = 2 \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{2\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$$\frac{1 - \cos \frac{\pi}{2}}{2} \sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4} = \cos \frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}}$$

$$\frac{1 - \cos \frac{\pi}{2}}{2} \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$4 \sin \frac{\pi}{14} = 1$$

$$\frac{\pi}{14} \sqrt{\sin \frac{\pi}{14}}$$

$$1 - \frac{1}{3} \sqrt{\cos \frac{\pi}{12}}$$

$$\frac{0}{0} \quad \frac{0}{0} \quad \frac{0}{0}$$

$$\sin \frac{\pi}{2} = 3 \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{3}{2} - 4 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{2}}{2}}$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) \sqrt{4(1 - 2t^2)} - 5t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2 - 5t}$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 5 \sqrt{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\sin \frac{\pi}{6}} =$$

$$= \frac{1 - \cos \frac{\pi}{2}}{2} (16t^2 - 8t + 1)(t + 1)$$

$$\frac{1}{4} = 16 - 26 (4t - 1)^2 (t + 1)$$

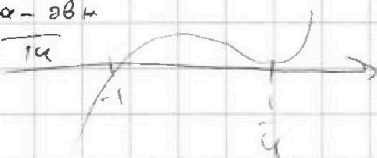
$$\cos 2 \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{1 - \cos \frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{1}{8} \sqrt{\cos \frac{\pi}{2}} \quad 2 \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\cos \frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos \frac{\pi}{2}}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \cos \frac{\pi}{2}}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \cos \frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{\pi}{14} = \frac{0\pi}{2} - \frac{6\pi}{2} = \frac{2\pi - 6\pi}{14}$$



$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{2} = \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} =$$

$$\frac{1 - \cos \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{2}}{2} \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$1 - \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{8}}$$