



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок - простое число. Пусть p и q - две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 - центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 - в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость - α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S - вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y - на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у многоугольника n вершин, тогда
сумма углов этого многоугольника — $(n-2)180^\circ$
Углы составляют арифметическую прогрессию
с разницей 2° и начинающуюся со 143°

т.е. $143^\circ, 145^\circ, \dots, 143^\circ + (n-1)2^\circ$

Тогда сумма углов будет равна:

$$\frac{143^\circ + (143^\circ + (n-1)2^\circ)}{2} \cdot n$$

что равно $(n-2)180^\circ$

т.е.:

$$\frac{143^\circ + 143^\circ + (n-1)2^\circ}{2} n = (n-2)180^\circ$$

$$(143^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ) n = (n-2)180^\circ$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 + 142n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 4(19^2 - 360) = 4(361 - 360) = 4$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \begin{bmatrix} 20 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Если $n=20$, то самый большой угол этого
многоугольника $143^\circ + (n-1)2^\circ = 181^\circ > 180^\circ$
т.е. n не может быть $= 20$

Если $n=18$, то самый большой угол —
 $143^\circ + (18-1)2^\circ = 177^\circ < 180^\circ$ — всё хорошо

Ответ: 18 вершин



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$(x^2 + y^2 + z^2) \text{ найти. } - ?$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) \ln 2 = (1 - z) \ln 3 \quad \ln 2 \neq 0$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) = (1 - z) \frac{\ln 3}{\ln 2} = (1 - z) \log_2 3$$

$\downarrow$

уравнение имеет решение $\Leftrightarrow (1 - z) = (4x + 3y + 3z - 1) = 0$

$\downarrow$

$$z = 1 \quad \text{и} \quad 4x + 3y + 3 - 1 = 0 \quad \text{т.е.} \quad 4x + 3y = -2$$

$$x = \frac{-3y - 2}{4} \quad \text{при этом} \quad y \in \mathbb{Z} \quad \text{и} \quad x \in \mathbb{Z}$$

т.е.:

$$-3y - 2 \equiv 0 \pmod{4} \Leftrightarrow 3y \equiv 2 \pmod{4} \Leftrightarrow y \equiv 2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{-3y - 2}{4}\right)^2 + y^2 + 1 = \frac{9y^2 + 12y + 4}{16} + \frac{16y^2 + 16}{16} =$$

$$\frac{25y^2}{16} + \frac{12y}{16} + \frac{20}{16} = \text{парабола, ветви вверх}$$

наименьшее значение в вершине

$$y \leq \frac{-\frac{12}{16}}{2 \cdot \frac{25}{16}} = -\frac{12}{50}$$

Ближайшее целое число дающее ост. 2

при делении на 4 это -2

$$\text{т.е.} \quad y = -2 \quad x = \frac{-3 \cdot (-2) - 2}{4} = 1 \quad z = 1$$

$$\text{тогда} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1 + 4 + 1 = 6$$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6$ - 7 подряд идущих чисел

p, q - простые

$a \in \mathbb{N}$

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 8 \cdot 99 = 33 \cdot 24 = 33 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$p-q$ максимальное = 6 если взять за p сумму последних шести чисел, а за q первых, шести.

т.к. $p-q$ это число, то $(p-q)$ делитель 792

5 вариантов:

$$\begin{aligned} p-q &= 1 \\ p+q &= 792 \\ 2p &= 793 \frac{1}{2} \\ \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p-q &= 2 \\ p+q &= 396 \\ 2p &= 398 \\ p &= 199 \\ q &= 197 \end{aligned}$$

1 вар.

$$\begin{aligned} p-q &= 3 \\ p+q &= 264 \\ 2p &= 267 \frac{1}{2} \\ \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p-q &= 4 \\ p+q &= 198 \\ 2p &= 202 \\ p &= 101 \\ q &= 97 \\ 2 \text{ вар.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p-q &= 6 \\ p+q &= 132 \\ 2p &= 138 \\ p &= 69 \frac{1}{2} \\ \text{не прост} \end{aligned}$$

1 вар. : $p = 199 \quad q = 197$

$$p = 6a + x \quad \text{где } x \in [15; 21] \quad \left(\begin{array}{l} 15 = 1+2+3+4+5+0 \\ 21 = 1+2+3+4+5+6 \end{array} \right)$$

$$199 = 6 \cdot 33 + 1 \quad \times$$

$$6 \cdot 32 + 7 \quad \times$$

$$6 \cdot 31 + 13 \quad \times$$

$$6 \cdot 30 + 19 \quad \checkmark$$

$$19 \in [15; 21]$$

др. вариантов нет

$$a = 30$$

30, 31, 32, 33, 34, 35, 36 - множество M

$$199 = 30 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36$$

$$197 = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36$$

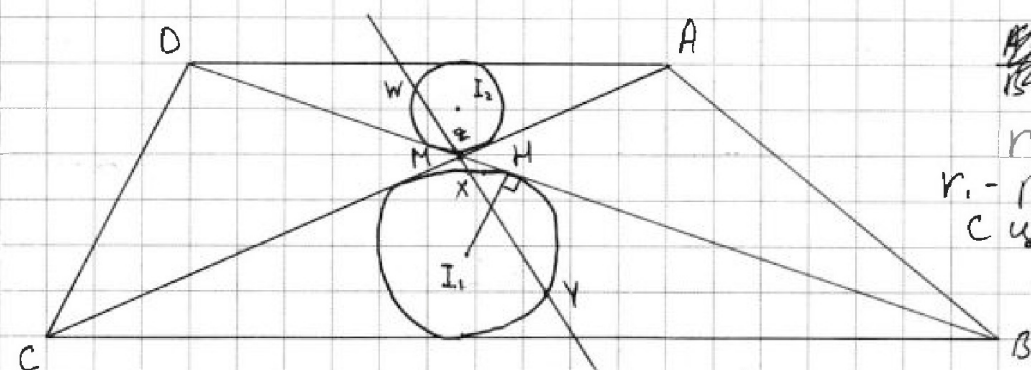


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{BC} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$r_1 = ?$

r_1 - радиус окр.
с центром I_1

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

M - точка касания окр.
 W_1 и BD

Решение:

1) $\triangle CMB \sim \triangle BMA$ с коэф. подобия 2 по двум углам (накрест лежащие)

2) MI_1 и MI_2 - биссектрисы $\Rightarrow M, I_1$ и I_2 лежат на одной прямой

3) Все расстояния в этих треугольниках отстоять как коэф. подобия т.е. 1:2

$$\text{т.е.} : \frac{MZ}{MX} = \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \frac{MI_2}{MI_1} = \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$MI_1 = \frac{2}{3} \cdot I_1 I_2 = \frac{13}{3}$$

$$\cancel{MX = \frac{1}{2} MZ} \quad MZ = \cancel{\frac{1}{2} MX}$$

$$\Downarrow$$

$$MZ \cdot MY = \frac{1}{2} MX \cdot MY = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = 10$$

$\neq MY$ - секущая, MH - касательная $\Rightarrow$

$$MH^2 = MX \cdot MY = 10$$

$\Downarrow$
по т. Пифагора в $\triangle I_1 M M$:

$$I_1 M = \sqrt{MI_1^2 - MH^2} = \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10} = \sqrt{\frac{169 - 90}{9}} = \sqrt{\frac{79}{9}}$$

$I_1 M$ - это r_1

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{5\pi}{14} \vee 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \Leftrightarrow$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14}) \vee 4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}) - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

Замена $t = \sin \frac{\pi}{14}$

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t \Leftrightarrow$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \vee 0$$

$t = -1$ — корень

тогда

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 & t+1 \\ \hline 16t^3 + 16t^2 & 16t^2 - 8t + 1 \\ \hline -8t^2 - 7t + 1 & \\ -8t^2 - 8t & \\ \hline t + 1 & \\ t + 1 & \\ \hline 0 & \end{array} \Rightarrow 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 =$$

$$= (16t^2 - 8t + 1)(t + 1) =$$

$$= \cancel{(4t-1)^2} (t+1)$$

Поэтому ~~$4t-1 \neq 0$~~ ?

т.е. $\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$

Предположим, что это max, и $\sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4}$

тогда: $\cos \frac{\pi}{7} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \Rightarrow$

$$\sin \frac{\pi}{7} = \sqrt{1 - \frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{15}}{8} \Rightarrow$$

$$\sin \frac{2\pi}{7} = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{7} = 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7\sqrt{15}}{32} \Rightarrow$$

$$\cos \frac{2\pi}{7} = \sqrt{1 - \left(\frac{7\sqrt{15}}{32}\right)^2} = \sqrt{\frac{1024 - 49 \cdot 15}{32^2}} = \frac{\sqrt{289}}{32} = \frac{17}{32} \Rightarrow$$

$$\sin \frac{4\pi}{7} = 2 \sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} = 2 \cdot \frac{7\sqrt{15}}{32} \cdot \frac{17}{32} = \frac{119\sqrt{15}}{512}$$

$$\sin \frac{3\pi}{7} = \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{7} = \frac{\sqrt{15}}{8} \cdot \frac{17}{32} + \frac{7\sqrt{15}}{32} \cdot \frac{7}{8} = \frac{(49+17)\sqrt{15}}{256}$$

$\sin \frac{4\pi}{7}$ и $\sin \frac{3\pi}{7}$ должны быть равны т.к. они расположены симметрично относительно $\frac{\pi}{2}$:

$\pi - \frac{4\pi}{7} = \frac{3\pi}{7} = 0$ а в нашей ситуации:

$$\sin \frac{4\pi}{7} = \frac{119\sqrt{15}}{512} \neq \frac{132\sqrt{15}}{512} = \sin \frac{3\pi}{7} \Rightarrow \text{противоречие и}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4} \text{ и } (4t-1) \neq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого :

Имеем уравнение

$$(4t-1)^2(t+1) \quad \text{где} \quad (4t-1)^2 > 0 \quad \text{н.р.} \quad 4t-1 \neq 0$$

$$t+1 > 0 \quad \text{н.р.} \quad t > -1 \quad \text{н.р.} \quad t = \sin \frac{\pi}{14} \quad \left(\frac{\pi}{14} \in (0; \frac{\pi}{2}) \right)$$

⇓

$$(4t-1)^2(t+1) > 0$$

⇓

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad - \text{начальное неравенство}$$

$$\text{Ответ:} \quad 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Четырёхугольная пирамида считается выпуклой если & эти 4 точки не лежат на одной плоск.

↓

всего четверок $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$ т.к. если поменять

в одной четверке местами 2 точки это

будет та же самая пирамида

И надо вычесть те четверки когда 4 т

лежат на одной плоск. т.е. $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 11 \cdot 9 - 7 \cdot 5 = 5 \cdot 92 = 460 -$$

кол-во четырёхугольных пирамид

2) n-угольная пирамида (при $n \geq 5$) считается выпуклой если в основании лежит выпуклый (n-1) угольник. ($n-1 \geq 4$)

Большее 3 точек на одной плоскости $\Rightarrow$

эта плоскость &

какой бы ^{из} многоугольных точки мы не выбрали на этой плоскости многоугольники получатся выпуклыми т.к. все точки на окружности



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Кол-во 4 угольников} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 35$$

$$5 \text{ угольников} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 21$$

$$6 \text{ угольников} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 7$$

$$7 \text{ угольников} - \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 1$$

Каждый из этих многоугольников может образовать 5-я пяти, шести, семи и восьмиугольную пирамиду (соответственно) с каждой из 5 точек вне плоскости.

Больше пирамид нет, т.к. никакие 8 точек не ~~лежат~~ лежат на одной плоскости.

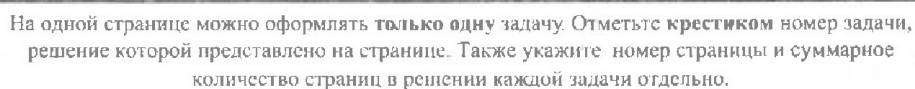
Количество n -угольников ($n \geq 4$)

$$35 + 21 + 7 + 1 = 64$$

Количество пирамид с основаниями этих n -угольников: $64 \cdot 5 = 320$

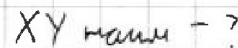
Итого суммарное кол-во пирамид: $460 + 320 = 780$

Ответ: 780



СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$[a \in [0; 4]]$$

marginal $AD \cap NL = Y$ m. r. $NL \times IIABS \Rightarrow$

XY 11 A B S

$$2) \sin \alpha = \frac{AN}{SX} = \frac{AF}{SF} = \frac{1}{2} \Rightarrow AN = \frac{1}{2} SX = \frac{1}{2} a$$

3) $NY \parallel AB \Rightarrow \triangle AYN$ - равносторонний т.е.

$$N_Y = \frac{1}{2} a$$

$$f.) \frac{NX}{AS} = \frac{XF}{FS} \Rightarrow NX = \frac{XF}{FS} \cdot AS = \frac{4-a}{4} \cdot 4 = 4-a$$

S) $NL \vee AB \quad NX \parallel AS \Rightarrow \angle LNX = \angle BAS$

$$\cos \angle LNX = \cos \angle BAS = \frac{AH}{AS} = \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) XY по теореме косинусов в $\triangle XMN$:

$$XY = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (4-a)^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot (4-a) \cdot \frac{1}{4}} =$$
$$= \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{4(4-a)^2}{4} - \frac{a(4-a)}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + 4a^2 - 32a + 64 - 4a + a^2} =$$
$$\frac{1}{2} \sqrt{6a^2 - 36a + 64}$$

XY мин при $6a^2 - 36a + 64$ мин.
 $\downarrow$
парабола ветви вверх.

$$a_0 = \frac{36}{2 \cdot 6} = 3$$

$$XY_{\min} = \frac{1}{2} \sqrt{6 \cdot 3^2 - 36 \cdot 3 + 64} = \frac{1}{2} \sqrt{54 - 108 + 64} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$
$$\frac{\sqrt{10}}{2} < 2$$

Если бы TX летала выше S , то

$$XY > AS = 4 \Rightarrow \text{не мин}$$

Если бы TX летала ниже F , то

$$XY > 2 \Rightarrow \text{не мин}$$

$$\downarrow$$
$$\frac{\sqrt{10}}{2} - \text{мин}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{10}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 вар1. : $p = 101$ $q = 97$

$p = 6a + x$, где $x \in [15; 21]$

$101 = 6 \cdot 16 + 5$ $\times$
 $6 \cdot 15 + 11$ $\times$
 $6 \cdot 14 + 17$ $\checkmark$
 $6 \cdot 13 + 23$ $\times$

$a = 14$

14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 - мн. M

$101 = 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$

$97 = 119 - 22$ где 119 это сумма всех чисел
при этом $22 > 20 \Rightarrow 97$ составить нельзя

↓
этот вариант не подходит.

Ответ: $M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

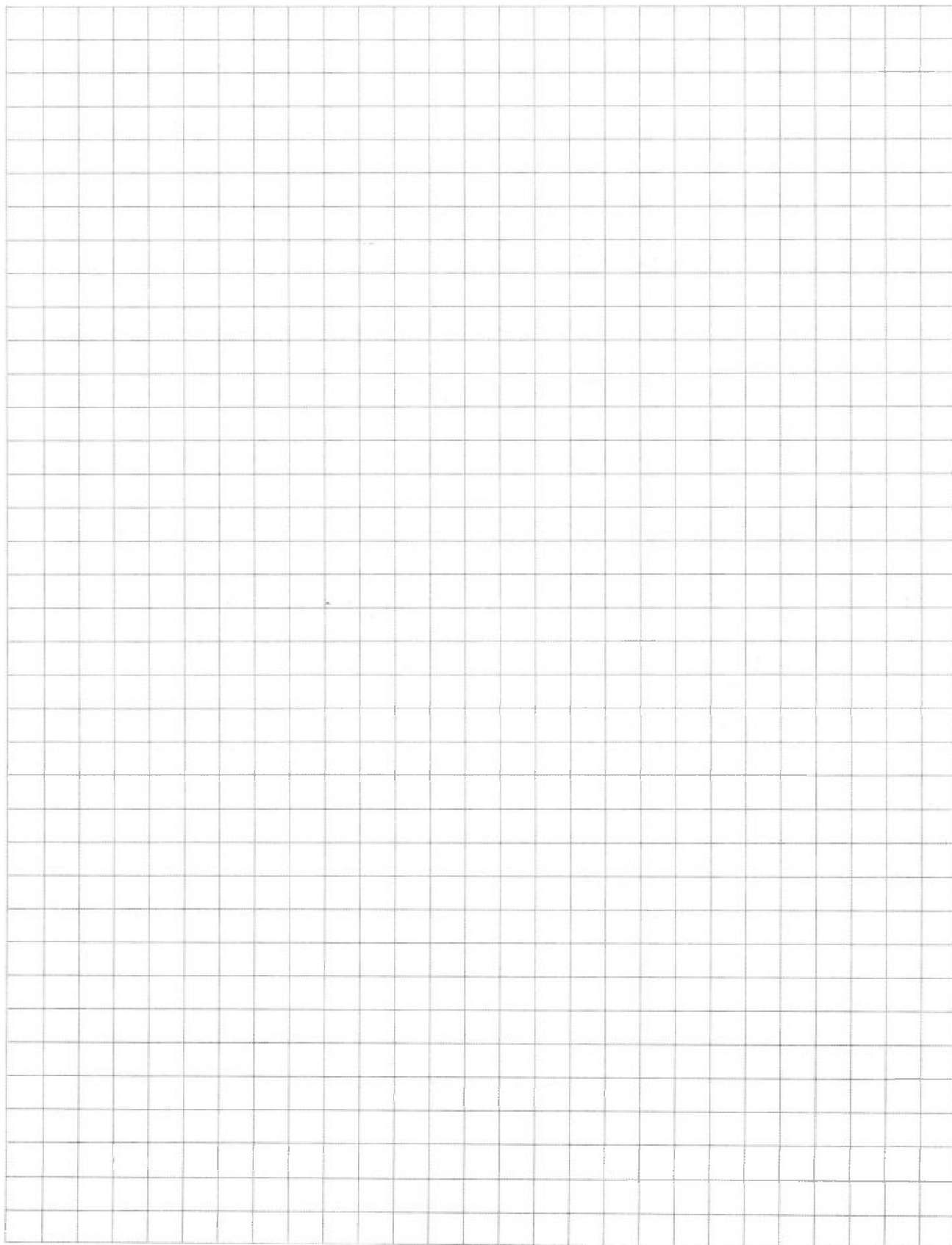


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a \quad a+1 \quad a+2 \quad a+3 \quad a+4 \quad a+5 \quad a+6$$

$$p = 199 \quad q - \text{простое}$$

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 396 \cdot 2 = 198 \cdot 4 = 99 \cdot 8 = 33 \cdot 3 \cdot 2^3$$

~~Решение.~~

$$\begin{array}{r} 264 \\ 792 \end{array}$$

$$60 \cdot 90 = 5400$$

$$p-q \text{ макс. } 6$$

$$\begin{array}{l} p-q=1 \\ p+q=792 \end{array}$$

$$2p = 793$$

$\emptyset$

$$\begin{array}{l} p-q=2 \\ p+q=396 \end{array}$$

$$2p = 398$$

$$p = 199$$

$$q = 197$$

$$\begin{array}{l} p-q=3 \\ p+q=264 \end{array}$$

$$2p = 267$$

$\emptyset$

$$\begin{array}{l} p-q=6 \\ p+q=132 \end{array}$$

$$2p = 138$$

$$p = 69 : 3$$

$$p = 199 \quad q = 197$$

$$p = 6a + x \quad (x \in [15; 21])$$

$$6(a+2) + m \text{ или } 6(a+)$$

$$199 = 6 \cdot 33 + 1$$

$$6 \cdot 32 + 7$$

$$6 \cdot 31 + 13$$

$$6 \cdot 30 + 19 \checkmark$$

$$6 \cdot 29 +$$

$$a = 30$$

$$30 \quad 31 \quad 32 \quad 33 \quad 34$$

$$199 = 30 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36$$

$$197 = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36$$

$$199 \cdot 7$$

$$199 \cdot 13$$

$$140$$

$$59$$

$$13$$

$$169$$

$$30$$

$$197$$

$$197$$

$$169$$

$$140$$

$$57 \cdot 7$$

$$35$$

$$36$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n это вершин

$(n-2)180^\circ$ - сумма углов

$143^\circ \quad 145^\circ \quad \dots \quad 143^\circ + (n-1)2^\circ$

$$\frac{143^\circ + 143^\circ + (n-1)2^\circ}{2} \cdot n = (n-2)180^\circ$$

$$(143^\circ + (n-1)2^\circ)n = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$143^\circ n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 + 142n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 4(19^2 - 360) = 4$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \begin{matrix} 18 \\ 20 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \cdot 19 \\ \cdot 19 \\ \hline 171 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array} \quad \begin{array}{l} x, y, z \in \mathbb{Z} \\ x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 4 \\ = \ln 6 \end{array}$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 4 = \ln 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \text{ наим. ?}$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 8 + z \ln 4 = \ln 6 \ln 2 + \ln 3$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) \ln 2 = (z - 1) \ln 3$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 - \ln 2 - \ln 3 = 0$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) \ln 2 + (z - 1) \ln 3 = 0$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) = (1 - z) \frac{\ln 3}{\ln 2} = (1 - z) \log_2 3$$

eg. $z = 1$

$$y = 2$$

$$4x + 3y + 3 - 1 = 0$$

$$4x + 3y = -2$$

$$x = \frac{-3y - 2}{4}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{-3y - 2}{4}\right)^2 + y^2 + 1 = \frac{9y^2 + 12y + 4}{16} + \frac{16y^2 + 16}{16}$$

$$\frac{25y^2 + 12y + 20}{16}$$

$$y = \frac{-6}{2a} = \frac{-12}{50} = -\frac{12}{50}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7}} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin 3d = \sin(d+2d) = \sin d \cos 2d + \sin 2d \cos d =$$

$$\sin d (1 - 2 \sin^2 d) + 2 \sin d \cos^2 d =$$

$$\sin d (1 - 2 \sin^2 d) + 2 \sin d (1 - \sin^2 d) =$$

$$\sin d - 2 \sin^3 d + 2 \sin d - 2 \sin^3 d = 3 \sin d - 4 \sin^3 d$$

$$5 - 4 \left(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{4 \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14} \right)} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$t = \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 5t$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \sqrt{0}$$

$$t = -1 \text{ не подходит}$$

$$(t+1)=0$$

$$\begin{array}{r} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \mid t+1 \\ 16t^3 + 16t^2 \hline \end{array}$$

$$-8t^2 - 7t + 1$$

$$-8t^2 - 8t$$

$$+t+1$$

$$-t+1$$

$$0$$

$$(t+1)(4t-1)^2 \sqrt{0}$$

$$\sin \frac{2\pi}{7} = 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7\sqrt{15}}{32}$$

$$\cos \frac{2\pi}{7} = \sqrt{1 - \frac{49 \cdot 15}{32^2}} = \sqrt{\frac{1024 - 735}{32^2}} =$$

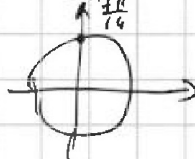
$$\frac{17}{32}$$

$$\sin \frac{4\pi}{7} = 2 \cdot \frac{7\sqrt{15}}{32} \cdot \frac{17}{32} = \frac{119\sqrt{15}}{512}$$

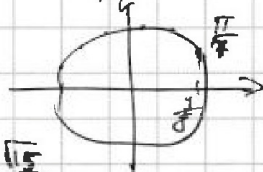
$$\sin \frac{3\pi}{7} = \frac{7\sqrt{15}}{32} \cdot \frac{7}{8} + \frac{17}{32} \cdot \frac{\sqrt{15}}{8} = \frac{66\sqrt{15}}{256}$$

$$\sin \pi =$$

Почему $\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$



$$\cos \frac{\pi}{7} = (1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$$



$$\sin \frac{\pi}{7} = \sqrt{1 - \frac{81}{64}} = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

$$\frac{265}{288}$$

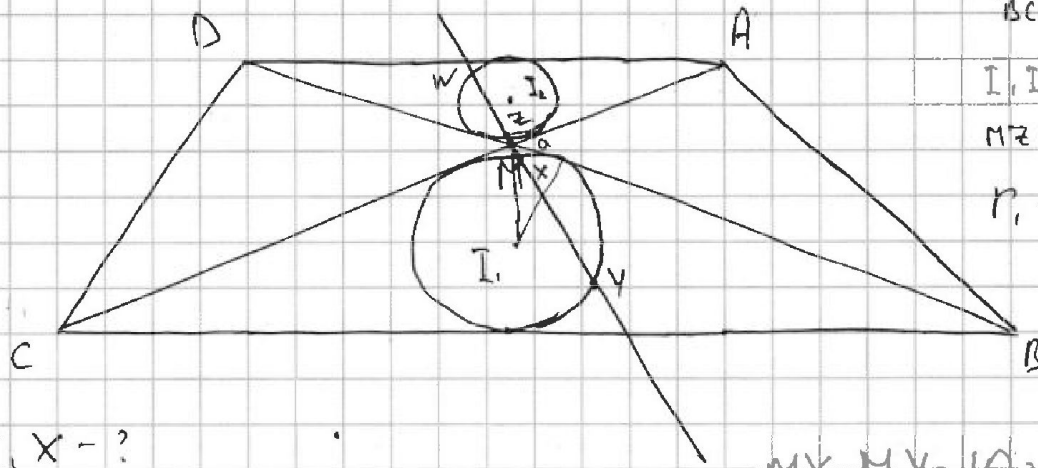


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I, I_1 = \frac{13}{2}$$

$$MX \cdot MY = 5$$

$$r_1 = ?$$

$$I, X = ?$$

4

4 и 12

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$\frac{12!}{8!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$5 \cdot 11 \cdot 9 = 99 \cdot 5 = 495$$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 35$$

$$495 - 35 =$$

$$MX \cdot MY = 10 = a^2$$

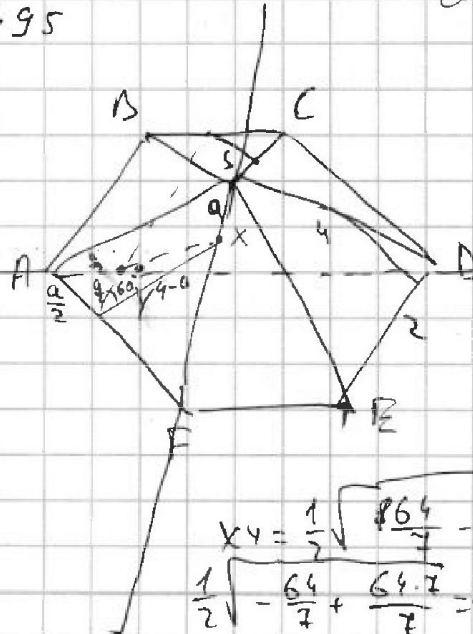
$$2 \frac{13}{6} \quad \frac{13}{3}$$

$$XY = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (4-a)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 16 - 2a + a^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4} - 2a + 16}$$

$$\frac{12!}{8!} = 4! \cdot (12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)$$

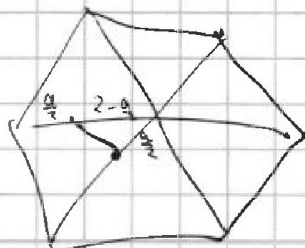
$$\frac{1}{2} \sqrt{7a^2 - 16a + 64}$$

$$OB = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$



$$XY \parallel AC$$

$$\text{найти } XY = ?$$



$$XY = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{864}{7} - \frac{128}{7} + 64} = \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{64}{7} + \frac{64 \cdot 7}{7}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{448}{7}} = 4\sqrt{8}$$