



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть дан n -угольник. Значит сумма всех его углов равна $180(n-2) = 180n - 360$.

С другой стороны наименьший угол равен 132° .

• Сумма n углов арифм. прогрессии:

$$\frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{132 + (132 + 2(n-1))}{2} n = 132n + n^2 - n = n^2 + 131n.$$

$$\text{Итого: } 180n - 360 = n^2 + 131n \Rightarrow n^2 - 49n + 360 = 0.$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 360 = 961 = 31^2 \Rightarrow n_{1/2} = \frac{49 \pm 31}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \begin{bmatrix} 40 \\ 9 \end{bmatrix}. \quad 40 > 9 \Rightarrow \text{Исходно имели } 40\text{-угольник.}$$

Ответ: 40

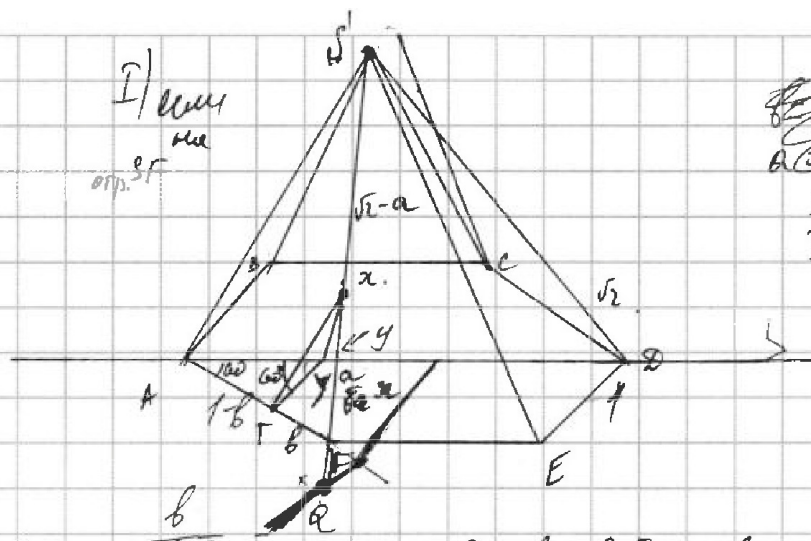


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

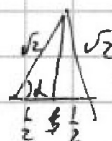
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~ST~~
AC1

$$\left. \begin{array}{l} XT \parallel AS \\ TY \parallel AB \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(ABS) \parallel (TYX)}{\parallel}$$

~~TY \parallel AB~~



$$\cos \alpha = \frac{1/2}{\sqrt{2}/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1-b = \frac{b}{\sqrt{2}-a} \Rightarrow a-a-b = b\sqrt{2}-ab$$

$$a = b\sqrt{2}$$

$$AT = TY = 1-b$$



$$\frac{b}{1} = \frac{XT}{b\sqrt{2}} \Rightarrow XT = b\sqrt{2} = a = XF$$

$$xy^2 = x^2 + y^2 - 2Tx \cdot Ty \cdot \cos \alpha$$

$$xy^2 = 2b^2 + (1-b)^2 - 2 \cdot b\sqrt{2} \cdot (1-b) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$xy^2 = \frac{2b^2 + b^2 - 2b + 1 + b^2}{2} = \frac{b}{2} = \frac{4}{2}b^2 - \frac{5}{2}b + 1$$

$$\frac{b}{2} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{5}{49}$$

$$\frac{4!}{2 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 28$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 54$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45.$$

$$\ln(5^{2x} \cdot 3^y \cdot 5^{2y}) \cdot (5^{3z}) = \ln(3^2 \cdot 5).$$

$$5^{(2x+2y+3z)} \cdot 3^y = 5^1 \cdot 3^2$$

Поскольку $\text{НОД}(5, 3) = 1$ и $x, y, z \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x+2y+3z=1 \\ y=2. \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x+3z=-3 \Rightarrow x \equiv -3 \pmod{3} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{3}, \text{ т.к. } \text{НОД}(2, 3) = 1.$$

$$z = -1 - \frac{2}{3}x.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + (1 + \frac{2}{3}x)^2 = x^2 + 4 + 1 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 = \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 5.$$

$f(x) = \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 5$ — парабола, ветви которой направлены ^{вверх} $\Rightarrow$
 минимальное значение $f(x)$ будет при $x = x_B$ (т.к. $\frac{13}{9} > 0$)

$$x_B = -\frac{\frac{4}{3}}{\frac{13}{9}} = -\frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 13} = -\frac{6}{13} \notin \mathbb{Z}$$

$$x \equiv 3$$

$$x = 3 \Rightarrow f(x) = 13 + 4 + 5 = 22.$$

$$x = 0 \Rightarrow f(x) = 0 + 0 + 5 = 5.$$

$$5 < 22 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow z = -1.$$

Ответ: 5

нужно рассмотреть
ближайшие к $-\frac{6}{13}$ такие, чтобы были целыми.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть наименьшее число множества M равно n .
Тогда M состоит из чисел: $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$.

Пусть S - сумма всех чисел множества M , тогда
 $S = n + (n+1) + \dots + (n+6) = 7n + 21$.

Пусть ~~р состоит из~~ $p = S - a$, где a - число из M ,
которое не вошло в сумму.

Аналогично $q = S - b$, где b - число из M , не вошедшее
в сумму, причем $a \neq b$.

Поскольку $n \in \mathbb{N}$, то p и $q > 2$, значит; $p, q \neq 2$
 $p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = (b - a)(a + b + 2S) = 1080$. т.к. p и q - простые

$$p = S - a = 7n + 21 - (n + k) = 6n + (21 - k), \text{ где } \begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ k \in [0; 6] \end{cases}$$

$$p \neq 2 \Rightarrow (6n + (21 - k)) \neq 2 \Rightarrow (21 - k) \neq 2 \Rightarrow k \text{ - четное, } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \in \{0, 2, 4, 6\} \Rightarrow a \in \{n; n+2; n+4; n+6\}$$

Аналогичные рассуждения для $q = S - b$:

$$b \in \{n; n+2; n+4; n+6\}$$

$$p^2 - q^2 = 1080 \Rightarrow p > q \Rightarrow a \neq b \Rightarrow a \neq n+6; b \neq n$$

Переберем все варианты:

$$1) a = n \text{ и } b = n+2 \Rightarrow 2(-2n+2+2(n+2)) = 1080$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = -n - 1 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 20 \Rightarrow 6n = 250 \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ противоречие}$$

$$\div 3 \quad \div 3 \quad \div 3$$

$$2) a = n, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 4(-2n - 4 + 2(7n + 21))$$

$$135 = -n - 2 + 7n + 21$$

$$135 = 6n + 19$$

$$\div 3 \quad \div 3 \quad \div 3 \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ Противоречие}$$

$$3) a = n, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 6(-2n - 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 3(-n - 3 + 7n + 21)$$

$$90 = 6n + 18$$

$$30 = 3n + 6$$

$$10 = n + 2 \Rightarrow n = 8 \Rightarrow a = 8, b = 14, S = 77 \Rightarrow q = 63 : 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q \notin \mathbb{P} \text{ Противоречие}$$

$$4) a = n + 2, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 2(-2n - 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -n - 3 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 18$$

$$90 = 2n + 6 \Rightarrow 45 = n + 3 \Rightarrow n = 42 \Rightarrow a = 44, b = 46, S = 305 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p = 271 \\ q = 269 \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow q = 269 \text{ и } p = 271 \text{ - противоречие}$$

$$5) a = n + 2, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 4(-2n - 8 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -2n - 8 + 2(7n + 21)$$

$$135 = -n - 4 + 7n + 21$$

$$135 = 6n + 17$$

$$\div 3 \quad \div 3 \quad \div 3 \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ - противоречие}$$

$$6) a = n + 4, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 2(-2n - 10 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -n - 5 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 16$$

$$\div 3 \quad \div 3 \quad \div 3 \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ - противоречие}$$

Итого: находим только $n = 42$

ответ: $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

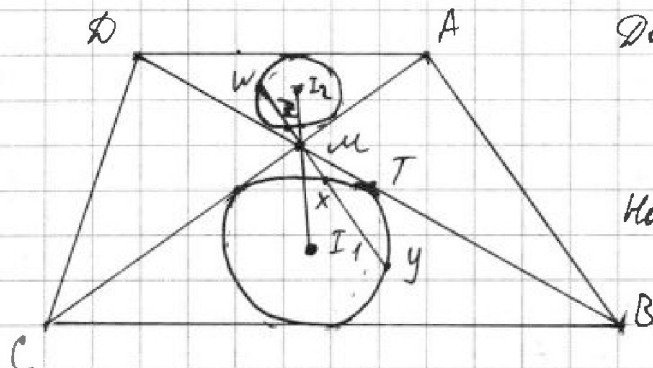


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $ABCD$ -трапеция
 $AD:BC = 1:2$
 $I_1, I_2 = 8$
 $MT \cdot MU = 9$
 Найти: R_1

Решение:

MI_1 - бисс. $\angle CMB \Rightarrow \angle CMI_1 = \frac{1}{2} \angle CMB$.
 MI_2 - бисс. $\angle DMA \Rightarrow \angle DMI_2 = \frac{1}{2} \angle DMA$.
 $\angle DMA = \angle CMB$ - вертик.
 $\Rightarrow \angle DMI_2 = \angle CMI_1$

$M \in DB \Rightarrow M \in I_1, I_2$.
 $\angle DMI_2 = \angle CMI_1$

$\triangle CMB$ и $\triangle DMA$:

$\angle DMA = \angle CMB$

$\angle DAM = \angle CMB$ - накр. лет. при $AD \parallel BC$, сеч. AC

$\Rightarrow \triangle DMA \sim \triangle BMC$
 (относ. т. М)

$\Rightarrow \triangle DMA$ гомотетична $\triangle BMC$ с коэффициентом $-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow w_2$ гомотетична w_1 с коэффициентом (-2) (относ. т. М).

$\Rightarrow R_2 = \frac{1}{2} R_1$ (где R_1 - радиус w_1 , R_2 - радиус w_2).

$MX = 2MT$; $MI_2 = \frac{1}{2} MI_1$

$MW = \frac{1}{2} MU$ по св-ву касат.

Пусть $w_1 \cap MB = T \Rightarrow MT^2 = MX + MU = 2MT \cdot MU = 18$.

$I_1 I_2 = MI_2 + MI_1 = 3MI_2 \Rightarrow MI_2 = \frac{I_1 I_2}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$

$\triangle MIT$: $IT \perp MT$ - по свойству касат $\Rightarrow$

$\angle MIT = 90^\circ \Rightarrow MI^2 = MT^2 + IT^2$ - по т. Пифагора $\Rightarrow$

$\Rightarrow IT^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 18 = \frac{94}{9} \Rightarrow IT = R_1 = \frac{1}{3} \sqrt{94}$

Ответ: $\frac{\sqrt{94}}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Треугольные пирамиды:~~

~~Не 3 точки, лежащих на 1 прямой, иначе 4 точки~~
~~назавем 4 точки в 1 особыми.~~ образуют плоскость $\neq \alpha$

~~Треугольные пирамиды; содержащие ровно:~~

1) 1 особая точка: ~~не могут содержать~~ могут содержать

$$C_4^1 \cdot (C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8) = 4(56 + 35 + 32 + 16 + 8 + 1) = 4 \cdot 196 = 784$$

2) 2 особые точки: могут содержать не более 2-х точек $\in \alpha$, иначе не пирамида $\Rightarrow$

$$\Rightarrow C_4^2 \cdot C_8^2 = 6 \cdot 28 = 120 + 48 = 168$$

3) 3 особые точки: могут содержать не более

1-й точки $\in \alpha$, иначе не пирамида $\Rightarrow$

$$\Rightarrow C_4^3 \cdot C_8^1 = 4 \cdot 8 = 32$$

4) 4 особые точки: не могут содержать точек $\in \alpha$,

иначе не пирамида $\Rightarrow C_4^4 = 1$

5) 0 особых точек $\Rightarrow$ все точки $\in \alpha \Rightarrow$ не пирамида. $\Rightarrow 0$.

$$\text{Итого: } 1 + 32 + 168 + 784 = 785 + 200 = 985$$

~~не пирамида~~

Ответ: 985.

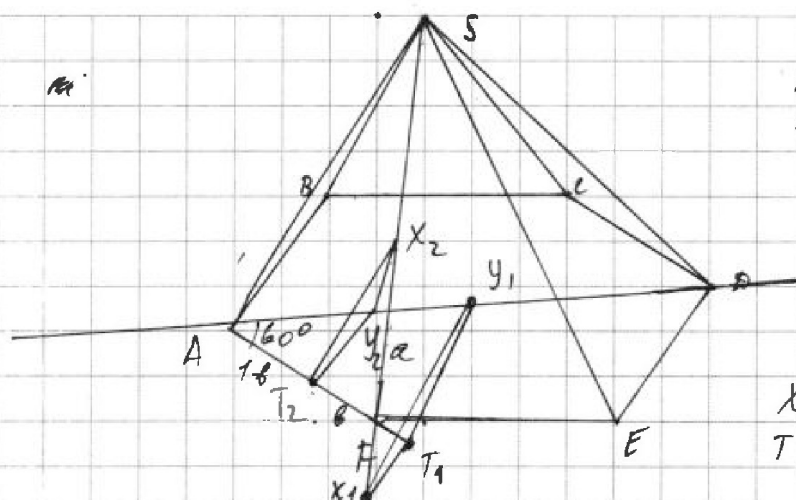


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$XE \parallel SF, XT \parallel SB, TE \parallel AF,$~~
 ~~F~~

$XE \parallel SF; (ASF): XT \parallel SA,$
 $TE \parallel AF; (ABCD): TY \parallel AD,$
 $YE \parallel CD;$

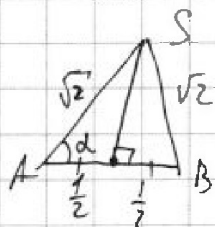
$XT \parallel SA \Rightarrow (TYX) \parallel (SAB) \Rightarrow$
 $TY \parallel AB$

$\Rightarrow XY \parallel (SAB).$

$AS \parallel TX \Rightarrow \angle SAF = \angle XTF - \text{накр. углы} \Rightarrow$
 $\angle TXF = \angle ASF - \text{накр. углы} \Rightarrow$

~~$X_2 \in \text{отр. } SF \Rightarrow T_2 \in \text{отр. } AF$~~
 $\Rightarrow \triangle XTF \sim \triangle SAF.$

$TY \parallel AB, XT \parallel AS \Rightarrow \angle XTY = \angle SAB \text{ или } \angle XTY = 180^\circ - \angle SAB.$



$\triangle SAB: SA = \sqrt{2}; SB = \sqrt{2}; AB = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos \angle SAB = \frac{1+2-2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

$$\triangle XTY: XY^2 = XT^2 + TY^2 - 2XT \cdot TY \cdot \cos \angle XTY = XT^2 + TY^2 - 2XY \cdot TY \cdot \cos \angle SAB,$$

т.к. ~~чтобы~~ XY^2 было миним. $\cos \angle XTY > 0 \Rightarrow \angle XTY = \angle SAB$

$\angle BAF = 120^\circ$

$\angle BAD = \angle DAF = 60^\circ$

$TY \parallel AB \Rightarrow \angle BYT = \angle ATY = 60^\circ \Rightarrow \triangle ATY - \text{равноб.} \Rightarrow$

$\Rightarrow AT = AY = TY.$

$TF = b \Rightarrow AT = 1-b; XF = a \Rightarrow SX = \sqrt{2}-a.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = n + 1 + n + 21 = 2n + 22$$

$\div 3$ $\div 3 \Rightarrow n \in \emptyset$

$$2) a = n, b = n + 4. \Rightarrow 1080 = 4 \cdot (2n + 4 + 2(14n + 21))$$

$$270 = 16n + 46$$
$$135 = 8n + 23$$
$$8n = 112 \Rightarrow n = 14 \Rightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 18 \\ S = \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 7 \\ \hline 217 \end{array}$$

$$217 + 21 = 238$$

$$238 - 31 = 207$$

$$\begin{array}{r} 108 \overline{) 3} \\ - 9 \overline{) 36} \\ \hline 18 \end{array}$$

$$18 + 90 =$$

$$\begin{array}{r} 305 \\ - 42 \\ \hline 263 \end{array}$$

$$2261$$

$$110 = 55 \cdot 2 =$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 4 \\ \hline 284 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ + 21 \\ \hline 305 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = n + 1 + 7n + 21 = 8n + 22.$$

$$135 = 4n + 11$$

$$4n = 124$$

$$n = 31 \Rightarrow a = 31; b = 33; S = 238, p = S - a = 207 : 3 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}.$$

Противоречие.

$$2) a = n, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 4(2n + 4 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 2n + 14n + 4 + 42 = 16n + 46.$$

$$135 = 8n + 23$$

$$8n = 112$$

$$n = 14 \Rightarrow a = 14; b = 18; S = 119 \Rightarrow p = 105 : 5 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}$$

Противоречие

$$3) a = n, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 6(2n + 6 + 2(7n + 21)).$$

$$360 = 4(n + 3 + 7n + 21).$$

$$90 = 8n + 24$$

$$\div 4 : 4 : 4 \Rightarrow n \notin \mathbb{P} \text{ Противоречие.}$$

$$4) a = n + 2; b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 2(2n + 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = n + 3 + 7n + 21$$

$$270 = 8n + 24$$

$$\div 8 : 8 : 8 \Rightarrow n \notin \mathbb{P} \text{ - Противоречие.}$$

$$5) a = n + 2, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 4(2n + 8 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 2n + 8 + 14n + 42.$$

$$135 = n + 4 + 7n + 21$$

$$135 = 8n + 25$$

$$\Rightarrow 8n = 110 \Rightarrow n = \frac{55}{4} \notin \mathbb{P} \text{ - противоречие.}$$

$$6) a = n + 4, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 2(2n + 10 + 2(7n + 21))$$

$$270 = n + 5 + 7n + 21$$

$$270 = 8n + 26 \Rightarrow 8n = 244 \Rightarrow n = 30.5 \notin \mathbb{P}$$

$$135 = 4n + 13 \Rightarrow 4n = 122$$

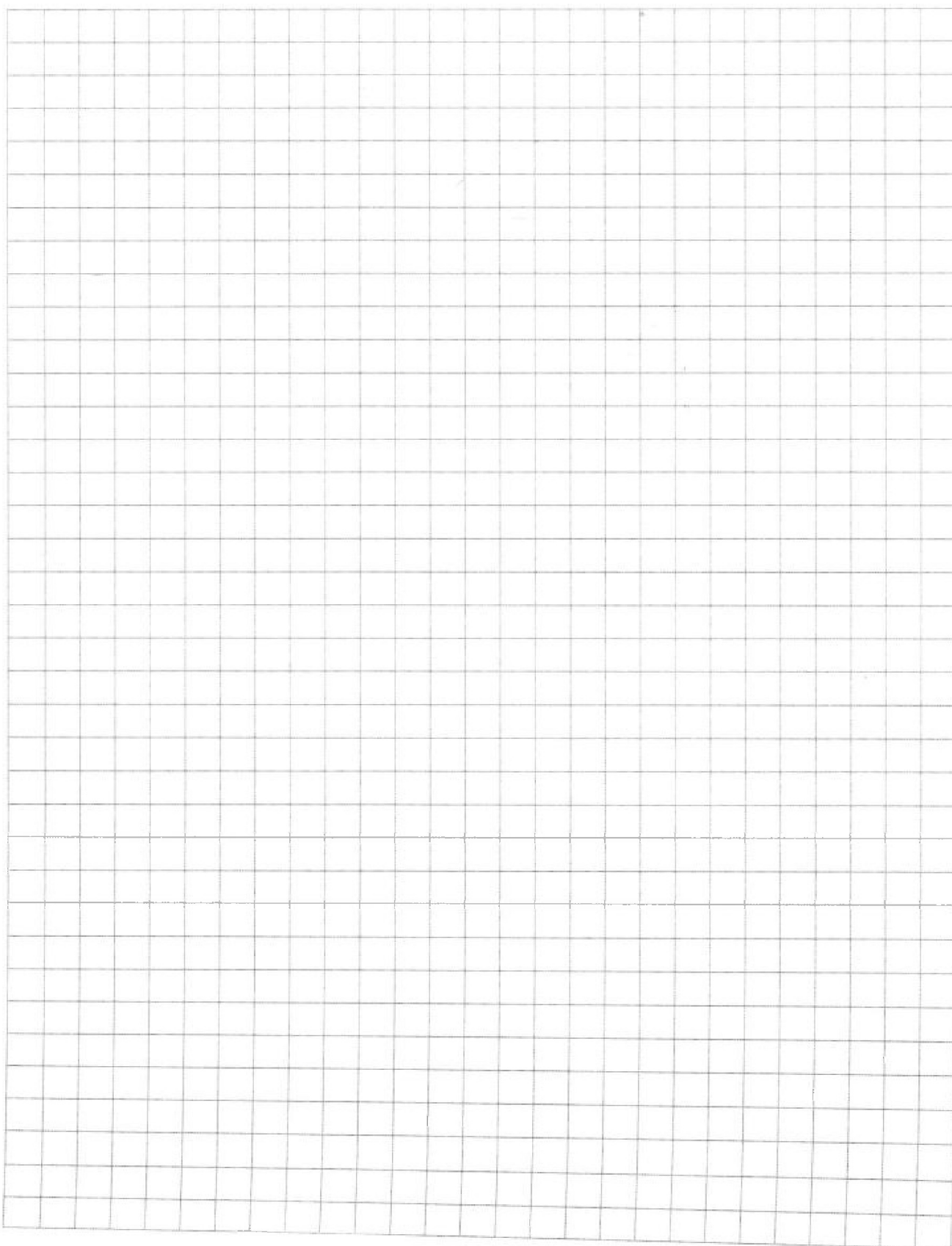


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5, n \in \mathbb{N}$

$$(p+2)/(p+9) = 1080.$$

$$\begin{matrix} (a-c) & (a+c+2b) \\ \downarrow & \downarrow \\ \in [1; 6] & (b+n+21) \end{matrix}$$

$$1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^1$$

$$\sum_{i=1}^n r_i = n+21$$

$$p \neq q \Rightarrow \text{нечетное} \Rightarrow 6n + (k+1)$$

$$p > 2$$

~~продолжить~~

~~продолжить~~

~~продолжить~~

и не одной четности

и ~~различны~~ $\in (n+2, n+4, n+6) \cap$

$$a-c = \begin{cases} 2 \\ 4 \end{cases}$$

$$a-c=2 \Rightarrow a+c+2b = \underline{540}$$

$$1) \quad n+2 \text{ и } n+4 \Rightarrow 2n+6+$$

$$\begin{aligned} p &= a+b \\ q &= b+c \end{aligned} \quad \begin{aligned} \nearrow & \text{— общий член} \\ \searrow & \end{aligned}$$

$$p+q \neq p, a > c$$

$$\begin{array}{r} 108 \quad | \quad 4 = 2^2 \\ \underline{8} \quad | \quad 2 \neq 3^3 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \cdot \quad 5 \\ \times 27 \\ \hline \times 216 \\ \hline 1080 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee \frac{1}{2}$$

$$4 \sin \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} < 4 \sin \frac{3\pi}{14} < 4 = 4 \sin \frac{\pi}{2}$$

5

$$\frac{1}{2} < 1 < 5 \sin \frac{1}{2} < 5 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14}$$



$$0 < 3 \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{3}{2}$$

$$0 < 4 \cos \frac{3\pi}{7} < 2$$

$$-2 < -4 \cos \frac{3\pi}{7} < 0$$

$$-2 < 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} < \frac{3}{2}$$

$$9 - 5 + 8 = 2$$

$$= 84 - 51 + 49 = 82$$

$$\textcircled{2} = 51 - x^{1/3} 9 - x^{2/3} 8$$

$$5 - 4 \sin 3x \vee 3 \sin 3x - 4 \cos 6x$$

$$\left[\frac{2}{5}, 1 \right] \text{ and } \left[\frac{1}{5}, 2 \right]$$

$$5 - \sin 9x \vee 6 \sin 6x \cdot \cos 3x - 4 \cos 6x$$

$$1/3 \sin 6x \cdot 1/5 \sin 9x - x^{1/3} 8 - x^{2/3} 9$$

$$5 + 4 (\sin x - \sin 3x) \vee 3 \sin 3x$$

$$x^{1/3} 8 + 4 \sin x - x^{1/3} 5 \sin 3x + x^{2/3} 12 - 5$$

$$5 - 8 \sin 4x \cos 5x \vee 3 \sin 3x$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{14}$$

$$8 (1 - \sin 4x \cos 5x) \vee 3 (1 - \sin 3x)$$

$$8 - 7 = 1$$

$$\sin \frac{9\pi}{14} = \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} = \cos \frac{4\pi}{7}$$

$$\cos \frac{3\pi}{7} = \sin \frac{\pi}{7}$$

$$8 \sin^3 x - 4 \sin x$$

$$8 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$2 \cdot \frac{2}{5} - \frac{8}{5}$$

$$2 \cdot \frac{2}{5} \cdot 4 - \frac{8}{5} \cdot 3 = 18$$

$$2 = \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{8}{5} \cdot 4 - \frac{2}{5} \cdot 5 = 11 \vee$$

$$0 \leq \frac{2}{5} = x$$

$$2 = 1 - \frac{2}{5} = x$$

$$\sin 3x = \sin x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = S - a \leftarrow \text{т.е. число, а не буква.}$$

$$q = S - b$$

$$(p - q) / (p + q) = 1080$$

$$(b - a) / (2S - a - b) = 1080$$

$$\begin{aligned} S &= 4n + 21 \\ S - a &= 2k + 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 4n + 19 \\ b &= 4n + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 315 \\ - 44 \\ \hline 271 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ \hline 254 + 21 \\ \hline 315 \end{array}$$

$$1) \begin{aligned} a &= n + 2 \\ b &= n + 4 \end{aligned} \Rightarrow 540 = 2S - a - b = 74n + 42 - 2n - 6 = 12n + 36$$

$$\begin{array}{r} 540 \quad | 12 \\ - 48 \quad | 95 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$45 = 4 + 3$$

$$n = 42$$

$$a = 44; b = 46$$

$$\Rightarrow S = 315; p = 271; q = 269$$

$$2) \begin{aligned} a &= n + 4 \\ b &= n + 6 \end{aligned} \Rightarrow 270 = 14n + 42 - 2n - 8 = 12n + 34$$

$$3) \begin{aligned} a &= n + 4 \\ b &= n + 6 \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 30 + 24 = 54 \\ 256 - 54 = 202 \end{array}$$

$$540 = 14n + 42 - 2n - 10 \Rightarrow 540 = 12n - 32 \Rightarrow 572 = 12n \Rightarrow n = 47.6$$

$$n = 42$$

$$\cos \frac{x+y}{2} - \cos \frac{x-y}{2} =$$

$$5 - 4 \cos \frac{2x}{2} \vee 3 \cos \frac{2x}{2} - 4 \cos \frac{3x}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} = t$$

$$5 - 4 \cos x \vee 3 \cos 2x - 4 \cos 3x$$

$$5 \vee 4(\cos x - \cos 3x) + 3 \cos 2x$$

$$5 \vee 8 \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x$$

$$8 \sin^2 x + 8 \sin^2 2x - 3 \sin^2 x - 3 \cos^2 2x + 8 \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d=2$$

$$a_1 = 132$$

$$\sum a_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{(2a_1 + d) \cdot n}{2}$$

$$\text{сумма } n \text{ членов } n\text{-угольника} = 180(n-2)$$

$$\frac{264+2}{2} \cdot \frac{266 \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$360n - 360 = 360(n-2) = 266n$$

$$260n + 100n - 720 = 266n$$

$$84n = 720$$

$$4 \cdot 21 = 360 \cdot 2$$

$$n = \frac{360}{44} \approx 8$$

2x ln 5

$$\ln 75 = \ln 25 + \ln 3$$

$$\ln 125 = \ln 25 + \ln 5$$

x, y, z

$$x \ln 5 + y \ln 5 + y \ln 3 + z \ln 25 + z \ln 5 = 2 \ln 5 + \ln 5$$

$$x \ln 5 + y \ln 5 + z \ln 25 = \ln 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$2x + 2y + 3z = 1$$

$$y = 2$$

$$2x + 3z = -3$$

$$x = 3$$

$$z = -1 - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + (1 - \frac{2}{3}x)^2 = x^2 + 4 + 1 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 = x^2 + \frac{16}{9}x + 5$$

$$y_{\min} = ?$$

$$x_0 = \frac{-16}{9} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{8}{9}$$

$$-1 \Rightarrow 6 - \frac{16}{9} = \frac{54-16}{9} = \frac{38}{9} \approx 4.2$$

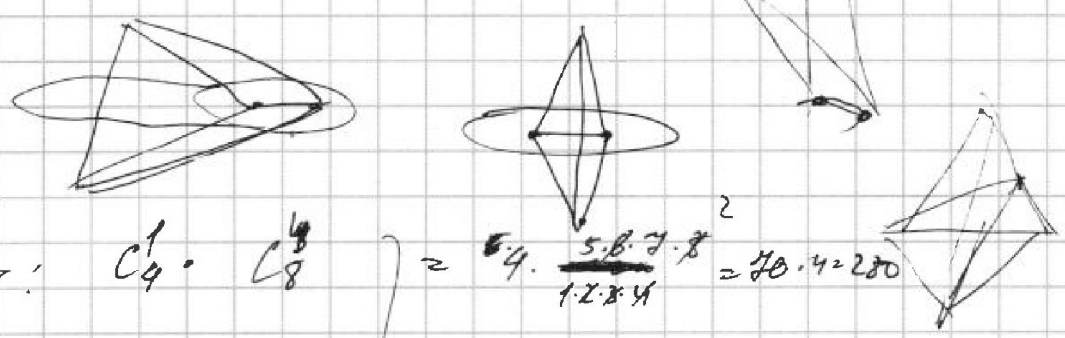
$$0 \Rightarrow 5$$

$$-3 \Rightarrow 14 - \frac{16}{9} \approx 13.8$$

$$14 + \frac{15}{9} \cdot 3$$

или из 4 точек: $C_4^3 = 4 \Rightarrow 1 + 8 \cdot 4 = 33$ ↓ особая точка 4 особых точки
 $C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 56 - 3 \text{ из оир.} \Rightarrow 33 + 216 = 249$
 $56 \cdot 4 = 216$ ↑ 1 особая + 3 оир.

~~или из 5 точек~~ 2 особые точки $\Rightarrow C_4^2 \cdot C_8^2 = 6 \cdot 28 = 168$
 $3 \cdot 1 = 6$ $\frac{8 \cdot 7}{2} = 4$ $120 + 48$



$C_4^1 \cdot C_8^4 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4 \cdot 70 = 280$
 $C_4^2 \cdot C_8^5 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 32 \cdot 4 = 128$
 $C_4^3 \cdot C_8^6 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 32 \cdot 4 = 128$
 $C_4^4 \cdot C_8^7 = 4 \cdot 8 = 32$
 $C_4^5 \cdot C_8^8 = 4 \cdot 1 = 4$

$280 + 128 + 128 + 32 + 4 = 572$
 $572 - 16 = 556$

$5x^2 + 3y^2 = 3 \cdot 5$
 $5x^2 + 3y^2 = 15$
 $2x + 3z = -3$
 $y = 2 \Rightarrow 2x + 4 + 3z = 1$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Понес QR-кода непонятна!



$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{132 + 132 + 2(n-1)}{2} \cdot n = n(n+1) + 132n$$

$$18(n-2) = -n^2 + 133n$$

$$n^2 - 133n + 180n + 560 = 0$$

$$n^2 - 49n - 360 = 0$$

$$49^2 + 360 \cdot 4$$

$$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 49n - 360 = 0$$

$$D = 49^2 - 360 \cdot 4 = 31^2$$

$$\Rightarrow n = \left[\frac{49 \pm 31}{2} = \frac{80}{2} = 40 \right]$$

$$\frac{49 - 31}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3600 \\ \times 4 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 44 \\ \hline 16 \\ 176 \\ \hline 176 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 4 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ 1440 \\ \hline 961 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 329 \\ 1440 \\ \hline 1769 \end{array}$$

$$961 + 1769 = 2730$$

$$2204$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$$

$$4 \cdot 8 = 32$$

$$32 + 1 = 33$$

$$+ 2209$$

$$+ 1440$$

$$3649$$

$$3649$$

$$\begin{array}{r} 30793 \\ 1968 \\ \hline 32761 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1968 \\ \times 4 \\ \hline 7872 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181 \\ \times 181 \\ \hline 32761 \end{array}$$

$$0 = 181^2 - 492 \cdot 4$$

$$n^2 - 191n + 492 = 0$$

$$180n - 360 = 132 + n^2 - n$$

$$S = (n-2) \cdot 180$$

$$\frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(264 + (n-1) \cdot 2)n}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_1 = a_2 - d$$

$$d = -2$$

$$a_1 = 132 \Rightarrow 132 + 132 + 2n$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поряд. QR-кода неопустим!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

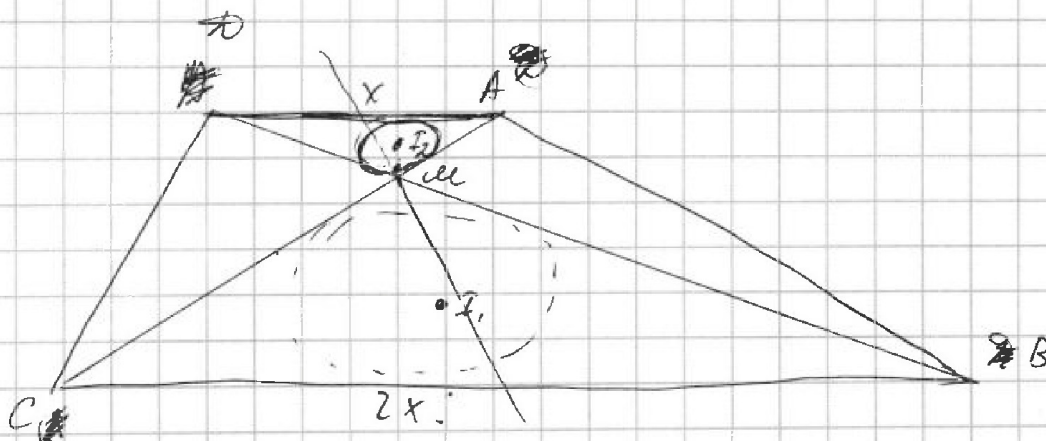
$n, n+1, \dots, n+6$ - 7 чисел.

$$\sum_{i=0}^6 p_{i+1} = p.$$

Пусть это

a, b и c
попарно
всё

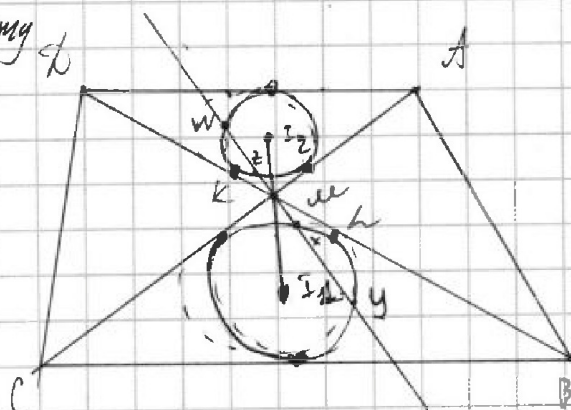
$$(a+b)^2 - (b+c)^2 = 1080.$$



$$mz = \frac{1}{2}mx = 5mx = 2mz$$

$$mL^2 = mx \cdot my = 2mz \cdot my$$

$$mL = 3\sqrt{2}.$$



$$2AD = BC.$$

$$mz \cdot my = 9.$$

$$I_1, I_2 = 8.$$

$$R_1 = ?$$

$$mL = 2mk.$$

$$mL^2 = mx \cdot my$$

$$mk^2 = mz \cdot mw$$

$$4mz \cdot mw = mx \cdot my$$

$$km^2 + k^2 = I_2 m^2$$

$$mI_1^2 + 4km^2 + k^2 = I_1 m^2 = 4$$

$$2I_2 m = I_1 m \Rightarrow \\ \Rightarrow I_2 m = \frac{8}{3}; I_1 m = \frac{16}{3}.$$

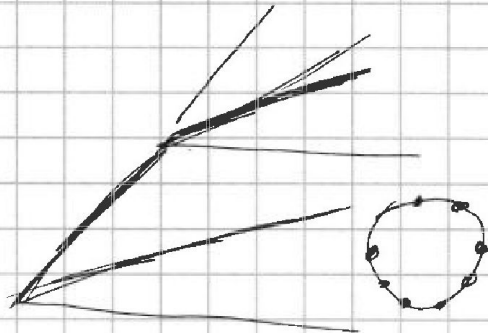


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2.

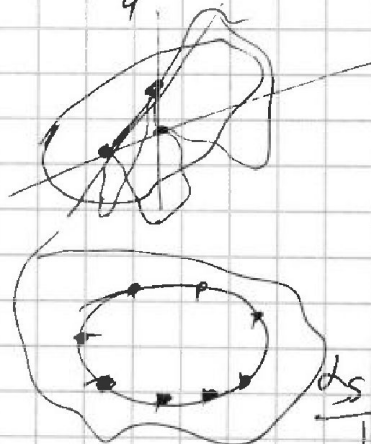
1.

3.

4.

123

123	123	} 4 нр.
124	124	
234	134	
134	234	



C3
C4
C5
C6
C7
C8
C9

8 9 8
9 4
5 1 5

8 0 5
4 4
4 4

$$12 \cdot 3 = \frac{2}{9 \cdot 9 + 1} = 9 + 2 + 6 = 17$$

3 1 3
1 2
4 8 2
4 4
4 4
1 2
5 6

8 9 8
3 4 1
4 4
5 1 5