



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SAB CDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\alpha_1 = 143^\circ$  - первый элемент прогрессии  $\max n$  - ?  
 $d = 2^\circ$  - разность прогрессии.  $n$ -го члена вершины  
Вычислим сумму углов двумя способами:

$$S = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} \cdot n \quad \text{и} \quad S = 180^\circ(n-2) - \text{сумма углов выпуклого многоугольника}$$

Таким образом:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} \cdot n = 180^\circ(n-2)$$

$$\alpha_1 + \alpha_1 + d(n-1) \cdot n = 180^\circ(n-2)$$

$$(2\alpha_1 + (n-1)d) \cdot n = 360^\circ(n-2)$$

$$2\alpha_1 n + n^2 d - nd = 360n - 720$$

$$n^2 d + n(2\alpha_1 - d - 360) + 720 = 0$$

$$2n^2 + 76n + 720 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 361 - 360 = 1$$

$$n_{1,2} = 19 \pm 1 = \begin{cases} 20 \\ 18 \end{cases} \Rightarrow \max n = 20 \quad 18$$

(или  $19 \pm 180$ )

Ответ: 20 18

Проверка:

~~$$\frac{143 + 143 + 2 \cdot 19}{2} \cdot 20 = 17$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2.

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(2^{4x} 2^{3y} 2^3 3^z) = \ln 6$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y+3z-1=0 \\ z=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 4x+3y+2=0$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

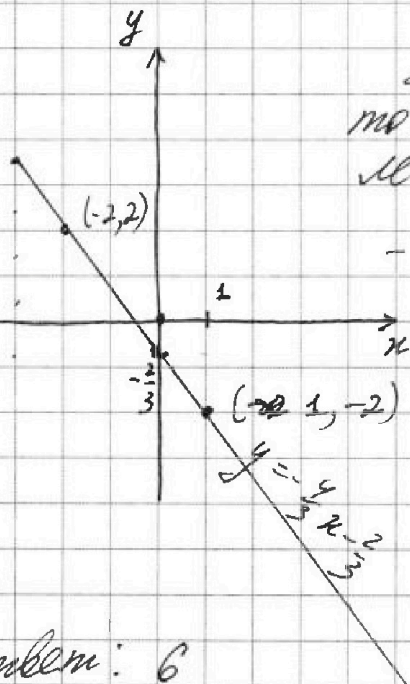
Заметим, что минимальная точка с целыми координатами лежащая на прямой  $y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$  - это  $(1, -2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \min(x^2 + y^2) = 5, \text{ а}$$

$$z = 1 = \text{const} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \min(x^2 + y^2 + z^2) = 6$$

Ответ: 6







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

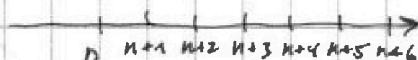
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Пусть  $n$  - первое число из множества  $M$ , тогда  
( $n \in \mathbb{N}$ )  
числа  $n+1, n+2, \dots, n+6$  - следующие:



Рассмотрим сумму возможных тестов:

$$6n+15 \leq \Sigma \leq 6n+21 \quad (\text{где } \Sigma - \text{сумма}).$$

По условию  $\Sigma$  - простое число, но среди значений  $\Sigma$  только два простых:  $6n+17, 6n+19$

$$\Rightarrow p = 6n+19, q = 6n+17. \text{ По условию:}$$

$$p^2 - q^2 = (6n+19)^2 - (6n+17)^2 = 2(12n+36) = 792 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12n = 360 \Rightarrow n = 30 \Rightarrow M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}.$$

(Если  $q = 6n+19, p = 6n+17$ , то

$$p^2 - q^2 = -2(12n+36) = 792 \Rightarrow n \notin \mathbb{N}, \text{ значит}$$

$p > q$ )

$$\text{Ответ: } M = \{30, 31, 32, 33, 34, \cancel{35}, 35, 36\}.$$





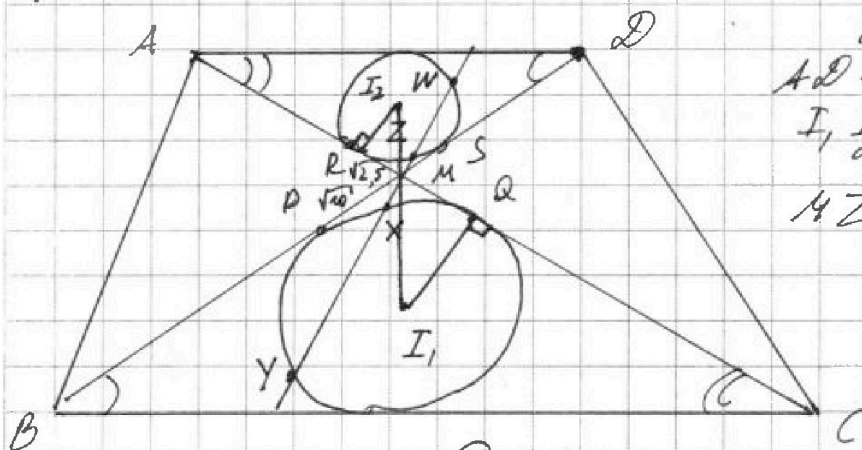
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



Дано:

$$AD : BC = 1 : 2,$$

$$I_1, I_2 = \frac{1}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

Найти:

$$r_1 - ?$$

Решение:

1)  $\triangle BMC \sim \triangle DMA$  (по двум углам)

$$\begin{cases} \frac{BC}{AD} = \frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2 = \frac{1}{\frac{1}{2}} \\ MZ \cdot MY = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MX \cdot MW = MY \cdot MZ = 2 \cdot 5 \\ \frac{MY}{MW} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} MX \cdot \frac{MY}{2} = 5 \\ 2 \cdot MW \cdot MZ = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MX \cdot MY = 10 \\ MW \cdot MZ = 2,5 \end{cases}$$

Пусть,  $P, Q, R, S$  - точки касания окружностей и диаметры, тогда  $PM^2 = MX \cdot MY$ ,

$MR^2 = MZ \cdot MW$ , по теореме о касательной и секущей  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} PM^2 = MR^2 = 10 \Rightarrow PM = MR = \sqrt{10} = 2\sqrt{2,5} \\ PM^2 = SM^2 = 2,5 \Rightarrow PM = SM = \sqrt{2,5} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Окружности  $u_1, u_2$  вписаны в равные вертикальные  $\Rightarrow$  центры лежат на одной биссектрисе  $\Rightarrow I_1, M, I_2$  - на одной прямой.

Таким образом:

$$I_1 M + M I_2 = I_1 I_2 \Rightarrow \sqrt{r_2^2 + 2,5} + \sqrt{4r_2^2 + 10} = \frac{13}{2}$$

(где  $r_2 = I_2 R$ ,  $2r_2 = r_1 = I_1 Q$ )

$$\Rightarrow \sqrt{r_2^2 + 2,5} = t, \text{ а } \sqrt{4r_2^2 + 10} = 2\sqrt{r_2^2 + 2,5} = 2t$$

$$\Rightarrow 3t = \frac{13}{2} \Rightarrow t = \frac{13}{6} \Rightarrow \sqrt{r_2^2 + 2,5} = \frac{13}{6}$$

$$r_2^2 + 2,5 = \frac{169}{36}$$

$$r_2^2 = \frac{169 - 90}{36} = \frac{79}{36} \Rightarrow r_2 = \frac{\sqrt{79}}{6} \Rightarrow r_1 = 2r_2 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{79}}{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14})} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 5 \sqrt{-8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14} + 4}$$

Введём  $t = \sin \frac{\pi}{14}$  и рассмотрим равенство  
выражений:

$$16t^3 + 8t^2 - 4t + 1 = (t+1)(4t-1)^2$$

Разложим на множители:

$$16t^3 + 8t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$t = -1: -16 + 16 = 0 - \text{верно}$$

$$(t+1)(16t^2 - 8t + 1) = (t+1)(4t-1)^2$$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 4t + 1 & t+1 \\ \hline 16t^3 + 16t^2 & \\ \hline -8t^2 - 4t + 1 & \\ -8t^2 - 8t & \\ \hline 4t + 1 & \\ -4t - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ключевой П.к.,  $\sin \frac{\pi}{14} \in (0; 1)$ , то

равенство выражений равная:

$$(\sin \frac{\pi}{14} + 1)(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$180^\circ(n-2)$$

$$\alpha_1 = 143^\circ$$

$$d = 2^\circ$$

$$S_n = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} n = 180^\circ(n-2)$$

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_1 + (n-1)d}{2} n = 180^\circ(n-2)$$

$$S_n = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} n = \frac{\alpha_1 + \alpha_1 + (n-1)d}{2} n =$$

$$= \frac{2\alpha_1 + (n-1)d}{2} = 180(n-2)$$

$$\frac{286 + (n-1)2}{2} = 180(n-2)$$

$$286 + 2n - 2 = 360n - 720$$

$$284 + 720 = 358n$$

$$1004 = 358n$$

$$(2\alpha_1 + (n-1)d)n = 360(n-2)$$

$$2\alpha_1 n + n^2 d - dn = 360n - 720$$

$$n^2 d + n(2\alpha_1 - d - 360) + 720 = 0$$

$$2n^2 + n(286 - 2 - 360) + 720 = 0$$

$$2n^2 + n(284 - 360) + 720 = 0$$

$$2n^2 - 76n + 720 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 361 - 360 = 1$$

$$n_{1,2} = 19 \pm 1 = 20$$

$$\begin{aligned} 10 \cdot 2 &= 20 \\ \frac{286 + 38}{2} &= 162 \\ \frac{324}{2} &= 162 \\ \frac{286 + 2 \cdot 19}{2} &= 162 \\ 180 \cdot 18 &= 3240 \\ \frac{143 + 143 + 2 \cdot 19}{2} &= 162 \\ \frac{286 + 38}{2} &= 162 \\ \frac{143 + 19}{2} &= 81 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6, \quad \min(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 2^2 \cdot 6 = \ln 6$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 2z) = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 2z \ln 4 + z \ln 6 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 2z \ln 2 + z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 (1 - z)$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \quad \vee \quad 4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}) - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{4} - 4 \sin \frac{3\pi}{4}) \quad \vee \quad 4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}) - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = t \in [0; 1]$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) \quad \vee \quad 4(1 - 2t^2) - 5t$$

$$16t^3 + 12t + 5 \quad \vee \quad -8t^2 - 5t + 4$$

$$f(t) = 16t^3 + 12t + 5 \quad g(t) = -8t^2 - 5t + 4 = -(8t^2 + 5t - 4) =$$

$$= -(8t^2 + 4\sqrt{2} \cdot \frac{5}{4\sqrt{2}} + \frac{25}{32} - \frac{15}{32})$$

#



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16t^3 - 12t + 5 + 8t^2 + 5t - 4 =$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = (t+1)(16t^2 - 8t + 1)$$

$$t = -1:$$

$$-16 + 8 + 7 + 1$$

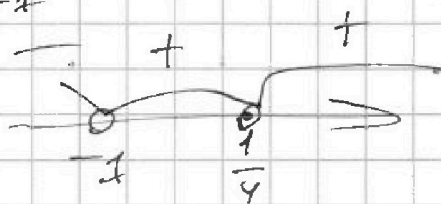
$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 & t + 1 \\ \hline 16t^3 + 16t^2 & 16t^2 - 8t + 1 \\ \hline -8t^2 - 7t & \\ \hline -8t^2 - 8t & \\ \hline t + 1 & \end{array}$$

$$16t^2 - 8t + 1 = 0$$

$$\Delta = 16$$

$$(4t - 1)^2$$

$$(t+1)(4t-1)^2 \geq 0$$



Заметим, что

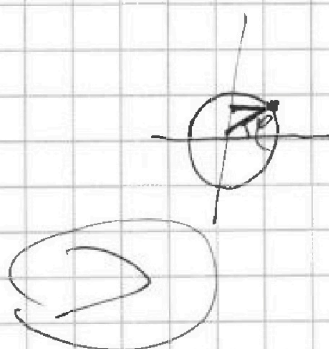
$$f(t) - g(t) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \in (-1; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{1}{19} \leq 1$$

$$16t^2$$

$$(4t-1)^2 \geq 0$$





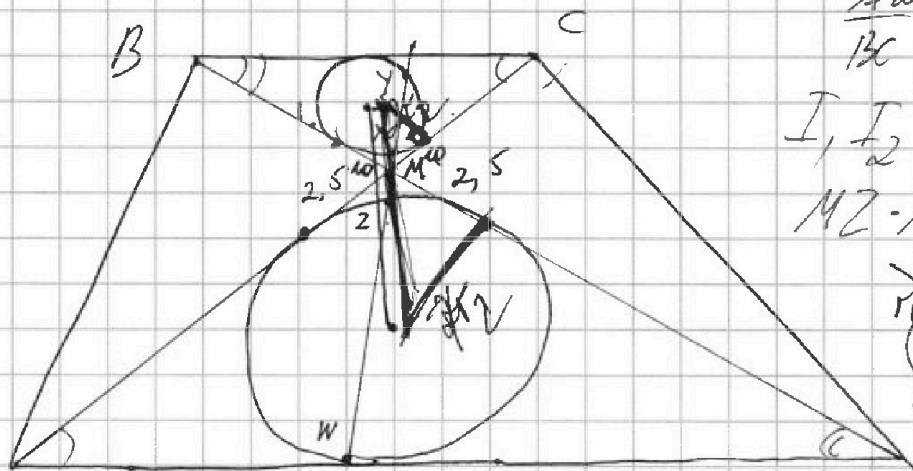


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

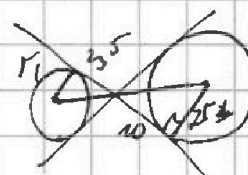
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I, I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$



$$\Delta CMB \sim \Delta AMD$$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{MY}{MW} = \frac{MX}{MZ} \quad MY = 2$$

$$MY \cdot MZ = MX \cdot MW = 5$$

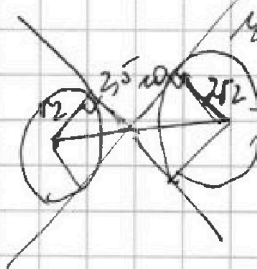
$$\frac{MY}{MW} = 2$$

$$\frac{MX}{MZ} = 2, \quad MX = 2MZ$$

$$MX \cdot MW = 5$$

$$MX \cdot MW = 5$$

$$2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$



$$\frac{MY}{MW} = 2$$

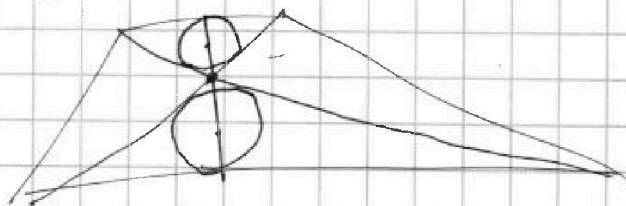
$$2 \cdot MZ \cdot MW = 5$$

$$MX \cdot MW = \frac{MY}{2}$$

$$MZ \cdot MW = 2.5$$

$$MX \cdot MY = 10$$

$$\sqrt{10^2 + 8r_1^2} + \sqrt{2.5^2 + r_1^2} = \frac{13}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1,2^2 + 6,25} + \sqrt{100 + 4r_2^2} = \frac{13}{2}$$

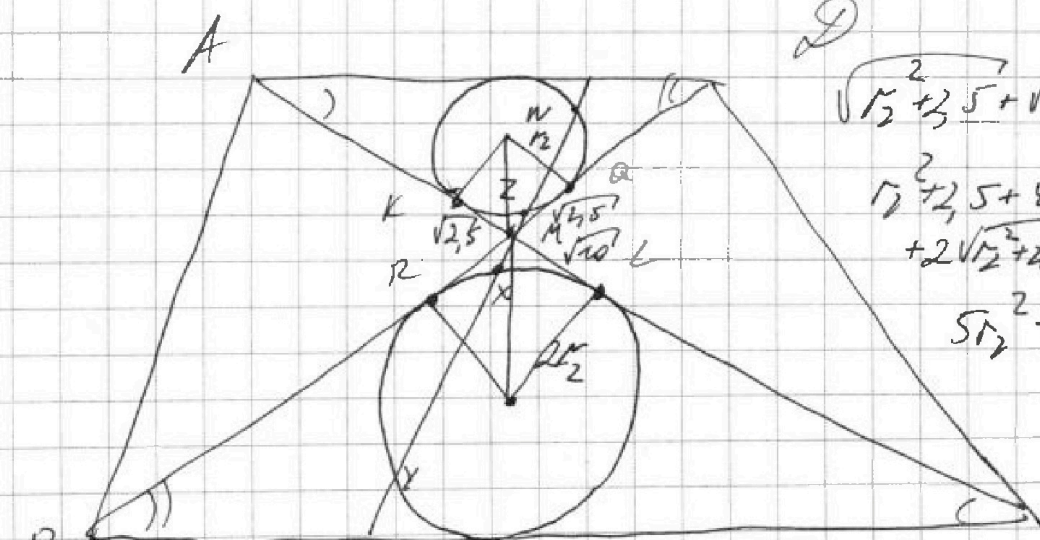
$$1,2^2 + 6,25 + 100 + 4r_2^2 + 2\sqrt{1,2^2 + 6,25} \cdot \sqrt{100 + 4r_2^2} = \frac{169}{4}$$

$$6\frac{1}{4} + \frac{400}{4}$$

$$\sqrt{10^2 + 4r_2^2} + \sqrt{(2,5)^2 + 1,2^2} = \frac{13}{2}$$

$$\sqrt{1,2^2 + 6,25} + \sqrt{4r_2^2 + 100} = \frac{13}{2}$$

$$1,2^2 + 6,25 + 4r_2^2 + 100 + 2\sqrt{1,2^2 + 6,25} \cdot \sqrt{4r_2^2 + 100} = \frac{169}{4}$$



$$\sqrt{1,2^2 + 6,25} + \sqrt{4r_2^2 + 100} = \frac{13}{2}$$

$$1,2^2 + 6,25 + 4r_2^2 + 100 + 2\sqrt{1,2^2 + 6,25} \cdot \sqrt{4r_2^2 + 100} = \frac{169}{4}$$

$$5r_2^2 + 1$$

$\triangle CMB \sim \triangle AMD$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2$$

$$MR = \sqrt{100} = 2\sqrt{2,5}$$

$$MX \cdot MY = 10 = MR^2$$

$$MX \cdot MW = 5$$

$$\frac{MX}{MZ} = 2 \quad \frac{MY}{MW} = 2 \Rightarrow MW = \frac{MY}{2}$$

$$\begin{cases} MZ \cdot MY = 5 \\ \frac{MY}{MW} = 2 \end{cases} \Rightarrow MY = 2MW \Rightarrow MZ \cdot MW = 2,5 = MK^2$$

$$MK = \sqrt{2,5}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{r_2^2 + 2,5^2}$$

$$\sqrt{t} + 2\sqrt{t} = \frac{13}{2}$$

$$3\sqrt{t} = \frac{13}{2}$$

$$\sqrt{t} = \frac{13}{6}$$

$$t = \sqrt{\frac{13}{6}}$$

$$r_2^2 + 2,5^2 =$$

$$143 + 1$$

$$286 + 3^4 = 160$$

$$286 + 2 \cdot 19 \cdot 20 = 9 \cdot 18$$

$$2 \sqrt{79} + 10 = 29$$

$$\frac{324}{2}$$

$$13$$

$$\frac{169}{3} = \frac{324}{2} = 180 - 18$$

$$286 + 389$$

$$286 + 2 \cdot 19$$

$$\sqrt{r_2^2 + 2,5^2} + \sqrt{r_1^2 + 10^2} = \frac{13}{2}$$

$$\sqrt{r_2^2 + 2,5^2} + 2\sqrt{r_2^2 + 2,5^2} = \frac{13}{2}$$

$$3\sqrt{t} = \frac{13}{2}$$

$$\sqrt{t} = \frac{13}{6}$$

$$\sqrt{r_2^2 + 2,5^2} = \frac{13}{6}$$

$$r_1^2 + 2,5^2 = \frac{169}{36}$$

$$r_2^2 + \frac{10}{36} = \frac{169}{36}$$

$$r_2^2 = \frac{79}{36}$$

$$r_2 = \frac{\sqrt{79}}{6}$$

$$r_1 = 2r_2 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

$$\frac{79}{36} \times \frac{90}{36}$$

$$\frac{13}{6} \times \frac{13}{3} \cdot \frac{13}{2} \cdot \frac{13}{6}$$



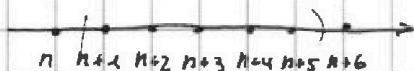
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$6n+15 \leq \sum \leq 6n+21$$

$$\sum = 6n+17 = p^2 - q^2 = 792$$

$$\sum = 6n+19 = p^2 \quad (6n+19)^2 - (6n+17)^2 = 792$$

$$2(6n+19+6n+17) = 792$$

$$12n+36 = 386$$

$$M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\} \quad 6n+18 =$$

$$2n+6 = 66$$

$$2n = 60$$

$$n = 30$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$

$$\min(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = 0$$

$$z - 1 = 0$$

$$3z - 3 = 0$$

$$4x + 3y + 2 = 0$$

$$z = 1$$

$$4x + 3y + 2 = 0$$

$$3y = -4x - 2$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

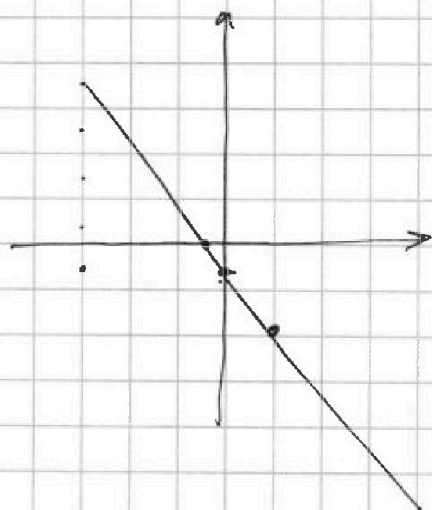
$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln 2^{4x} 2^{3y} 2^{3z} 3^z = \ln 6$$

$$2^{4x+3y+3z} 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3z-1} 3^{z-1} = 1$$

$$\begin{cases} 4x + 3y + 3z - 1 = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow$$



$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 =$$

$$= 4 \ln 2 - 6 \ln 2 + 3 \ln 2 + \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$x^2 + y^2 \neq 1$$

$$x = -1$$

$$z = 1$$

$$y = -2 \quad (x, y, z) = (-2, 1, 1)$$

$$4x + 3y + 2 = 0$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$4x + 3y = -2$$

$$x^2 + y^2 = a$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$x^2 - \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}x$$

5

6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

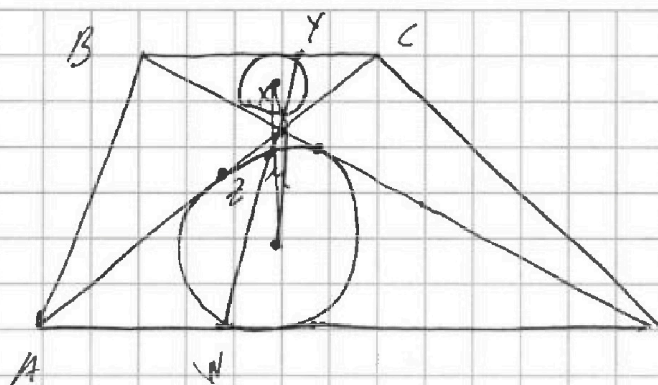
☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AZ}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I_1, I_2, I_1, I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ - MY = 5$$

20

$$\triangle AMO \sim \triangle CMO$$

$$\frac{MZ}{MY} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{MW}{MY} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{MZ + ZW}{MX + XMY}$$

$$\frac{MZ}{MY} + \frac{ZW}{MY} = 2$$

$$\frac{5 + ZW}{MX} = 2$$

$$5 + ZW = 2MX$$

$$x \ln 6 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6, \quad \min(x^2 + y^2 + z^2) = ?$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3(1 - z)$$

$$x \ln 6 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$n(\ln 6, \ln 8, \ln 24)$$

$$(4 \ln 2, 3 \ln 2, 3 \ln 2 + \ln 3)$$

A, B, C

$$Ax + By + Cz = \ln 6$$

$$0 - 3 \ln 2 + 3 \ln 2 + \ln 6 = \ln 6$$

$$0 = 3$$

$$-4 \ln 2 - 3 \ln 2 + 3 \ln 2 + \ln 2 + \ln 3 = \ln 6$$

$$\ln 2 + \ln 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$5 - 4 \sin \frac{3}{4} \Rightarrow 4 \cos \frac{1}{4} - 5 \sin \frac{1}{4}$$

$$16 \sin \frac{3}{4} - 12 \sin \frac{1}{4} + 5 \Rightarrow -8 \sin \frac{1}{4} - 5 \sin \frac{1}{4} + 4$$

$$f(t) = 16t^3 - 12t + 5 \Rightarrow g(t) = -8t^2 - 5t + 4$$

$$f(\sin \frac{1}{4})$$

$$\Rightarrow g(\sin \frac{1}{4})$$

$$\frac{16 \cdot 27}{1000} - \frac{12 \cdot 9}{100} + \frac{5000}{1000}$$

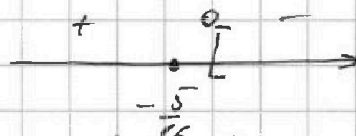
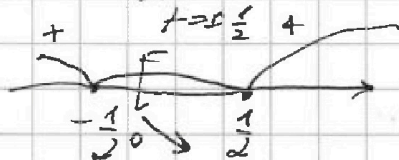
$$f'(t) = 48t^2 - 12 = 0$$

$$g'(t) = -16t - 5 = 0$$

$$\frac{4300}{1000} \dots$$

$$4t^2 = 12$$

$$t = -\frac{5}{16}$$



$$f(\frac{1}{2}) \neq f(\sin \frac{1}{4}) < f(0)$$

$$1 < f(\sin \frac{1}{4}) < 5$$

$$1 < 3 < 5$$

$$g(\frac{1}{2}) < g(\sin \frac{1}{4}) < g(0)$$

$$-0,5 < 3,5 < 4$$

$$\sin \frac{1}{4}$$

$$\sin \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \cos \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{0,3}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{16}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1,7}{4}$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

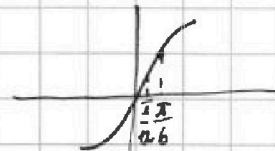
$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$= \frac{1,7}{4} = 0,425$$

$$432 - 1080 +$$



sin

$$\sin \frac{1}{6} > \sin \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{6} > \sin \frac{1}{7}$$

$$\sin \approx 0,3$$

$$\frac{16 \cdot 27}{1000} - \frac{12 \cdot 9}{100} + 5$$

$$\frac{16 \cdot 27}{1000} - \frac{108}{100} + 5$$

$$16 \cdot \frac{27}{1000} - \frac{12 \cdot 3}{10} + 5$$

$$16 \cdot 27 - 3600$$

$$1000$$

$$- 8 \cdot \frac{9}{100} - 5 \cdot \frac{3}{4} + 4$$

$$0,35$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{4} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{4}} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 - 4 \left( 3 \sin \frac{\pi}{4} - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \right) \sqrt{4 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} \right)} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$16t^3 - 12t + 5 \quad \vee \quad -8t^2 - 5t + 4$$

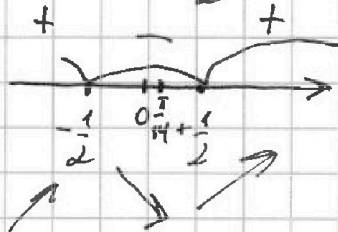
$$f(t) = 16t^3 - 12t + 5 \quad \vee \quad g(t) = -8t^2 - 5t + 4$$

$$f'(t) = 48t^2 - 12 = 0$$

$$4t^2 - 1 = 0 \quad (t - \frac{1}{2})(t + \frac{1}{2}) = 0$$

$$t^2 = \frac{1}{4}$$

$$t = \pm \frac{1}{2}$$



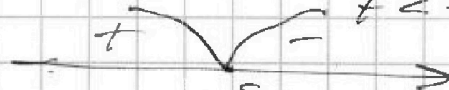
$$g'(t) = -16t - 5 = 0$$

$$t = -\frac{5}{16}$$

$$-16t - 5 > 0$$

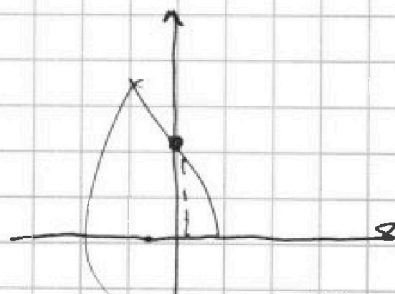
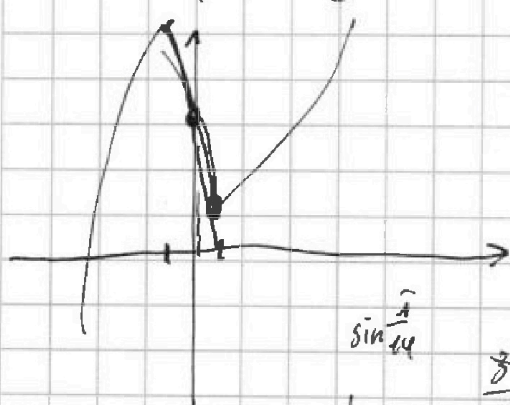
$$16t + 5 < 0$$

$$t < -\frac{5}{16}$$

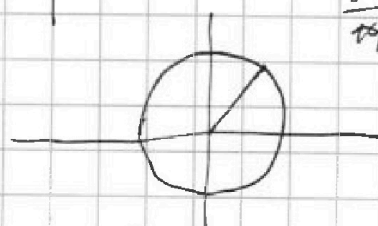


$$f\left(\sin \frac{\pi}{4}\right) \vee g\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \sin \left( \frac{1}{2} \right) \frac{1}{2}$$



$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$



$$16t^3 - 12t + 5$$

$$-8t^2 - 5t + 4$$

$$\frac{1}{2} = 3t - 4t^3$$



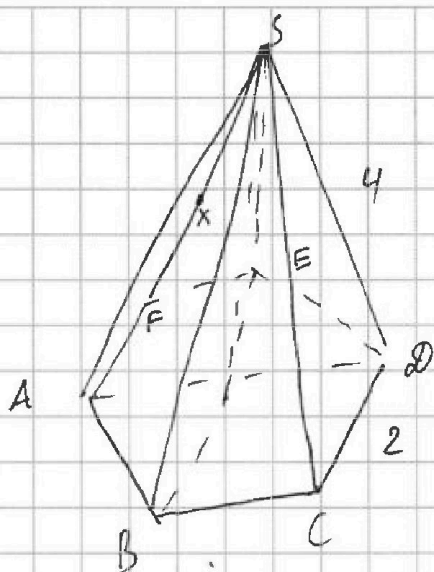


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$\underbrace{x \ln 16}_a + \underbrace{y \ln 8}_b + \underbrace{z \ln 24}_c \geq \sqrt[3]{abc} = \ln 6$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 \geq \sqrt[3]{x y z \ln 16 \ln 8 \ln 24}$$
$$= \sqrt[3]{x y z 4 \ln 2 \cdot 3 \ln 2 (3 \ln 2 + \ln 3)}$$

$$x \ln 16 = y \ln 8 = z \ln 24$$

$$x \ln 16 - y \ln 8 = 0$$

$$x \ln 16 - z \ln 24 = 0$$

$$y - 2y \ln 8 - z \ln 24 = 0$$

$$\frac{3 \ln 2}{2 \ln 3}$$