



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 7

Пусть  $n$  — число вершин многоугольника,  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  — вершины  $n$ -уг.

$$\left\{ \begin{aligned} S_{\text{вершин}} &= \frac{2\alpha_1 + (n-1)d}{2} \cdot n, \text{ где } \alpha_1 = 143^\circ; d = 2^\circ \\ S_{\text{вершин}} &= 180^\circ n - 360^\circ \text{ для любого многоугольника.} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180n - 360;$$

$$142n + n^2 = 180n - 360; n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = \left(\frac{38}{2}\right)^2 - 360 = 361 - 360 = 1$$

$$\left\{ \begin{aligned} n &= \frac{38-1}{2} = 18 \quad (2) \\ n &= \frac{38+1}{2} = 20 \quad (1) \end{aligned} \right.$$

Проверим: (1)  $n = 20 \Rightarrow \alpha_{20} (20\text{-я вершина}) =$

$$= \alpha_1 + 19 \cdot d = 143 + 19 \cdot 2 = 143 + 38 = 181^\circ > 180^\circ$$

(2)  $n = 18$ :  $\alpha_{18} = \alpha_1 + 17d = 143 + 17 \cdot 2 = 143 + 34 = 177^\circ$

Тогда 18 — наибольшее возможное число вершин. ✓

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_0 = -\frac{16}{50}, y_0 = -\frac{12}{50}, z_0 = 1$$

Проверка:

$$x_0 \ln 16 + y_0 \ln 8 + z_0 \ln 24 = \ln 6$$

$$-\frac{16}{50} \ln 16 - \frac{12}{50} \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \quad | \cdot 50;$$

$$-16 \ln 16 - 12 \ln 8 + 50 \ln 24 = 50 \ln 6;$$

$$\ln \left( \frac{24^{50}}{16^{16} \cdot 8^{12}} \right) = \ln (6^{50}) \Leftrightarrow \frac{24^{50}}{16^{16} \cdot 8^{12}} = 6^{50};$$

$$3^{50} \cdot (2^3)^{50} = 2^{60} \cdot 3^{50} \cdot (7^2)^{16} \cdot (2^3)^{12};$$

$$3^{50} \cdot 2^{150} = 2^{60} \cdot 3^{50} \cdot 7^{32} \cdot 2^{36} \quad \checkmark \text{ Тогда при } x = -\frac{16}{50}, y = -\frac{12}{50};$$

$z = 1$   $x^2 + y^2 + z^2$  принимает наименьшее значение.

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{256 + 144}{2500} + 1 = \frac{2800}{2500} = \frac{28}{25} = \frac{146}{100} = 1,46.$$

Ответ: 1,46. 7,16.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

22  
Тогда минимальная будет достигаться при  $x$  в вершине параллелепипеда.

$$y_0 = -\frac{3}{4} \cdot \frac{225}{16} = -\frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 50} = -\frac{12}{50} = -\frac{6}{25}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{2y-3}{4} = \frac{2 \cdot \left(-\frac{6}{25}\right) - 3}{4} = \frac{-\frac{12}{25} - 3}{4} = \frac{-\frac{77}{25}}{4} = -\frac{77}{100} = -\frac{63}{100}$$

$$z = 1.$$

Проверка:

$$x_0 \ln 16 + y_0 \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6;$$

$$-\frac{57}{100} \ln 16 + \frac{6}{25} \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \quad | \cdot 100$$

$$-57 \ln 16 + 24 \ln 8 + 100 \ln 24 = 100 \ln 6$$

$$\ln \frac{24^{100}}{16^{57} \cdot 8^{24}} = \ln 6^{100} \Rightarrow \frac{24^{100}}{(2^4)^{57} \cdot (2^3)^{24}} = 2^{100} \cdot 3^{100}$$

$$(2^3)^{100} \cdot 3^{100} = 2^{100} \cdot 3^{100} \cdot 4 \cdot 57 + 3 \cdot 24$$

$$\Rightarrow 4x + 3y + 3 - 1 = 0 \quad y = \frac{-2-4x}{3}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 1 + \frac{16x^2 + 16x + 4}{9} = \frac{25}{9}x^2 + \frac{16}{9}x + \frac{13}{9}$$

передняя коэф. при  $x^2 > 0 \Rightarrow$  парабола вверх, минимум

достигается в вершине

$$x_0 = \frac{16}{9} : \left(-\frac{50}{9}\right) = -\frac{16}{50}; \quad y_0 = \frac{-2 + \frac{64}{50}}{3} = \frac{-\frac{36}{50}}{3} = -\frac{12}{50}$$

перев. вершины





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6,$$

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln (3 \cdot 2^3) = \ln (3 \cdot 2),$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3,$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 - \ln 2 = \ln 3 - z \ln 3$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 (1 - z)$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} (1 - z)$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \log_2 3 (1 - z)$$

$$\Rightarrow \log_2 3 (1 - z) \in \mathbb{Z}, \text{ но } \log_2 3 \notin \mathbb{Q}$$

$$\Rightarrow \log_2 3 (1 - z) \in \mathbb{Z} \text{ только в том случае,}$$

$$\text{когда } 1 - z = 0, \quad z = 1.$$

$$\Rightarrow 4x + 3y + 3 - 1 = 0, \quad x = \frac{-2 - 3y}{4}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{(-2 - 3y)^2}{16} + y^2 + 1 = \frac{9y^2 + 12y + 4}{16} + y^2 + 1 =$$

$$= \frac{75y^2 + 12y + 20}{16} = \frac{25}{16}y^2 + \frac{3}{4}y + \frac{5}{4}$$

Заметим, что  $\frac{25}{16}y^2 + \frac{3}{4}y + \frac{5}{4}$  — квадрат, что и требуется.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н3

$p, q \in \mathbb{N}$ ,  $p, q$  - простые

$$p^2 - q^2 = 292, \quad (p+q)(p-q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$p^2 - q^2 = 292 > 0 \Rightarrow p > q, \quad p+q > p-q$$

Решим 292:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 18, 22, 24, 33, 36, ...

т.к.  $p, q, p+q, p-q \in \mathbb{N}$ , то:

$$\begin{cases} p-q=1 \\ p+q=292 \end{cases}$$

Заметим, что разность и сумма чисел, как и сами числа  $(p-q)$  и  $(p+q)$  имеют разную чётность. Следовательно, мы

$\begin{cases} p-q = \text{нечет} \\ p+q = \text{чет} \end{cases} \Rightarrow 2p = \text{нечет} \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=396 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=199 \\ q=197 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} p-q=4 \\ p+q=198 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=101 \\ q=97 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} p-q=6 \\ p+q=132 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=39 \\ q=27 \end{cases} \quad (3) \quad \text{т.к. } p, q - \text{простые}$$

$$\begin{cases} p-q=8 \\ p+q=99 \end{cases} \quad \text{нечет}$$

$$\begin{cases} p-q=10 \\ p+q=88 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=31 \\ q=13 \end{cases} \quad (4) \quad 24 = 1+2+3+4+5+6 - \text{мин. сумма 6 наим. чисел}$$

$$\begin{cases} p-q=12 \\ p+q=81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=29 \\ q=7 \end{cases} \quad (5) \quad 27 = 1+2+3+4+5+6 - ?$$

$$\begin{cases} p-q=22 \\ p+q=36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=69 \\ q=63 \end{cases} \quad (6) \quad \text{т.к. } p, q \notin \text{простые}$$

$$\begin{cases} p-q=24 \\ p+q=33 \end{cases} \quad \text{нечет}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

1)  $p = 39$   
 $q = 22$

$p, q - 6$  из 2 посл. чисел

$\Rightarrow p - q = q_i - q_i$ , где  $q_i, q_i$  - число по из 2 посл. чисел

$p - q = q_i - q_i = 12 > 6$  ~~не подходит~~

Возьмем другую последовательность чисел

послед. число =  $2k + 6 - 2k = 6$

2)  $p = 199$   
 $q = 192$

Пример:  $M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37\}$

$p - \sum M \{32\}$   
 $q - \sum M \{34\}$

$p = 101$  (1)  
 $q = 92$

(1) Заметим, что если  $M \{17, 18, 19, 20, 21, 22\}$ , то  $\sum M = 98 < 101 = p$  - не подходит.

$M \{17, 18, 19, 20, 21, 22, 23\} - \sum = 105$ , тогда будем искать из  $M$  наименьшее  $93 < 92$  ~~не подходит~~

$M \{13, \dots, 29\} - \sum = 172$ , при этом наименьшее будет  $98 < 101$  - не подходит

$M \{14, \dots, 20\} - \sum = 179$ , при этом наименьшее будет  $105 > 101$  - тоже не подходит

Тогда  $M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

Ответ:  $M \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{I_2 M}{I_1 M} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I_2 M = \frac{1}{2} I_1 M; I_1 M = 2 I_2 M$$

$$I_1 I_2 = I_2 M + I_1 M = 3 I_2 M; I_2 M = \frac{23}{6}; I_1 M = \frac{26}{6}$$

$$\frac{m_z}{m_x} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_z = \frac{1}{2} m_x; \frac{m_w}{m_y} = \frac{1}{2}; m_w = \frac{1}{2} m_y$$

$$m_z \cdot m_y = m_z \cdot 2 \cdot m_w = 2 m_z$$

$$m_z \cdot m_y = \frac{1}{2} m_x \cdot m_y = \frac{m_x \cdot m_y}{2}$$

Прямая  $\omega_1$  касается  $MF$  в точке  $F$ .  $\Rightarrow MF$  - Отрезок касательной

$I_1 X = I_1 F$  - радиусы  $\omega_1$ .

$$MF^2 = m_x \cdot m_y \text{ (по в. сек. и кас.)} = 2 m_z \cdot m_y = 20$$

$MF$  - кас  $\Rightarrow \angle MFI_1 = 90^\circ$  (по в. кас)  $\Rightarrow MF I_1$  - диаметр.

(по опр.)

По теореме Пифагора

$$MF^2 + FI_1^2 = MI_1^2$$

$$FI_1 = \sqrt{MF^2 + MI_1^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{6}\right)^2 + 10} = \sqrt{\frac{676}{36} + 10} = \sqrt{\frac{676 + 360}{36}} = \sqrt{\frac{1036}{36}} = \frac{\sqrt{2591}}{6}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{2591}{3}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$5 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{4} \vee 4 \cos^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin^2 \frac{\pi}{4}.$$

Пусть  $\frac{\pi}{4} = \alpha$ .

$$5 - 4 \sin^2 3\alpha \vee 4 \cos^2 2\alpha - 5 \sin^2 \alpha.$$

$$5 - 4(3 \sin^2 \alpha - 4 \sin^4 \alpha) \vee 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin^2 \alpha$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^4 \alpha - 7 \sin^2 \alpha + 7 \vee 0.$$

Пусть  $\sin \alpha = t$ ,  $-1 \leq t \leq 1$ .

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 7 \vee 0$$

Замечая, что при  $t = -1$ ,  $16t^3 + 8t^2 - 7t + 7 =$

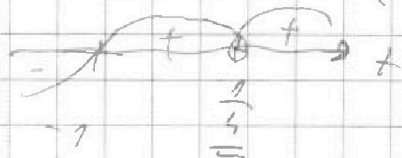
$$= -16 + 8 + 7 + 7 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ — корень } 16t^3 + 8t^2 - 7t + 7 \vee 0$$

$$\begin{array}{r} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 7 : t + 1 \\ \underline{16t^3 + 16t^2} \phantom{- 7t + 7} \\ -8t^2 - 7t + 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -8t^2 - 7t + 7 \\ \underline{-8t^2 - 8t} \\ t + 7 \\ \underline{t + 1} \\ 6 \end{array}$$

$$\Rightarrow 16t^3 + 8t^2 - 7t + 7 = (t + 1)(16t^2 - 8t + 7) = (t + 1)(4t - 1)^2$$

$$(t + 1)(4t - 1)^2 \vee 0, \quad (t + 1)\left(t - \frac{1}{4}\right)^2 \vee 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☒

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5

Проверяем, что если  $\begin{cases} t \neq -1 \\ t \neq \frac{1}{4} \end{cases}$ , то  $16t^3 + 8t^2 - 2t + 1 > 0$ .

$$\begin{cases} \sin 2\alpha \neq -1 \\ \sin 2\alpha \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{3\alpha}{4} \neq -1 \vee \\ \sin 2\alpha \neq \frac{1}{4} \quad \sin \frac{\alpha}{4} \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

Реш.

Проверяем, что  $16t^3 + 8t^2 - 2t + 1 > 0$

$$\Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\alpha}{4} > 4 \cos \frac{\alpha}{4} - 5 \sin \frac{\alpha}{4}.$$

$$\text{Обозначим } 5 - 4 \sin \frac{3\alpha}{4} \text{ обозначим}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА  
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб из??  
 По условию, ~~пять~~ если 4 точки <sup>сходятся</sup> в одной плоскости, то эта плоскость —  $\alpha$ . Получается, что <sup>4</sup> ~~ни одна~~  $\leq n$  точек, лежащих вне  $\alpha$ , не лежат ни одной плоскости. Значит, при  $n$  — нек-во точек ~~интересна~~ в основании пирамиды, то при  $n \geq 4$ , все точки, лежащие в основании пирамиды, лежат в  $n$ -пл. Значит, нек-е значение  $n$  — макс. нек-во точек, лежащих в одной  $n$ -пл.  $\Rightarrow$  макс. нек-во точек, лежащих в  $\perp$ , то есть 7.

Рассмотрим 2 случая

1)  $4 \leq n \leq 7$ : Т.к. пирамида должна быть выпуклой, то её вершины не лежат в  $\alpha$ , т.е. это

одна из других 5 точек

$n=4$ :  $C_2^4 \cdot C_3^5$  — нек-во выпукл. пирамид

$\uparrow$   $\uparrow$   
 нек-во способов выбрать  $n$ -тр. в основании  $\uparrow$  нек-во способов выбрать вершину пирамиды

Аналогично,  $n=5$ :  $C_2^5 \cdot C_3^4$ ;  $n=6$ :  $C_2^6 \cdot C_3^3$ ;  $n=7$ :  $C_2^7 \cdot C_3^2$

$$\Sigma = C_2^7 (C_3^2 + C_3^3 + C_3^4 + C_3^5) = 5! \left( \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{2 \cdot 6}{2 \cdot 1} + 7 + 1 \right) = 5! (35 + 2 + 2 + 1) = 5 \cdot 65 = 320.$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.  $(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$   $p > q$   $2 \cdot 3 = 22$

$791 = 2 \cdot 396 = 4 \cdot 198 = 8 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$   $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

$p-q=2$   $p+q=396$   $192$   $18$   $732$   $144$   $352$   $284$   $13$   $264$   $13$   $24$   $88$   $24$   $25$   $19$   $67$   $75$

$p-q=3$   $p+q=264$   $12$   $18$   $732$   $144$   $352$   $284$   $13$   $264$   $13$   $24$   $88$   $24$   $25$   $19$   $67$   $75$

$p-q=4$   $p+q=198$   $12$   $18$   $732$   $144$   $352$   $284$   $13$   $264$   $13$   $24$   $88$   $24$   $25$   $19$   $67$   $75$

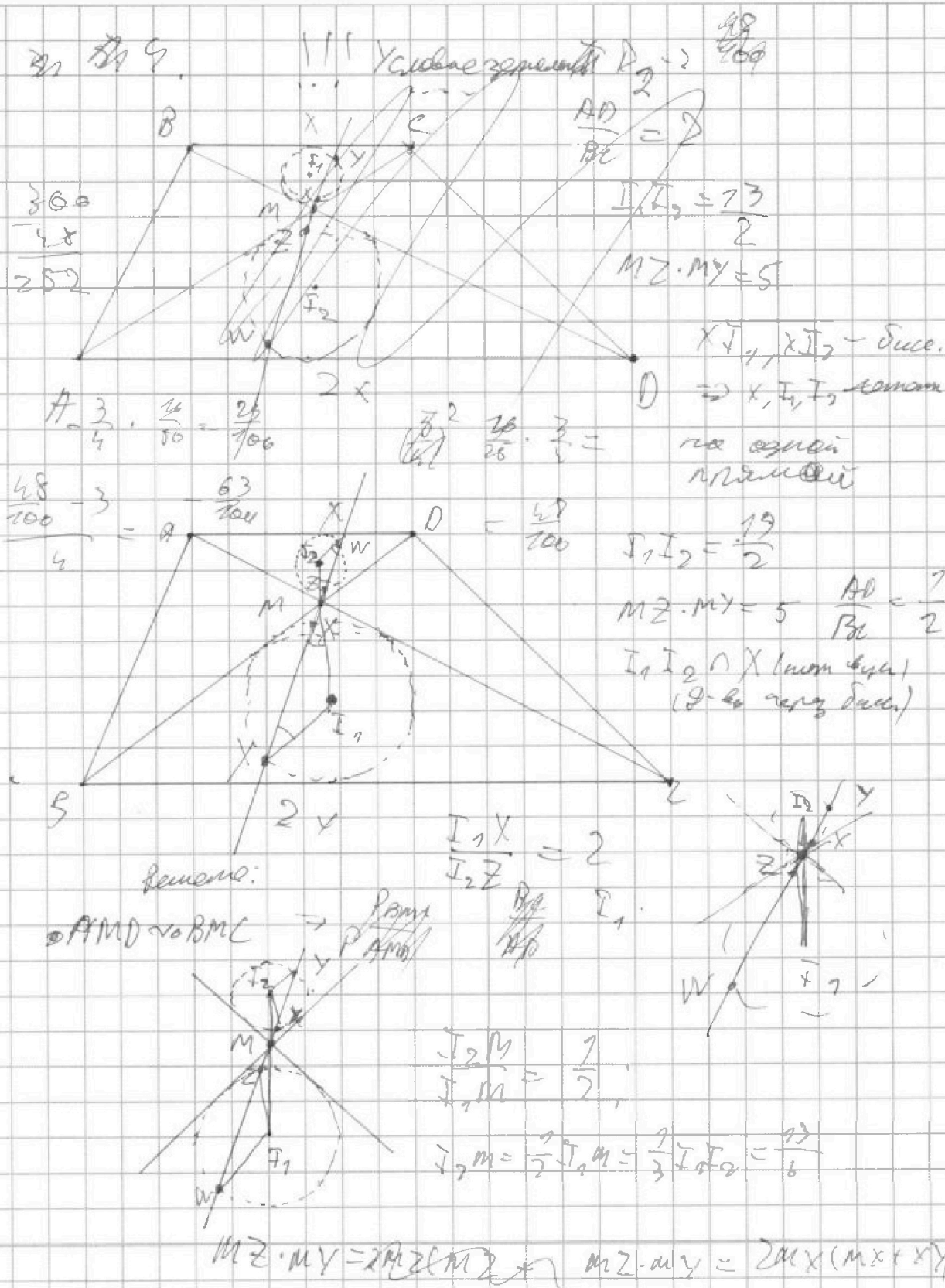
$p-q=8$   $p+q=99$   $12$   $18$   $732$   $144$   $352$   $284$   $13$   $264$   $13$   $24$   $88$   $24$   $25$   $19$   $67$   $75$

$p-q=9$   $p+q=88$   $12$   $18$   $732$   $144$   $352$   $284$   $13$   $264$   $13$   $24$   $88$   $24$   $25$   $19$   $67$   $75$

$p-q=1$   $p+q=292$   $12$   $18$   $732$   $144$   $352$   $284$   $13$   $264$   $13$   $24$   $88$   $24$   $25$   $19$   $67$   $75$

$p-q=22$   $p+q=36$   $12$   $18$   $732$   $144$   $352$   $284$   $13$   $264$   $13$   $24$   $88$   $24$   $25$   $19$   $67$   $75$

$5+6+2+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22+23+24+25+26+27+28+29+30+31+32+33+34+35+36+37+38+39+40+41+42+43+44+45+46+47+48+49+50+51+52+53+54+55+56+57+58+59+60+61+62+63+64+65+66+67+68+69+70+71+72+73+74+75+76+77+78+79+80+81+82+83+84+85+86+87+88+89+90+91+92+93+94+95+96+97+98+99+100 = 5050$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{64} \cdot \frac{64}{81} + 7 + \frac{64}{49} + \frac{36}{49} = \frac{749}{49}$$

Ответ:  $\frac{749}{49}$

Решение:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{2} - 5 \sin \frac{\pi}{4}}$

$\frac{\pi}{4} = \alpha$

$5 - 4 \sin 3\alpha \sqrt{4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha}$

$5 - 4(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha}$

$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha \sqrt{4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha}$

$46 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 12 \sin \alpha + 7 \sqrt{0}$

$\sin \alpha = t$

$16t^3 + 8t^2 - 12t + 7 \sqrt{0} = f(t)$

$f'(t) = 48t^2 + 16t - 12$

$0_1 = 84 \pm 7 \cdot 48 = 16 \cdot 4 + 7 \cdot 3 \cdot 16 = 16(27 + 4) = 768$

$= 768 = 48 \cdot 16$

$t = \frac{-8 - 20}{48} = -\frac{28}{48} = -\frac{7}{12}$

$t = \frac{22}{48} = \frac{11}{24}$

$\left(\frac{16}{2}\right)^2 = 128$   
 $\frac{128}{16} = 8$   
 $\frac{8}{2} = 4$   
 $\frac{4}{2} = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 y^2 z^2 = \frac{16 + 16y^2 - 9y^2 - 72y - 4}{16} = \frac{7y^2 - 12y + 12}{16}$$

$$= \frac{7}{16} y^2 - \frac{3}{4} y + \frac{3}{4} = f(y)$$

для поиска  $y^2$  мы  $> 0 \Rightarrow$  квадрат в вершине  $\Rightarrow$  min в вершине

$$y_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{4} : \frac{14}{16} = \frac{3 \cdot 20}{4 \cdot 14} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{6}{7}$$

$$y = \frac{6}{7} \quad x = \frac{-2 - 3y}{4} = \frac{-2 - \frac{18}{7}}{4} = \frac{-14 - 18}{28} = \frac{-32}{28} = -\frac{8}{7}$$

$$x = -\frac{8}{7}; \quad y = \frac{6}{7}; \quad z = 7. \quad \sin 2\alpha = \sin 2\alpha \cos 2\alpha \cos 2\alpha = 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \cos \alpha = 3 \sin 2\alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\frac{6}{7} \ln 8 - \frac{8}{7} \ln 16 + \ln 28 = \ln 6 \cdot 7$$

$$6 \ln 8 - 8 \ln 16 + 7 \ln 28 = 2 \ln 6$$

$$\ln \frac{8^6 \cdot 28^7}{16^8} = \ln 6^2; \quad \frac{8^6 \cdot 28^7}{16^8} = 6^2$$

$$(2^3)^6 \cdot (2^3 \cdot 3)^7 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot (2^4)^2$$

$$2^{18} \cdot 2^{21} \cdot 3^7 = 3^2 \cdot 2^8 \cdot 2^{16}$$

$$2^{39} \cdot 3^7 = 3^2 \cdot 2^{24} \quad \checkmark \quad \Rightarrow x = -\frac{8}{7}; \quad y = \frac{6}{7}; \quad z = 7$$



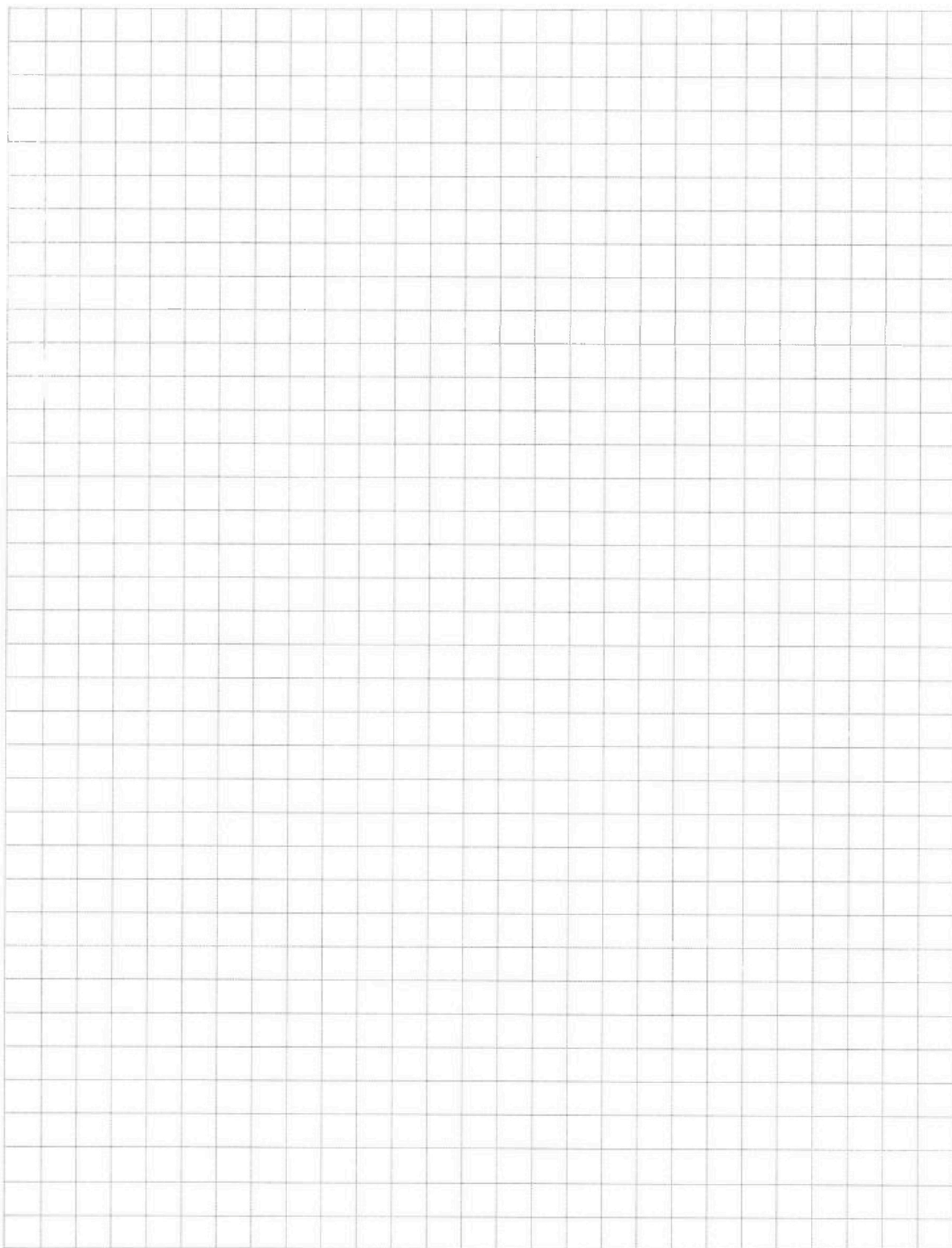


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



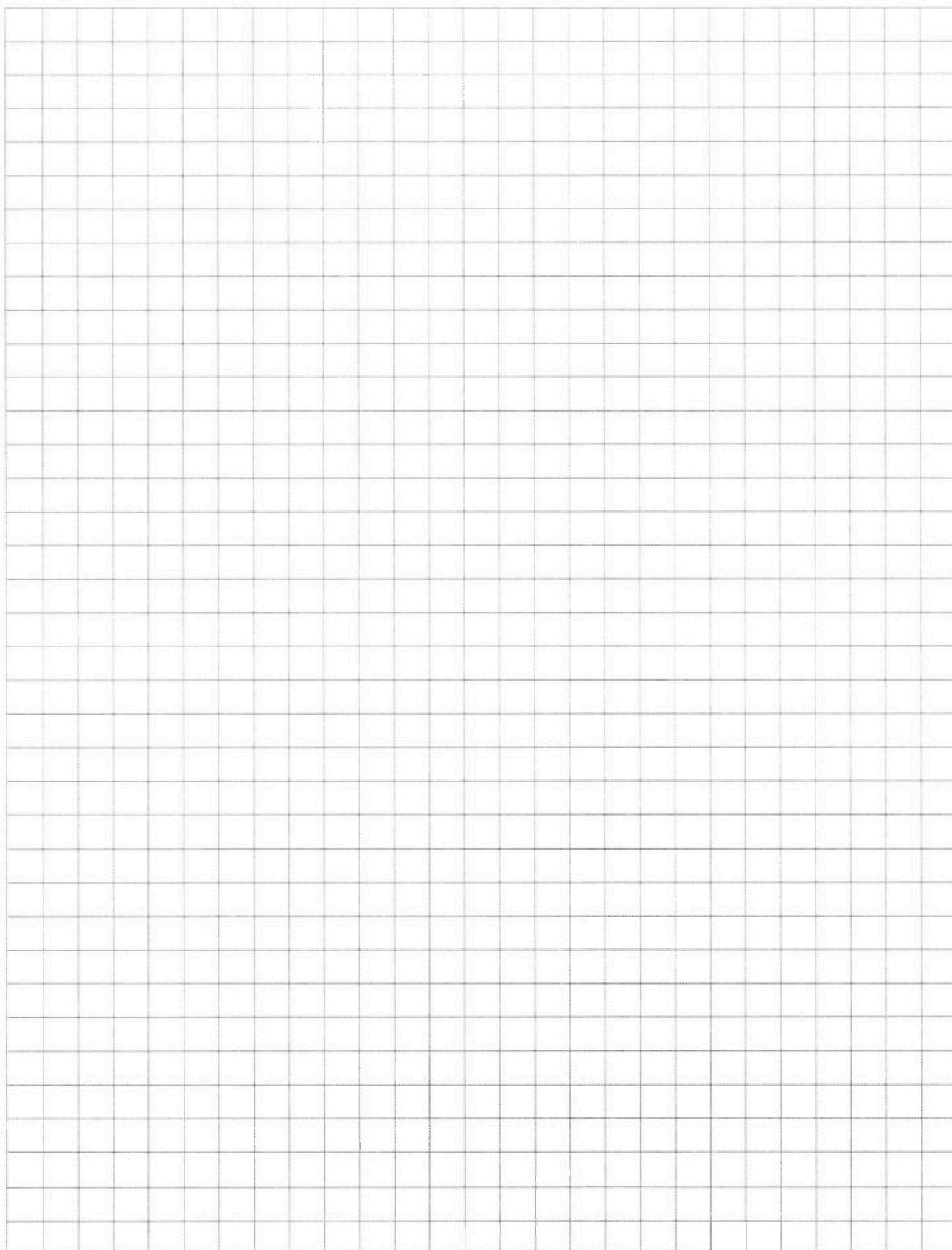


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. 2 лет на 2, иначе 4 из ост. 5 не летят в м-м.

⇒ если летят в м-м 4 верная

⇒ пусть  $n$  — количество в ост. верных.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 4 \\ \hline 100 \\ 1000 \\ \hline 10000 \end{array}$$

1-го летят в м-м, верны не летят в м-м

$n = 3$

вс, то верно.

$$\begin{aligned} 1/ \quad n=9: \quad x &= C_2^9 \cdot C_5^7 \\ n=5 \quad x &= C_4^5 \cdot C_5^7 \\ \frac{1080}{400} &= 2.7 \\ 2.7 \cdot 256 &= 691.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= C_5^7 (C_2^4 + C_2^5 + C_2^6 + C_2^7) \\ &= 5(C_2^4 + C_2^5 + C_2^6 + C_2^7) \\ &= 5(7 + 7 + \frac{7 \cdot 6}{2} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6}) \\ &= 5(7 + 7 + 35) = 320 \end{aligned}$$

2)  $n=3$  иначе 4 летят не летят в м-м, как они не в м-м.

$$\begin{aligned} x &= C_2^4 - C_2^3 \\ &= 6 - 2 = 4 \\ x &= C_4^5 - C_2^3 = 10 - 2 = 8 \\ x &= 17 \cdot 5 \cdot 9 - 7 \cdot 5 = 455 - 35 = 420 + 320 = 740 \end{aligned}$$

Ответ: 740

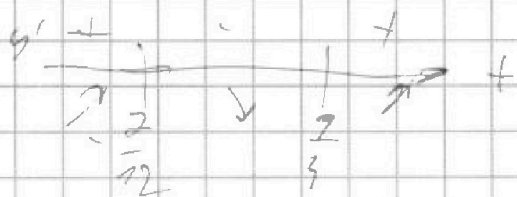


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

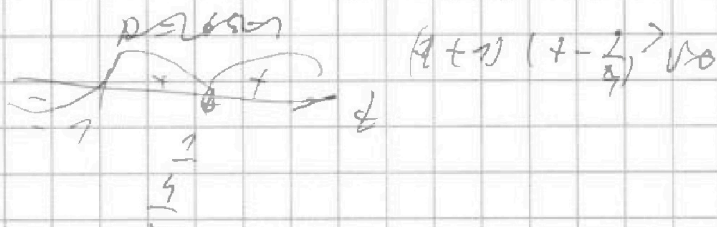


→ всец при  $t = -1$  и при  $t = \frac{1}{4}$  ... 20, по ...

$$t = -1: -16 + 8 + 2 \cdot 1 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 26t + 1 & t+1 \\ \hline 16t^3 + 16t^2 & 16t^2 - 8t + 1 \\ \hline -8t^2 - 8t & \\ -8t^2 - 8t & \\ \hline & t+1 \end{array}$$

$$(t+1)(16t^2 - 8t + 1) = (t+1)(4t-1)^2 \geq 0$$



$$\rightarrow \text{при } \left( \sin \frac{\pi}{4} \neq 1 \right) \vee \dots > 0 \Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} > 4 \cos^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} > 4 \cos^2 \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(p-q) | p+q | = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

Делим на 792:

$$169 \cdot 11 = 18$$

$$\begin{array}{r} 789 \\ + 11 \\ \hline 792 \\ + 13 \\ \hline 795 \end{array}$$

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 18, 22, 24, 33, 36, ...

$$789 + 3 + 4 + 6 + 8 = 21$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{24}{18} \cdot \frac{12}{26} = \frac{6}{25}$$

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=390 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=199 \\ q=197 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=199 \\ q=197 \end{cases} \quad | 4 |$$

$p, q$  — простые

$$\begin{cases} p-q=4 \\ p+q=224 \end{cases} \quad 199$$

$$\begin{cases} p=101 \\ q=97 \end{cases} \quad | 3 |$$

$$\begin{cases} p-q=6 \\ p+q=132 \end{cases} \quad 1+2+3+4+5+6+7=28$$

$$\begin{cases} p=69 \\ q=63 \end{cases} \quad | 2 |$$

$$\begin{cases} p-q=8 \\ p+q=99 \end{cases} \quad 2 \cdot 11 + 78 = 209$$

$$\begin{cases} p=39 \\ q=27 \end{cases} \quad | 1 |$$

$$7 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\begin{cases} p-q=12 \\ p+q=66 \end{cases} \quad k=25$$

$$\begin{cases} p=37 \\ q=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=18 \\ p+q=66 \end{cases} \quad 25+26+27+28+29+30+31=171$$

$$\begin{cases} p=28 \\ q=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p-q=20 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$20+28+30+32+34+36+38=208$$

$$\begin{cases} p-q=22 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$p-q=12 \quad (n.m. \text{ чисел})$$

$$\begin{cases} p-q=24 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$2) \quad p-q=0 \quad 28+29=57 \quad i=2, j=1$$

$$\begin{cases} p-q=26 \\ p+q=66 \end{cases}$$

$$2 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14$$

$$\begin{cases} p-q=28 \\ p+q=66 \end{cases}$$

3)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$MZ \cdot MY = 5$   
 $I_1 I_2 = \frac{13}{2}$   
 $\frac{MD}{BL} = \frac{1}{2}$

$I_1 M = 2$   
 $I_2 M = 2$

$MZ \cdot MY - 2M^2(MZ + WZ) = 5$   
 $MZ \cdot MW = \frac{5}{2} = MF^2$   
 $MF^2 + R^2 = I_2 M^2$

$R_1 = 2R_2 = 2 \sqrt{I_2 M^2 + MF^2} = 2 \sqrt{\left(\frac{13}{6}\right)^2 + \frac{5}{2}} =$   
 $= 2 \sqrt{\frac{169}{36} + \frac{5}{2}} = 2 \sqrt{\frac{169 + 45}{36}} = 2 \sqrt{\frac{214}{36}} =$   
 $= \frac{2\sqrt{214}}{3}$

Ответ:  $\frac{2\sqrt{214}}{3}$

28, 26, 22, 28, 29, 30, 31  
 29, 23, 28, 29, 30, 31  
 30, 31, 33, 33, 34, 35, 36  
 19, 20, 25, 20, 25, 22, 23  
 10, 17, 12, 13, 14, 15, 16  
 18, 17, 14, 15, 16, 17, 18  
 19, ... 172

203  
 217  
 231  
 246  
 251  
 272



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. или 143, 145, ...

или ~~143~~, 247, ...

$$\frac{2 \cdot 143 + 2n}{2} \cdot n = 180 \cdot n - 360,$$

$$145n = 180n - 360, \quad 35n = 360,$$

$n \neq$

возмоз!

$$\frac{2 \cdot 143 + 2n + 2}{2} \cdot n = 180n - 360;$$

2

$$n = 180n - 360;$$

$$142n + n^2 = 180n - 360;$$

$$142n + 2n = 180$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 324 - 360$$

$$\frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180n - 360,$$

$$2 \ln 14 = 2 \ln 3 \cdot 2 =$$

$$= 2 \ln 3 + 2 \ln 2$$

$$142n + n^2 = 180n - 360; \quad n^2 - 38n + 360 = 0.$$

$$2. \quad x \ln 2 + y \ln 3 + 2 \ln 2 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 (1 - z)$$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \log_2 3 (1 - z) \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 1 - z = 0$$

$$z = 1$$

$$4x + 3y + 3z - 1 = \log_2 3 (1 - z)$$

$\frac{1}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{\text{числ}} a, n = S_{\text{числ}} \text{матрицы}$$

$$\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = 180n - 360;$$

$$a_1 n + \frac{(n-1)n}{2} \cdot d = 180n - 360$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360;$$

$$n^2 + 142n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_n = 36^2 - 360 = 0$$

$$n = 19 - 1 = 18$$

$$n = 19 + 1 = 20$$

$$\frac{25}{5}x^2 + \frac{16}{5}x + \frac{13}{9} = -\frac{10}{9} \cdot \frac{9}{50} = -\frac{10}{50}$$

приведем:

38

$$a_{18} = a_1 + 2 \cdot 38 = 143 + 76 = 219 \neq 80$$

$$a_{19} = a_1 + 2 \cdot 17 = 143 + 34 = 177 \checkmark$$

Ответ: 18.

2.7.3

$$2. \begin{cases} 4x + 3y + 3z = 1 \\ \log_2 3(1-z) \end{cases}$$

$$z = 2$$

$$4x + 3y + 2 = 0$$

$$x = \frac{-2-3y}{4}$$

$$y = \frac{-2-4x}{3}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 + \frac{4x^2 + 4x + 1}{9} = \frac{10x^2 + 16x + 23}{9}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 + \frac{4x^2 + 4x + 1}{9} = \frac{10x^2 + 16x + 23}{9}$$