



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- √2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
- √5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

~~$$\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 180(n-2)$$~~

n - кол-во углов
n-угольника
d - разность
прогрессии

$n \in \mathbb{N}$

Сумма углов n-угольника рассчитывается

по формуле $180(n-2)$

используя $d = 2$

Та наша прогрессия может быть как убывающей так и возрастающей

1. Возрастающая:

Значит

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Сумма арифм прогрессии

$$\frac{2 \cdot 132 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180(n-2)$$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} n = 40 \\ n = 9 \end{matrix}$$

2. Убывающая

$$n \cdot \frac{2 \cdot 132 - 2(n-1)}{2} = 180(n-2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$732n - n^2 + n = 780n - 360$$

$$n^2 - 49n - 360 = 0$$

$$n^2 + 47n - 360 = 0$$

$$D = 2209 + 7440 = 3649$$

$$60^2 < 3649 < 61^2 \Rightarrow \text{не } n \in \mathbb{N}$$

$\Rightarrow$ прогрессия не имеет ^{целых значений} ~~целых значений~~

Ответ: 40



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

Пусть для $x=0 \quad y=2 \quad z=-1$

$$0 \cdot \ln 25 + 2 \cdot \ln 75 - \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln 5^4 \cdot 3^2 - \ln 5^3 = \ln 45$$

$$\ln 3^2 \cdot 5 = \ln 45$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

Покажем, что $x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$.

Допустим $x^2 + y^2 + z^2 < 5$, тогда $|x| < 3 \quad |y| < 3 \quad |z| < 3$

Если хотя бы из чисел x, y, z одно равно 2, то два других должны быть 0 (иначе $x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$)

1. $x=2$

2. $x=-2$

3. $y=2$

2. $\ln 25 \neq \ln 45$

-2. $\ln 25 \neq \ln 45$

2. $\ln 75 \neq \ln 45$

4. $y=-2$

5. $z=2$

6. $z=-2$

-2. $\ln 75 \neq \ln 45$

2. $\ln 125 \neq \ln 45$

-2. $\ln 125 \neq \ln 45$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$ Поскольку из чисел не равно ~~но не равно~~ ± 2

$$\Rightarrow |x| < 2 \quad |y| < 2 \quad |z| < 2$$

~~For solving logarithmic~~

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^y \cdot 5^{3z} = \ln 45$$

$$\Rightarrow \ln 5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^y \cdot 5^{3z} = \ln 45 \Rightarrow$$

$$5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^y \cdot 5^{3z} = 3^2 \cdot 5, \text{ т.к. } x, y, z \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$y=2, \text{ это позволяет т.к. } |y| < 2 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 5, \text{ пример когда } 4^2 + y^2 + z^2 = 5 \text{ пример}$$

выше

Ответ: 5, при $x=0; z=-1; y=2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

Обозначим 7 подряд идущих чисел так:

$$n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5, n+6; n \in \mathbb{N}$$

$$\text{Пусть } p = 6n + a, \text{ где } a \in [15; 21], a \in \mathbb{N}$$

$$q = 6n + b, \text{ где } b \in [15; 21], b \in \mathbb{N}$$

$$p^2 - q^2 = (6n + a)^2 - (6n + b)^2 = 36n^2 + 12an + a^2 - 36n^2 - 12bn - b^2 =$$

$$= 12n(a - b) + (a - b)(a + b) \cancel{= 12n(a - b)} = (a - b)(12n + a + b)$$

$$(a - b)(12n + a + b) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$\text{т.к. } a, b, n \in \mathbb{N} \quad 12n + a + b > 0 \Rightarrow a - b > 0 \Rightarrow a > b$$

$$\cancel{p, q \geq 21} \quad p \geq 21, \quad \text{т.к. } b, a, n \in \mathbb{N}$$

$$q \geq 21$$

$$\text{т.к. } p, q - \text{нечетные} \Rightarrow a, b - \text{нечетные}$$

$$\cancel{\text{возьмем } a = 15}$$

$$\text{т.к. } a \in [15; 21] \text{ и } a - \text{нечетное}$$

$$a = 15 \text{ или } a = 17 \text{ или } a = 19 \text{ или } a = 21$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $a = 15$, но $b \in [15; 21]$ и $a > b =;$

Невозможно

2. $a = 17$, $b \in [15; 21]$, $a > b$, b - нечетное $=;$
 $b = 15$

$$(17 - 15)(12x + 17 + 15) = 1080$$

$$12x + 32 = \cancel{7080} 540$$

$$12x = 508$$

$$x = 42\frac{1}{3}, \text{ но } x \in \mathbb{N} =;$$

$$a \neq 17$$

3. $a = 19$, $b \in [15; 21]$, $a > b$, b - нечетное $=;$ $b = 15$
или $b = 17$

3.1 $b = 15$

$$(19 - 15)(12x + 34) = 1080$$

$$12x + 34 = 270$$

$$12x = 236$$

$$x = \cancel{18} 19\frac{8}{12}$$

$$x \notin \mathbb{N}$$

3.2 $b = 17$

$$(19 - 17)(12x + 36) = 1080$$

$$12x + 36 = 540$$

$$12x = 504$$

$$x = 42$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Случай 1 невозможен п.к $123:3$

Случай 3 невозможен п.к $93:3$

Случай 4 невозможен п.к $291:3$

Т.к. есть возможен только случай 2

$$l = 269 \quad p = 271 \quad a = 19 \quad b = 77$$

$$n = 42$$

Проверим что l, p - простые

$$269 \equiv \quad \cancel{269 \times 2} \quad \cancel{269 \times 3} \quad \cancel{269 \times 5}$$

$$\cancel{269 \times 7} \quad 269$$

$$\cancel{269 \times 2} \quad \cancel{269 \times 3} \quad 269:$$

Числа 269 и 271 являются простыми

$\Rightarrow$ Множество M : 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48.

~~и для p на др. $a = 19$~~

~~Если $a = 19$ при этом $\sum = 42 + 43 + 44 + 45 + 47 + 48$~~

$$l = 42 + 43 + 44 + 45 + 47 + 48$$

$$l = 42, 43, 45$$

$$p = 42 + 43 + 45 + 46 + 47 + 48$$

$$\cancel{p = 42 + 43 + 45 + 46 + 47 + 48}$$

Ответ: 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4. a = 27, b \in [15; 27], a > b, b - \text{нечетное} \Rightarrow$$

$$b = 19 \text{ или } b = 17 \text{ или } b = 15$$

$$4.1 \quad b = 15$$

$$(27 - 15)(12n + 15 + 27) = 1080$$

$$12n + 15 + 27 = 180$$

$$12n = 144$$

$$n = 12$$

$$4.3 \quad b = 19$$

$$(27 - 19)(12n + 19 + 27) = 1080$$

$$12n + 40 = 540$$

$$12n = 500$$

$$n = 45$$

$$4.2 \quad b = 17$$

$$(27 - 17)(12n + 17 + 27) = 1080$$

$$12n + 38 = 270$$

$$12n = 232$$

$$n = 19 \frac{1}{3}, \text{ но } n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow b \neq 17$$

У нас получилось 4 варианта:

$$1. a = 19; b = 15; n = 18 \Rightarrow p = 127 \quad q = 123$$

$$2. a = 19; b = 17; n = 42 \Rightarrow q = 269 \quad p = 267$$

$$3. a = 27; b = 15; n = 12 \Rightarrow p = 87 \quad q = 93$$

$$4. a = 27; b = 19; n = 45 \Rightarrow p = 291 \quad q = 289$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad (1)$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} \quad (2)$$

Преобразуем выражение (2)

$$\begin{aligned} 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} &= 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 3 \cos \frac{6\pi}{14} - \cos \frac{6\pi}{14} = \\ &= 3 \left(\sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{6\pi}{14} \right) - \cos \frac{6\pi}{14} = \\ &= -6 \left(\sin \frac{5\pi}{14} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{14} \right) \right) - \cos \frac{6\pi}{14} = \\ &= 6 \cos \frac{2\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14} = 6 \left(2 \sin \frac{\pi}{14} - 2 \sin \frac{2\pi}{14} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{14} - \\ &- \sin \frac{\pi}{14} = 6(1 - 2t^2)t - t \\ \sin \frac{\pi}{14} &= t \quad 0 < t < \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Преобразуем (1) выражение

$$\begin{aligned} 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} &= 5 - 4 \sin \frac{5\pi}{14} = 5 - 4 \cos \frac{2\pi}{14} = 5 - 4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}) = \\ &= 5 - 4(1 - 2t^2) \end{aligned}$$

$\sqrt{\quad}$ $\sqrt{\quad}$ - знак сравнения

$$6(1 - 2t^2)t - t \quad \sqrt{5 - 4(1 - 2t^2)}$$

$$(6 - 12t^2)t - t \quad \sqrt{5 - 4(1 - 2t^2)}$$

$$6t - 12t^3 - t \quad \sqrt{5 - 4 + 8t^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6t + 12t^3 - t \sqrt{5 - 4 + 8t^2}$$

$$0 \sqrt{12t^3 + 8t^2 - 5t + 1}$$

$$F(t) = 12t^3 + 8t^2 - 5t + 1$$

$$\text{И.к. } 0 < t < \frac{1}{2}, \text{ то } 12t^3 > 0$$

$$\text{и } 8t^2 - 5t + 1 > 0, \text{ при любых } t$$

$$(\text{и.к. } D = 25 - 32 = -7) \Rightarrow 12t^3 + 8t^2 - 5t + 1 > 0$$

$$\Rightarrow 6(1 - 2t^2)t - t < 5 - 4(1 - 2t^2) \Rightarrow$$

$$(1) \text{ и } (2) \quad 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \text{ больше}$$



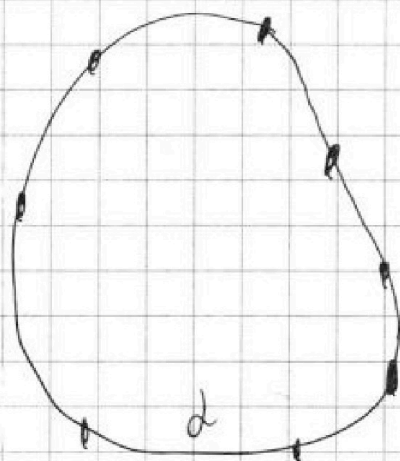
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4 точки не лежат в одной
плоскости.

У нас есть 4 точки, которые не лежат в
плоскости π . ~~Даже если все точки лежат~~
~~в одной плоскости, то мы можем выбрать~~
любую из них, взять любую из 3 из этих 4 точек,
и не получится получить плоскость, т.к. все
точки будут лежать в одной плоскости.

Возьмем мы берем 1 точку из этих точек
плоскости. Тогда чтобы получить плоскость из
плоскости мы можем выбрать 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
точек. Тогда вариантов $C_4^1 (C_{12}^3 + C_{12}^4 + C_{12}^5 + C_{12}^6 + C_{12}^7 + C_{12}^8 +$
 $+ C_{12}^9 + C_{12}^{10} + C_{12}^{11} + C_{12}^{12})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если мы берём 2 из 4 заданных точек.
Тогда из плоскости 2 мы можем взять
только 2 точки. И.к. если 1 то всего 3 точки
и тетраэдр не получится, а если больше, то
тетраэдр будет в 2 других разных плоскостях
лежащих в 2. они будут образовывать
1 плоскость, в которой не будет этих 2 заданных
точек и будет еще 2 точки.

В плоскости основания, должно быть по крайней
4 точки, $n \geq 4$; основание будет в 2, но в
основание не может быть на 2 меньше точек
чем вершин $n \geq 4$; Всего вариантов: $\binom{2}{4} \cdot \binom{2}{n-2}$
Если мы берём 3 из 4 заданных точек
то из плоскости 2 мы можем взять только 2 точки,
если мы берём 2 другие 1 точки, то плоскость
основания состоит хотя бы из 4 точек, но
плоскость основания не может состоять из 3
или $n-2$ точек $n-3$ точек, где n - вершин



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тоже всего вариантов $C_4^3 \cdot C_{12}^7$

Если мы взяли 4 из предложенных точек, то они не лежат в одной плоскости и образуют 1 пирамиду и не могут образовывать пирамиду с какой-то точкой из 2, потому, что если мы возьмем точку из 2, то основание Δ может быть не в той же плоскости, но основание не может быть n-ч, точек, где n-кад-во берем

Тоже есть всего вариантов:

$$\begin{aligned}
 & C_4^7 (C_{12}^3 + C_{12}^4 + C_{12}^5 + C_{12}^6 + C_{12}^7 + C_{12}^8 + C_{12}^9 + C_{12}^{10} + C_{12}^{11} + C_{12}^{12}) + C_4^2 \cdot C_{12}^2 + \\
 & + C_4^3 \cdot C_{12}^1 + 1 = \cancel{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \cancel{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \\
 & = 4 \left(2 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3!} + 2 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4!} + 2 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5!} + \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6!} + \right. \\
 & \left. + C_{12}^{10} + C_{12}^{11} + 1 \right) + 49 + 33 \cdot 72 = 4(40 \cdot 11 + 90 \cdot 11 + 18 \cdot 8 \cdot 11 + \\
 & + 12 \cdot 7 \cdot 11 + 6 \cdot 11 + 12) + 493 = 44(40 + 90 + 144 + 84 + 6) + \\
 & + 493 = 364 \cdot 44 + 493 = 16076 + 493 = 16569
 \end{aligned}$$

Ответ: 16509



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$750(n-2)$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

~~732~~

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$732 +$$

$$a_1 = 732$$

$$d = 2$$

$$\begin{matrix} 1, 2, 3, 4, \\ a_1 \quad \quad \quad a_4 \end{matrix}$$

$$S = \frac{732 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$\frac{a_1 + d \cdot n}{2} \cdot n$$

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S = \frac{a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$\frac{1 + 6}{2} \cdot n$$

$$\frac{6 + 26}{2} \cdot 5$$

$$\frac{1 + 1(5)}{2} \cdot 6 = 18$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 7 \\ \hline 329 \end{array}$$

$$3, 7, 11, 15, 19$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 40 \\ \hline 1880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1880 \\ + 329 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 4 \\ \hline 220 \end{array}$$

$$\frac{3 + 4 \cdot 5}{2} \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 1880 \\ \times 12 \\ \hline 22560 \end{array}$$

$$1880$$

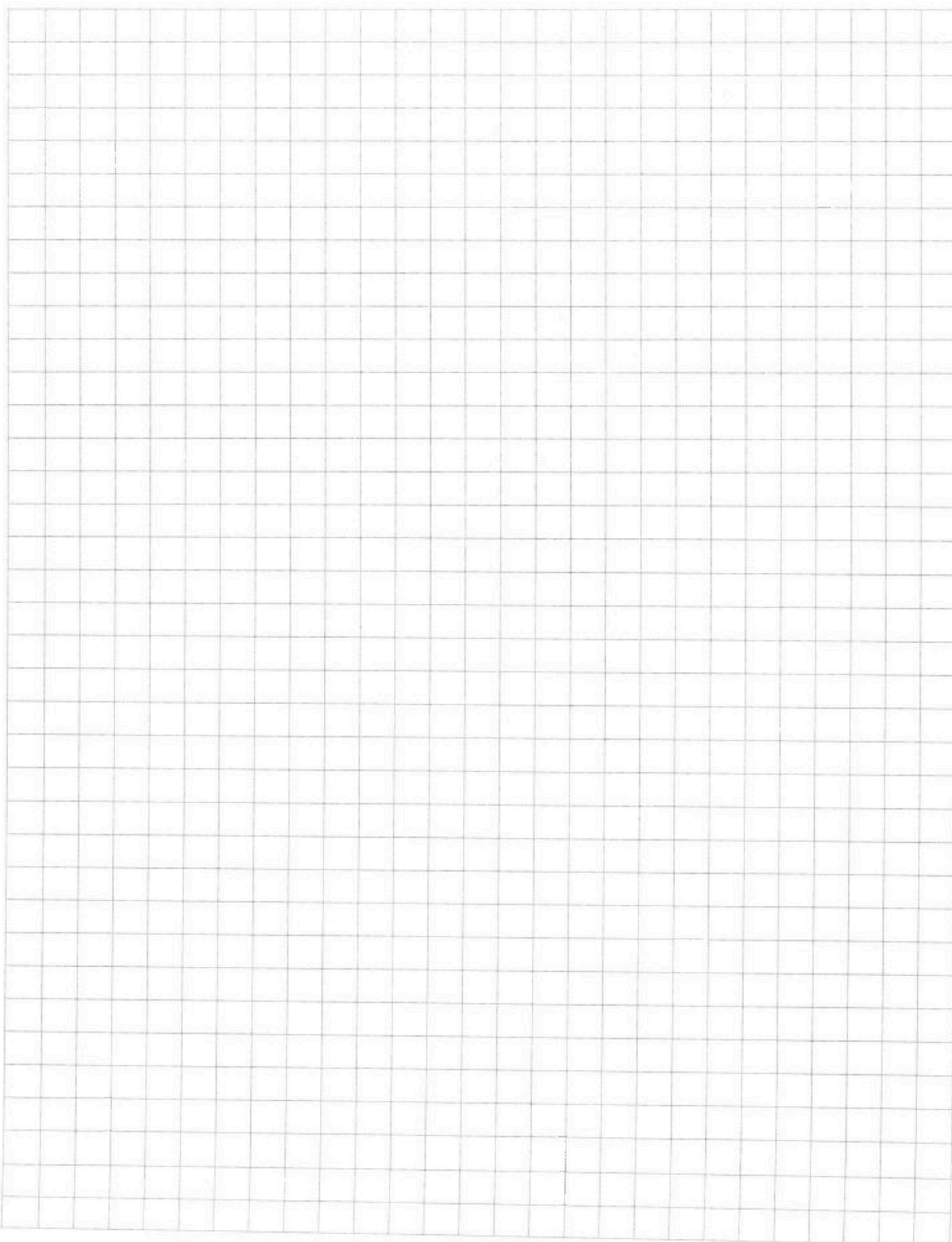


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 271 \\ -21 \\ \hline 61 \end{array} \bigg| 2$$

X

$$\begin{array}{r} 271 \\ -22 \\ \hline 91 \end{array} \bigg| 11$$

$$\begin{array}{r} 271 \\ -26 \\ \hline 11 \end{array} \bigg| 13$$

X

$$\begin{array}{r} 271 \\ -17 \\ \hline 101 \end{array} \bigg| 12$$

$$\begin{array}{r} 271 \\ -17 \\ \hline 101 \end{array} \bigg| 12$$

X



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \times 8 \\ \hline 244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 364 \\ \hline 12456 \\ + 14560 \\ \hline 16016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 12 \\ 7 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 67 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 396 \\ + 49 \\ \hline 445 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ + 48 \\ \hline 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 247 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 1880 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$18 \cdot 7 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 62 \\ 62 \\ \hline 124 \\ 3720 \\ \hline 3844 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 12 \\ \hline 66 \\ 330 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$180$$

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{6!} + \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{6!}$$

$$\begin{array}{r} 2209 \\ + 1440 \\ \hline 3649 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \cdot 4 \\ 2440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 220 \\ + 144 \\ \hline 364 \end{array}$$

$$\frac{4.3}{2} = 6$$

$$\begin{array}{r} 418 \\ + 16 \\ \hline 509 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 63 \\ 63 \\ \hline 189 \\ 3780 \\ \hline 3969 \end{array}$$

$$\frac{4.3}{8} = 6$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 1880 \\ \hline 2109 \end{array}$$

$$\frac{11 \cdot 12 \cdot 6}{8} = 3$$

$$\begin{array}{r} 2109 \\ + 1440 \\ \hline 3549 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 53 \\ 53 \\ \hline 159 \\ 2650 \\ \hline 709 \end{array}$$

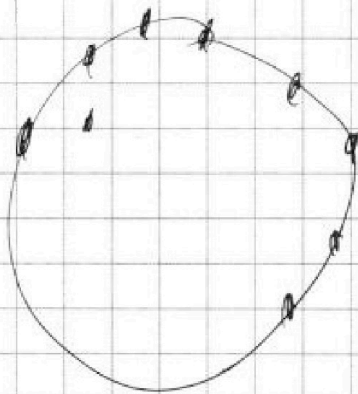


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 271 \overline{) 177} \\ -17 \\ \hline 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 17 \\ \times 5 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 17} \\ -21 \\ \hline 99 \\ -96 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 11} \\ -22 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$269 \overline{) 13}$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 17} \\ -17 \\ \hline 99 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n=5$$

$$n=4$$

$$n=3$$

$$720$$

$$360$$

$$180$$

$$720(n-2)$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$10 \cdot 12 \cdot 3$$

$$\sin \frac{\pi}{6} > \frac{1}{2}$$

$$t < \frac{\pi}{24}$$

$$720n$$

$$\frac{\pi}{6} > \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$-47$$

$$24 > 6$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5$$

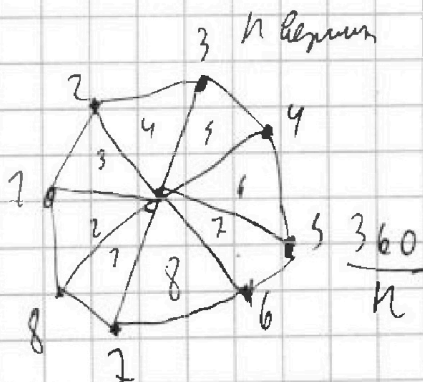
$$-360$$

$$180$$

$$12t^3 + 8t^2 - 5t + 1$$

$$720 \cdot 3$$

$$60 \cdot 6$$



$$t(12t^2 + 8t - 5) + 1$$

$$8t^2 - 5t + 1$$

$$\sqrt{12t}$$

$$2\sqrt{12} \cdot x = 8$$

$$\frac{5}{16}$$

$$8 \cdot \frac{25}{16^2} - \frac{25}{16} + 1$$

$$2-2-132$$

$$180 \cdot n - 360$$

$$\frac{25}{32} + 1 - \frac{25}{16}$$

$$n \cdot 180 - 360$$

$$\frac{57}{32} - \frac{50}{32}$$

$$180(n-2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$45 = 3^2 \cdot 5$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \min$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$y = 2$$

$$5^2$$

$$3^2 \cdot 5^4$$

$$5^3$$

$$3^2 \cdot 5$$

$$5^2$$

$$3^2 \cdot 5^4$$

$$5^2$$

$$3^2 \cdot 5^4$$

$$y = 2 \quad z = -1$$

$$x = 0$$

$$K = -1$$

$$m = 0$$

$$5^{24}$$

$$5^{36}$$

$$y + 2m + 3K = 1$$

$$2m + 3K = -3$$

$$x = 0$$

$$5^3 \cdot 3^2$$

$$0 \ln 25 + 2 \ln 75 - \ln 125 =$$

$$2 \ln 5^2 \cdot 3 - \ln 5^3 =$$

$$= \ln 5^9 \cdot 3^2 \cdot 5^{-3} = \ln 5^6 \cdot 3^2$$

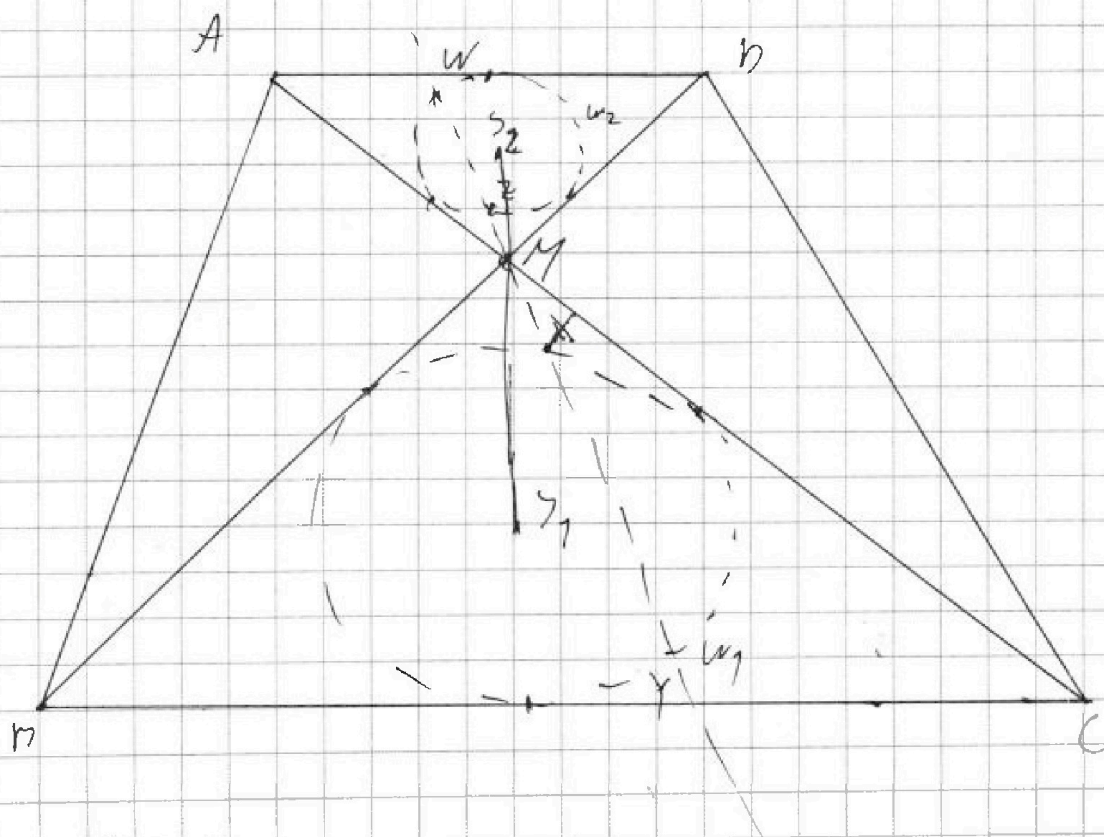


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$s_1, s_2 = 8$$

$$M_2 \cdot M_7 = 9$$

$$n=4$$

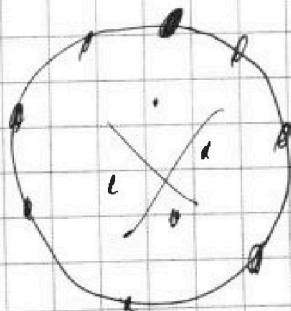
$$180 \cdot \frac{(n-1)}{n-2}$$

$$360$$

$$n=3$$

$$180$$

$$C_4^1 \cdot C_{12}^3$$





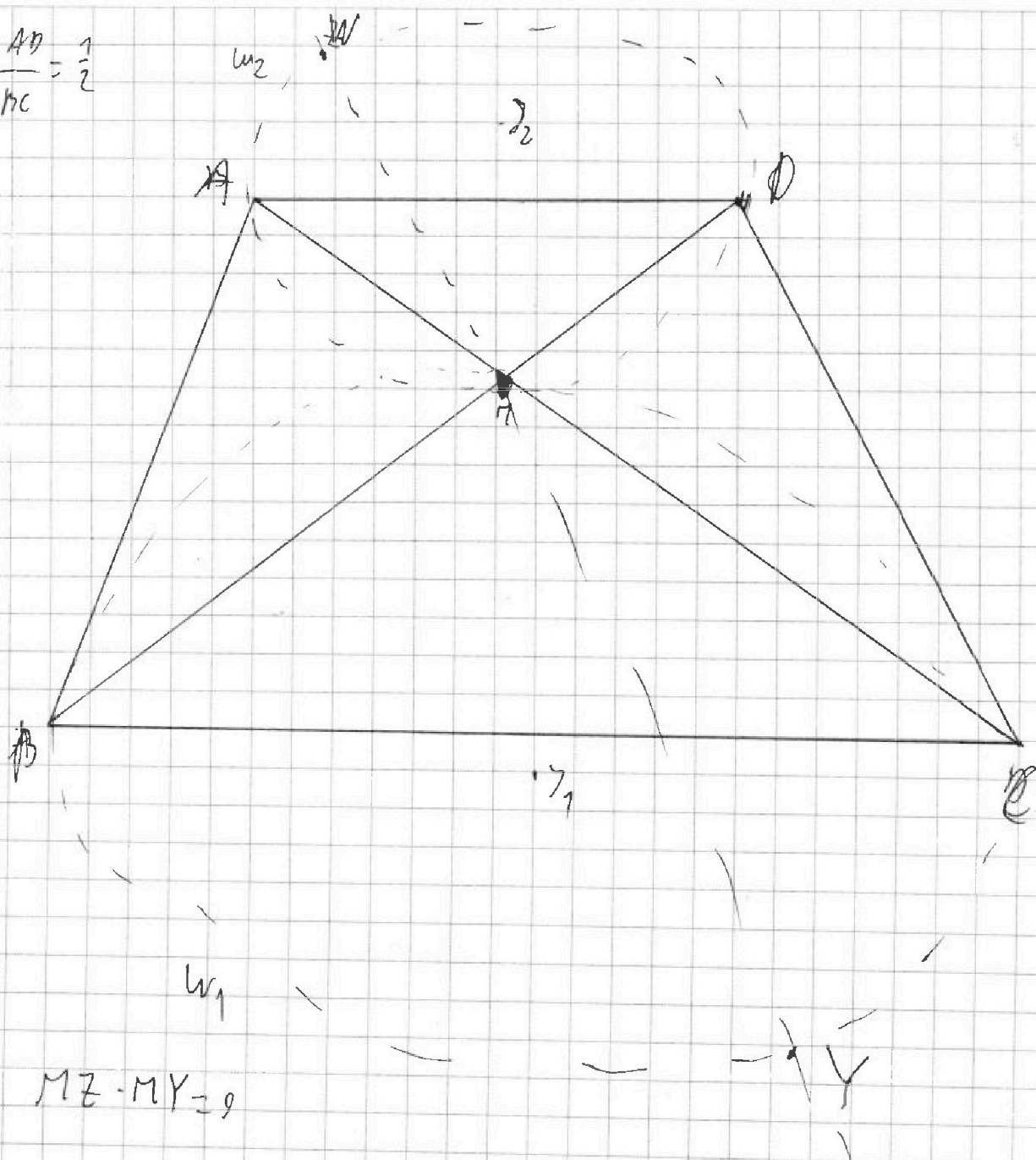
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$



$$MZ \cdot MY = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

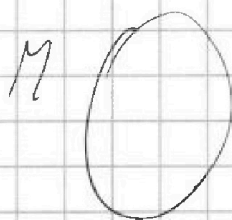
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d=2$$

$$a_1 = 732^0$$



$$p^2 - 1^2 = 1080$$

$$a = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$b = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$n, n+1, n+2,$$

$$n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3$$

$$540 \cdot 2^2$$

$$7n+a$$

$$a = 0 \dots 6$$

$$b = 0 \dots 6$$

$$1080 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 735 \cdot 5 \\ - 20 \cdot 127 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5, n+6$$

$$54 \cdot 270$$

$$(7n+a)$$

$$(7n+b)$$

$$735 \cdot 8$$

$$2^3 \cdot 5 \cdot 3^3$$

$$(7n+a)^2 - (7n+b)^2 = 14na + a^2 - 14nb - b^2 = 1080$$

$$14n(a-b) + a^2 - b^2 = 1080$$

$$(a-b)(14n+a+b) = 1080$$

$$(a-b)(14n+a+b) = 1080$$

$$(a-b)(14n+a+b) = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~XXXX~~ 4

$$\begin{array}{r} 236 \overline{) 12} \\ -12 \overline{) 12} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$a = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$b = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$\begin{array}{r} 236 \overline{) 12} \\ -12 \overline{) 12} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$0, 6$$

$$\begin{array}{r} 504 \overline{) 12} \\ -48 \overline{) 12} \\ \hline 24 \end{array}$$

$$a - b = 6, 5, 4, 3, 2, 1$$

$$(6n+a)^2 + (6n+b)^2 = 7020$$

$$\begin{array}{r} 1080 \overline{) 6} \\ -6 \overline{) 6} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$180 - 36 = 144$$

$$\begin{array}{r} 540 \overline{) 12} \\ -48 \overline{) 12} \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 6} \\ -42 \overline{) 6} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 27 \\ \hline 8 \\ \hline 276 \end{array}$$

$$(6n-a)(6n-b)$$

$$8 \cdot 27$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 276 \\ \hline 1080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 508 \overline{) 12} \\ -48 \overline{) 12} \\ \hline 28 \end{array}$$

$$(6n-a)^2 - (6n-b)^2 = 1080$$

$$-12an + a^2 - b^2 + 12bn = 1080$$

$$12n(b-a) + (a-b)(b+a) = 7020$$

$$15$$

$$20$$

$$n =$$

$$\begin{array}{r} 236 \overline{) 12} \\ -12 \overline{) 12} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(a-b)(b+a-12n) = 1080$$

$$(b-a)(12n-b-a) = 1080$$

$$90 + 18 = 108$$

$$10 \cdot 6 =$$

$$42 \cdot 6 =$$

$$108 + 15 = 123$$

$$108 + 10 = 118$$

$$\begin{array}{r} 252 \overline{) 12} \\ -12 \overline{) 12} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 48 \\ \hline 270 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{12}{8} + 2 - \frac{5}{2} + 1$$

$$6(1-2t^2)t-t \quad \vee \quad 5-4(1-2t^2)$$

$$0 < t < \frac{1}{2}$$

$$(6-12t^2)t-t \quad \vee \quad 5-4+8t^2$$

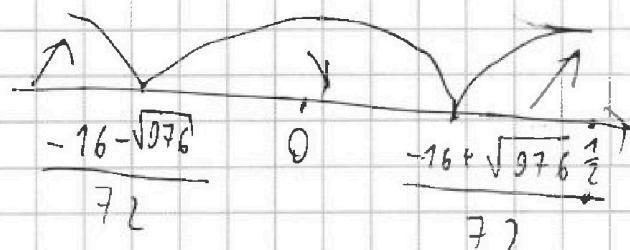
$$6t-12t^3-t \quad \vee \quad 5-4+8t^2$$

$$\textcircled{0} \quad \vee \quad 12t^3+8t^2-5t+1$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 16 \\ 160 \\ 256 \end{array}$$

$$36t^2+16t-5$$

$$256+720=976$$



$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 31 \\ \hline 31 \\ 930 \\ 961 \end{array}$$

$$\frac{-16 \pm \sqrt{976}}{72}$$

$$31 < \sqrt{976} < 32$$

$$15 < -16 + \sqrt{976} < 16$$

$$\frac{15}{72} < \frac{-16 + \sqrt{976}}{72} < \frac{16}{72}$$

$$\frac{-16 + \sqrt{976}}{72} < \frac{1}{2}$$

$$-16 + \sqrt{976} < 36$$

$$\sqrt{976} < 52$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NS

$$5 - 4 \sin \frac{9M}{14}$$

$$4 \sin \frac{5M}{14}$$

$$3 \sin \frac{3M}{14} - 4 \cos \frac{3M}{7}$$

$$3 \sin \frac{3M}{14}$$

mm

$$5 - 4$$

$$\cos X - \cos Y =$$

$$= -2 \sin \frac{X+Y}{2} \cdot \sin \frac{X-Y}{2}$$

$$\frac{6M}{14}$$

$$\begin{cases} 2+p=X \\ 2-p=Y \end{cases}$$

$$\frac{M}{2} = \frac{7M}{14}$$

$$3 \sin \frac{3M}{14} - 4 \cos \frac{6M}{14}$$

$$3 \cos \frac{4M}{14} - 4 \cos \frac{6M}{14}$$

$$\sin(2+p) = \sin 2 \cdot \cos p + \sin p \cdot \cos 2$$

$$\sin(2-p) = \sin 2 \cdot \cos p - \sin p \cdot \cos 2$$

$$\cos(2+p) = \cos 2 \cdot \cos p - \sin 2 \cdot \sin p$$

$$\cos(2-p) = \cos 2 \cdot \cos p + \sin 2 \cdot \sin p$$

$$\sin 2 - \sin p = 2 \sin \frac{2+p}{2} \cdot \cos \frac{2-p}{2}$$

$$-6 \left(-\sin \frac{M}{14} \cdot \sin \frac{5M}{14} \right) - \cos \frac{6M}{14}$$

$$6 \sin \frac{M}{14} \cdot \sin \frac{5M}{14} - \cos \frac{6M}{14} - \sin \frac{M}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{5M}{14}$$

$$3 \sin \frac{3M}{14} - 3 \sin \frac{M}{14} - \cos \frac{3M}{7}$$

$$8 \left(\sin \frac{2M}{14} + \cos \frac{4M}{14} \right) - \cos \frac{3M}{7}$$

$$\sin \frac{M}{14} (5 \sin \frac{5M}{14} - 1)$$

$$5 - 4 \sin \frac{5M}{14}$$

$$\cos 2 - \cos p = -2 \sin \frac{2+p}{2} \cdot \sin \frac{2-p}{2}$$

$$5 - 4 \sin \frac{5M}{14}$$

$$5 \sin \frac{5M}{14} \cdot \sin \frac{M}{14} - \sin \frac{M}{14}$$

$$5 + \sin \frac{M}{14}$$

$$5 \sin \frac{5M}{14} \cdot \sin \frac{M}{14} + 4 \sin \frac{5M}{14}$$