



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $143^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 792$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1 I_2 = 13/2$ , а  $MZ \cdot MY = 5$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$  или  $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 5 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☒

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у многоугольника  $n$  вершин

Тогда, с одной стороны,  $S = (n-2) \cdot 180$  -

сумма углов многоугольника, выраженных в градусах (по теореме о сумме углов  $n$ -угольника)

и с другой стороны,  $S = \frac{2 \cdot 143 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n =$   
 $= 143n + n^2 - n$  - сумма арифметической прогрессии с первым членом 143 и разностью 2

$$(n-2) \cdot 180 = 143n + n^2 - n$$

$$180n - 360 = 142n + n^2$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0, \quad D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 4$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \begin{matrix} 20 \\ 18 \end{matrix}$$

20 - больший корень, поэтому  $n = 20$  - ответ на вопрос задачи

Ответ: 20.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

Представим это как <sup>плоскость  $\alpha$</sup>  ~~плоскость~~ в пространстве (Оси -  $x, y, z$ )

В таком случае минимальное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$  достигается когда мы ищем расстояние от начала координат до этой плоскости

$$x^2 + y^2 + z^2 = d^2 \quad \text{по теореме Пифагора в пространстве и радиусу сферы } d$$

То есть  $d$  - это расстояние от точки  $(0; 0; 0)$  до плоскости  $\alpha$

$$d = \frac{\ln 6}{\sqrt{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}}, \quad d^2 = \frac{\ln^2 6}{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}$$

Это значение точно достигается для некоторых  $x_0, y_0, z_0$ , так как мы всегда можем опустить перпендикуляр из точки на плоскость

Ответ:  $\frac{\ln^2 6}{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 2) \quad \begin{cases} 101 = 6Q + 21 - K \Rightarrow K = 6Q - 80 \\ 94 = 8Q + 21 - J \Rightarrow J = 6Q - 74 \end{cases} \end{aligned}$$

по тем  
же сообра-  
жениям  
 $K=4, J=4$

Однако  $K \neq J$ , поэтому этот случай невозможен

В таком случае

$$M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$$

Ответ:  $\{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Знаемт возмoжнo cлучaи

$$1) \begin{cases} p = 199 \\ q = 194 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} p = 101 \\ q = 97 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} p = 31 \\ q = 12 \end{cases}$$

У нас двух чисел, выбранных из семи чисел  
 всегда 5 других чисел (в силу того, что  $p - q \leq 0$ )

Тогда  $p - q = 2^k - 6$  для некоторых  $2^k \in M$

Пусть  $a$  - самый малый элемент  $\in M$ , тогда остальные числа представим в виде  
 $a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6$

~~Знаемт разность между двумя элементами  
 может быть равна 1, 2, 3, 4, 5, 6~~

~~Постоянные значения невозможны~~

Тогда если  $S = \frac{2a+6}{2}$ ,  $4 = 4a+21$  - сумма  
 всех элементов

$$\begin{cases} p = S - (a+k) \text{ для некоторого } k & k \neq 1 \\ q = S - (a+1) \text{ для некоторого } 1 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 199 = 4a+21 - a - k \Rightarrow k = 6a - 148 \\ 194 = 4a+21 - a - 1 \Rightarrow 1 = 6a - 146 \end{cases}$$

переходим  
 $k = 2, 1 = 4, a = 30$

среди чисел от  
 0 до 6  
 только  
 $148+2 : 6$ ,



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку перед нами 4 последовательных натуральных числа, то сумма чисел в каждой из шестерок  $\geq 1+2+3+4+5+6 = 21$   
То есть  $p \geq 21$ ,  $q \geq 21$ ,  $p, q$  - простые

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$p+q \geq 42, \text{ а также } p-q < p+q$$

$$1) \begin{cases} p-q=2 \\ p+q=396 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=199 \\ q=204 \end{matrix}$$

$$2) \begin{cases} p-q=3 \\ p+q=266 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \notin \mathbb{Z} \\ q \notin \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} p-q=4 \\ p+q=198 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=101 \\ q=94 \end{matrix}$$

$$4) \begin{cases} p-q=6 \\ p+q=132 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=69 \\ q=63 \end{matrix}$$

$$5) \begin{cases} p-q=8 \\ p+q=98 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \notin \mathbb{Z} \\ q \notin \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$6) \begin{cases} p-q=9 \\ p+q=88 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \notin \mathbb{Z} \\ q \notin \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$7) \begin{cases} p-q=11 \\ p+q=72 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \notin \mathbb{Z} \\ q \notin \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$8) \begin{cases} p-q=12 \\ p+q=66 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=39 \\ q=24 \end{matrix}$$

$$9) \begin{cases} p-q=18 \\ p+q=44 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=31 \\ q=13 \end{matrix}$$

При дальнейшем увеличении  $p-q$ ,  $p+q < 42$   
поэтому такие случаи невозможны

В 9 случае  $q < 21$ , в 8 случае  $q$  - не простое, в 4 случае  $q$  - не простое, поэтому все эти случаи не подходят

Если ~~о первом (самом малом) из множества,~~  
то

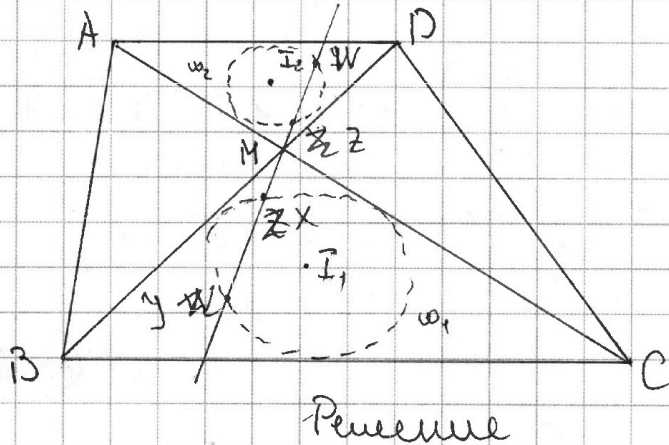


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$R = ?$   
радиус окружности  $\omega_1$

Решение  
Рассмотрим обозначать  $\deg_A$  - степень точки A относительно окружности  $\omega_1$   
 $\triangle AMD \sim \triangle CMB$  по 2 углам ( $\angle BMC = \angle DMA$ ,  $\angle ADM = \angle CBM$ )  
при  $AD \parallel BC$  и  $AD$  секущей

Тогда  $MI_1 = 2MI_2$ , поскольку  $BC = 2AD$

Введем обозначения  $MZ = 2MX$   $MX = 2MZ$

Потому  $2 \cdot MX \cdot MY = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = \frac{5}{2} = \deg_M \deg_M$

Значит  $MZ \cdot MW = \frac{2MX \cdot 2MY}{2} = 4MX \cdot MY = 10 = \deg_M \deg_M$

Из того, что  $I_1M = 2I_2M$  следует, что  $I_1M = \frac{13}{3}$

Потому  $\deg_M \omega_1 = I_1M^2 - R^2 = 10^2$

$$\left(\frac{13}{3}\right)^2 - R^2 = 10 \Rightarrow R = \frac{\sqrt{49}}{3}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{49}}{3}$ .





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$\sin \frac{3\pi}{14} = 3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14}$  по формуле синуса  
треугольного угла

$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}$  по формуле косинуса двой-  
ного угла

$$5 - 4 \left( 3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) \vee 4 \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} \right) - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \vee 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \vee 0$$

$$\left( \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left( 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) = \left( 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right),$$

получим

$$\left( \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left( 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \vee 0$$

$$\left( \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left( 4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 \right)^2 \vee 0, \quad \sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$$

~~Докажем, что  $\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$ .  $\sin \frac{\pi}{14} < 1$ , поэтому~~

$$\sin \frac{\pi}{6} = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Пусть } \sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4}, \text{ тогда } \sin \frac{\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} < \sin \frac{\pi}{4} \text{ (так как } \frac{\pi}{12} < \frac{\pi}{4} \text{)}, \text{ поэтому } \cos \frac{\pi}{12} > \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\text{Поэтому } \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} < \sin^2 \frac{\pi}{12}$$

$$\left( \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left( 4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 \right)^2 > 0$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Ответ~~

$$\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4} \quad \text{и} \quad \sin \frac{\pi}{14} < 1, \text{ поэтому}$$

$$\left( \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left( 4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 \right)^2 > 0$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В основании выпуклой пирамиды могут находиться треугольники, четырехугольники, пятиугольники, шестиугольники и семиугольники (при большем количестве ~~вершин~~ вершин оснований не будут находиться в плоскости  $\alpha$ , так как она выхватит в себя такую точку, но при этом равным не будет по условию, так как 4 из них точно в ней лежат)

Значит возможны следующие ситуации:

1) В плоскости  $\alpha$  выберется 3; 4; 5; 6; 7 точек, лежащих в основании пирамиды и еще одна точка выберется из 5, не лежащих в  $\alpha$

Таким образом:

$$\begin{aligned} & (C_4^3 + C_4^4 + C_4^5 + C_4^6 + C_4^7) \cdot 5 = \\ & = \left( \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{6} + \frac{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} + \frac{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{120} + 4 + 1 \right) \cdot 5 = \\ & = (35 + 35 + 21 + 8) \cdot 5 = 99 \cdot 5 = 495 \end{aligned}$$

В силу того, что каждая пирамида однозначно задает точки, находящиеся в ней, а каждое основание - точки, находящиеся в нем (в силу выпуклости)

2) Из точек, не лежащих в  $\alpha$  выберется 3 (они однозначно задают основание) и из плоскости  $\alpha$  выберется одна из 4 ~~выбранных~~

Таким образом:

$$C_5^3 \cdot 4 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot 4 = 40$$

Значит всего способов выбрать пирамиду  $495 + 40 = 565$

Ответ: 565.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = ?$$

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 3 \cdot 2^3 = \ln 3 \cdot 2$$

$$4 \ln(2) \cdot x + 3 \ln(2) \cdot y + z(\ln 3 + 3 \ln 2) = \ln 3 + \ln 2$$

$$x \cdot 4 \ln 2 +$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 3 + 3z \ln 2 = \ln 3 + \ln 2$$

$$(4x + 3y - 1) \ln 2 + 3z$$

$$(4x + 3y + 3z - 1) \ln 2 = (1 - 3z) \ln 3$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$(20 + 5) \cdot 3 = 60 + 15$$

$$16^x \cdot 2^y \cdot 8^z \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$16^{x-1}$$

$$4^z$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x-1} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^{z-1} = 1$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. S_{\text{меш}} = \frac{n(n-2)}{2} \cdot 360^\circ \quad \sin \frac{\pi}{12} < \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{14}} = \sin \frac{\pi}{14} < \frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12}}$$

$$S_{\text{меш}}: \{a_n\}$$

$$a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-1)d$$

$$d = 2^\circ$$

$$a = 143^\circ$$

$$D = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$t^2 = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$S = \frac{2a + (n-1)d}{2} \cdot n = \left( a + \frac{n-1}{2} d \right) \cdot n =$$

$$= \frac{n-2}{2} \cdot 360^\circ \quad 4\sqrt{3} > 4 \quad 2 - \sqrt{3} < \frac{1}{4}$$

$$(143 + n-1) \cdot n = \frac{n-2}{2} \cdot 360^\circ \quad \sqrt{3} > 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

$$142n + n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 4$$

$$n = \frac{38 \pm 4}{2} = \begin{cases} 21 \\ 14 \end{cases}$$

$$\text{Answer: } (21)$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} < \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{2-\sqrt{3}} < \frac{1}{2}$$

$$t^2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 38 \\ -38 \\ \hline 360 \\ +304 \\ \hline 664 \\ -38 \cdot 20 \\ \hline 1044 \\ -38 \cdot 20 \\ \hline 114 \\ \hline 1444 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \frac{\pi}{14}$$

25, ...

$$\begin{array}{r} 360 \overline{) 14} \\ - 28 \overline{) 295} \\ \hline 80 \\ - 40 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\frac{\sin \frac{\pi}{4}}{4} = \frac{\cos \frac{\pi}{4}}{4}$$

$$\frac{1}{14} = \frac{1}{28} + \frac{1}{28}$$

$$2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$2 \cdot \sin \frac{\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{2 \sin \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{4}} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} < \sin \frac{\pi}{6} \quad 2 \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14} < \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \cos^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{1}{2} < 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{1}{4} < \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \cdot \frac{15}{4} =$$

$$= 1 - 2 \cdot \frac{15}{4} =$$

$$= -\frac{7}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{14} - 1 =$$

$$2 \cdot \frac{15}{4} - 1 = \frac{7}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{6} =$$

$$94 \overline{) 13}$$

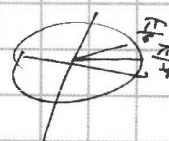
$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} < \frac{7}{4}$$

$$4\sqrt{3} \leq 7$$

поэтому

$$\cos \frac{\pi}{6} > \cos \frac{\pi}{4}$$





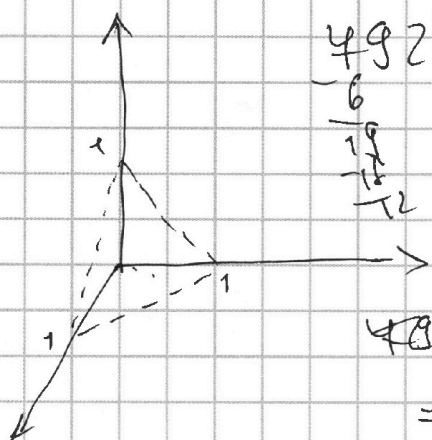


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 2} \\ -6 \\ \hline 19 \\ -12 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 2} \\ -6 \\ \hline 19 \\ -12 \\ \hline 72 \end{array}$$

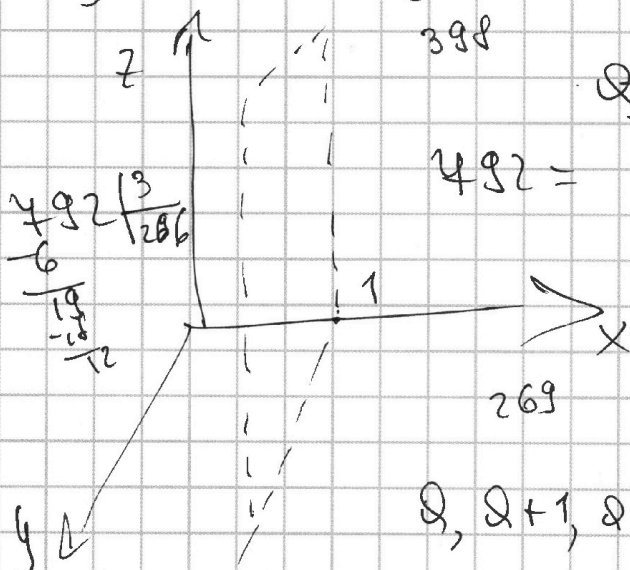
$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\begin{cases} a + d = 0 & a = -d \\ b + d = 0 & b = -d \\ c + d = 0 & c = -d \end{cases}$$

$$-dx - dy - dz + d = 0$$

$$P = ax_0 + by_0 + cz_0$$

$$x + y + z - 1 = 0$$



$$ax + by + cz + d = 0$$

$$x + y + z - 1 = 0$$

$$a + d = 0 \quad a = -d$$

$$a + b + d = 0$$

$$b = 0$$

$$a, a+1, a+2, \dots, a+6$$

$$p^2 - q^2 = 492$$

$$p = 29, q = 7$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \frac{1+6}{2} \cdot 6 = 21$$

$$\begin{array}{r} 138 \overline{) 2} \\ -12 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 2} \\ -6 \\ \hline 19 \\ -12 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 841 \\ -492 \\ \hline 349 \end{array}$$

$$202 \overline{) 2}$$

$$\leq 101$$

$$101 - 1 = 100$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \text{ } 2^{4x+3y+3z-1} = \frac{1}{3^{z-1}}$$

$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 18} \\ -46 \phantom{0} \\ \hline 32 \phantom{0} \end{array}$$

$$\cancel{2x + by + cz = 1}$$

$$2x + by = \cancel{1}c \quad y = -\frac{2}{b}x + \frac{\cancel{1}c}{b}$$

$$x^2 + y^2 = ?$$

$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 9} \\ -42 \phantom{0} \\ \hline 42 \phantom{0} \end{array}$$

$$\frac{2Q+n-1}{2} \cdot n =$$

$$\cancel{(Q+1)}$$

$$\frac{Q}{b}x = -\frac{Q}{b}x + \frac{c}{b}$$

$$2Qx = c$$

$$x = \frac{c}{2Q}$$

$$y = -\frac{Q}{b}$$

$$K = \frac{Q}{b^2}$$

$$\frac{b}{Q}$$

$$18.44$$

$$\frac{b}{Q}x = -\frac{Q}{b}x + \frac{c}{b}$$

$$x\left(\frac{b}{Q} + \frac{Q}{b}\right) = \frac{c}{b}$$

$$2x + by + cz \equiv f = 0 \quad x = \dots$$

Расстояние от точки до n-тн

$$J = \frac{Qx_0 + by_0 + cz_0 \equiv f}{\sqrt{Q^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$62$$

$$J^2 = \frac{(Qx_0 + by_0 + cz_0)^2}{Q^2 + b^2 + c^2} = \frac{\ln^2 6}{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}$$

$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 11} \\ -44 \phantom{0} \\ \hline 7 \phantom{0} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+y+z=3$$

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$$

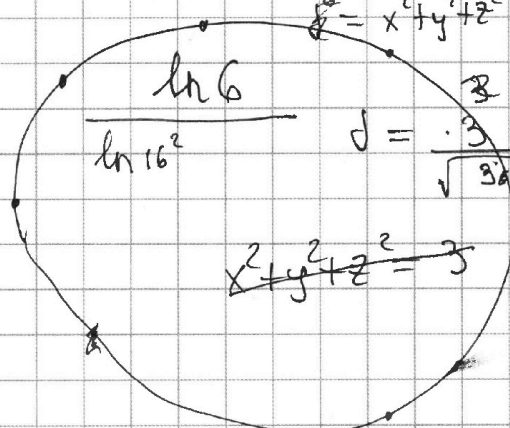
$$C_4^3 + C_4^1 + C_4^5 + C_4^6 +$$

$$+ C_4^1) \cdot 5$$

$$C_5^3 \cdot 7$$

$$C_5^3 \cdot 7$$

$$x + (x-1)^2$$



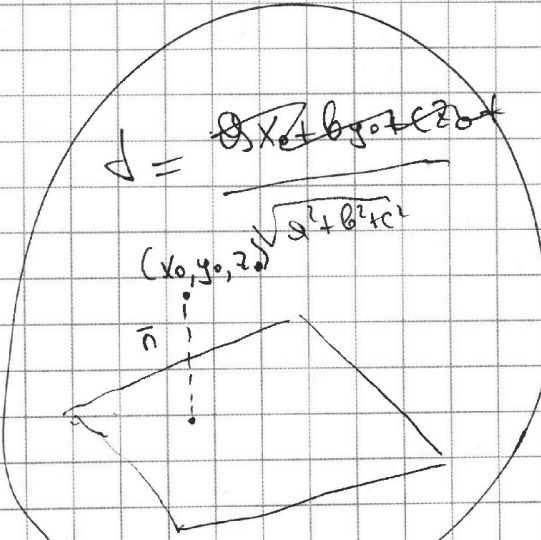
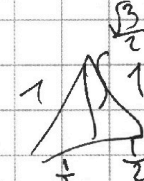
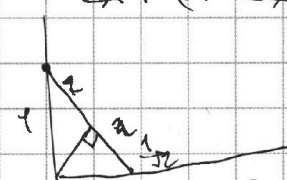
$$d: ax + by + cz + d = 0$$

$$n(a; b; c)$$

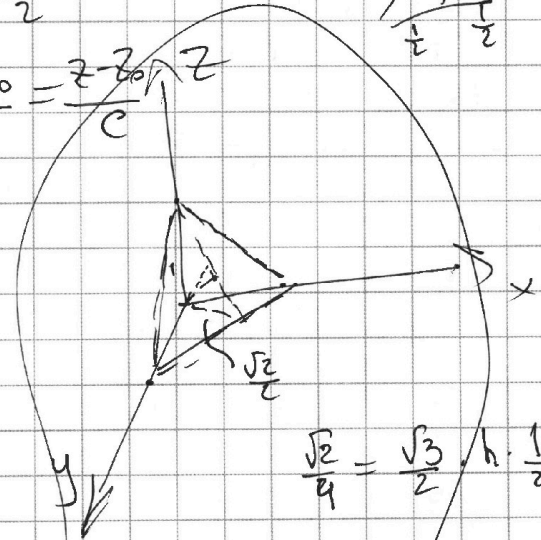
$$d = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$$



$$\frac{c}{a}(x-x_0) + z_0 =$$



$$\frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \frac{1}{2}$$

$$h = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$$

$$y = \frac{b}{a}(x-x_0) + y_0$$

$$z = \frac{c}{a}(x-x_0) + z_0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что  $\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$

$$\sin \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

из 6 элементов

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$

$a_1, a_3, a_4, a_5, a_6, a_2$

$$p - q = a - b$$

$$p \neq q \neq a, a+1, a+2, \dots, a+6$$

$$S = \frac{(a+6) \cdot 4}{2} = (a+3) \cdot 4 = 4a + 12$$

$$4a + 12 - (a+k) = 199$$

$$6a + 12 - k = 199$$

$$k = 12 - 199 + 6a = 6a - 187$$

$$6a - 187 = a$$

$$6 \cdot \frac{187}{5} = 224.4$$

$$4a + 6 = 84$$

$$194 = 6a + 12 - a$$

$$a =$$

$$\begin{array}{r} 199 \\ - 21 \\ \hline 178 \end{array}$$

182

$$1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$6a - 187 = a$$

$$a = 30$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 21 \\ \hline 80 \end{array} \quad \begin{array}{r} 94 \\ - 21 \\ \hline 73 \end{array}$$

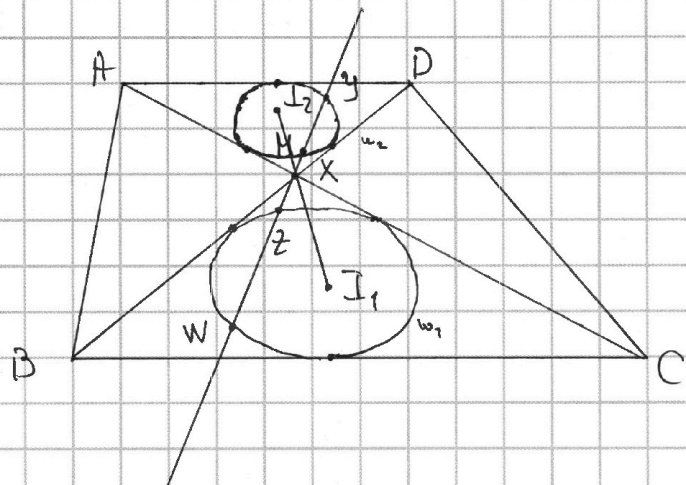


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1, I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$R_{w_1} = ?$$

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I_1 M = 2 I_2 M$$

$$MZ = 2 MX$$

$$3 I_2 M = \frac{13}{2}$$

$$2 MX \cdot MY = 5$$

$$I_1 M = \frac{13}{3}$$

$$I_2 M = \frac{13}{6}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 4} \\ - 198 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$MX \cdot MY = \frac{5}{2}$$

$$MZ \cdot MW = 10$$

$$d^2 - R^2 = 10$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ - 90 \\ \hline 79 \\ 4 \end{array}$$

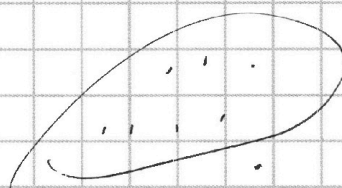
$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 13} \\ - 13 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10 = R^2$$

$$\frac{169}{9} - 10 = R^2$$

$$\frac{169 - 90}{9} = R^2$$

$$\frac{79}{9} = R^2 \quad R = \frac{\sqrt{79}}{3}$$



$$\begin{aligned} C_5^3 \cdot 4 + C_4^3 \cdot 5 &= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot 4 + \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{6} \cdot 5 = \\ &= 5 \cdot 2 \cdot 4 + 4 \cdot 2 \cdot 5 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$t =$$

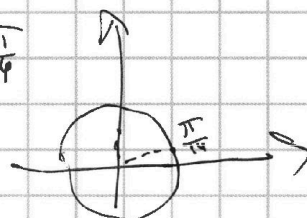
$$\begin{aligned} \sin(3\alpha) &= \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha = \\ &= 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \cdot \sin \alpha = \\ &= 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) + \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha = \\ &= 2 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} &= 5 - 4 \left( 3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) = \\ &= 5 - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \end{aligned}$$

$$5 - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 16 \sin^3 \frac{\pi}{14}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$



$$1 - 4 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 16 \sin^3 \frac{\pi}{14}$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \quad \vee \quad 0$$

$$\left( \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left( 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \quad \vee \quad 0$$

$$\left( \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left( 4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 \right)^2 \quad \vee \quad 0$$

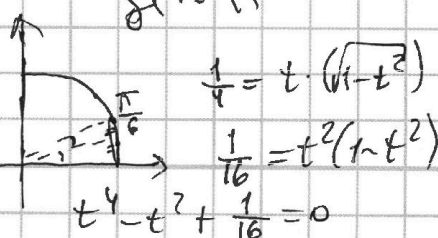
$$\sin \frac{\pi}{14} + 1 > 0$$

$$\sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{2}$$

$$4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 > 0$$

$$\frac{1}{4} = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{6} = 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$$



$$\frac{1}{4} = t \cdot \sqrt{1-t^2}$$

$$\frac{1}{16} = t^2(1-t^2)$$

$$t^4 - t^2 + \frac{1}{16} = 0$$