



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n | 143^\circ, 143^\circ + 2^\circ, \dots, 143^\circ + 2^\circ \cdot (n-1), n - \kappa - \text{во углов}$$

$$S_{\text{углов}} = \frac{143^\circ + 143^\circ + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n = (143^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ) \cdot n = (142^\circ + n) \cdot n$$

(как ариф. прогрессия)

$$\text{с другой стороны: } S_{\text{углов}} = (n-2) \cdot 180^\circ$$

(по формуле для внут. многоугольника)

$$n^2 + 142n = 180n - 360^\circ \quad \text{или} \quad n^2 - 38n + 360^\circ = 0$$

$$\frac{D}{4} = 19^2 - 360^\circ = 361^\circ - 360^\circ = 1^\circ \quad n = \frac{19^\circ \pm 1^\circ}{1^\circ} \leq \begin{matrix} 20 \\ 18 \end{matrix}$$

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \cdot \ln 16 + y \cdot \ln 8 + z \cdot \ln 24 = \ln 6, x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6 \quad \min [x^2 + y^2 + z^2] = ?$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6 \quad 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y} \cdot 2^{3z} \cdot 2^z = 2^1 \cdot 3^1$$

Степень 3 меняется только от $z \Rightarrow z = 1$:

$$2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x+3y = -2 \quad 4x+3y = 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 2$$

$$4(x+2) + 3(y-2) = 0 \quad 4(x+2) = 3(2-y)$$

$$\Rightarrow x+2 : 3 \Rightarrow x = 3k+1, k \in \mathbb{Z}$$

$$4(3k+3) = 3(2-y)$$

$$4k+4 = 2-y \quad y = -4k-2$$

Подставим:

$$(3k+1)^2 + (4k+2)^2 + 1^2 = 9k^2 + 6k+1 + 16k^2 + 16k+4 + 1 =$$

$$= 25k^2 + 22k + 6 \quad k_0 = \frac{-22}{2 \cdot 25} = \frac{-11}{25} \notin \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow$ для мин либо при $k = -1$ либо $k = 0$:

$$k=0: 1^2 + 2^2 + 1^2 = 1+4+1=6$$

$$k=-1: (-2)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 4+4+1=9$$

Ответ: 6.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N \ 3 \quad \alpha, \alpha+1, \alpha+2, \alpha+3, \alpha+4, \alpha+5, \alpha+6, \alpha \in N$$

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$1) (p+q)(p-q) = 8 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

Заметим, что $p+q > p-q$, тк $p, q \in N$

Значит на факторы запишем все возможные значения $p+q$:

Запишем все факторы $8 \cdot 99$:

$$792, \frac{792}{2}, \frac{792}{3}, \frac{792}{4}, \frac{792}{8}, \frac{792}{9}, \frac{792}{6}, \frac{792}{11}, \frac{792}{12},$$

минимальное значение такой шестёрки = $\alpha + \alpha + 1 + \dots + \alpha + 5 = 6\alpha + \frac{1+5}{2} \cdot 5 = 6\alpha + 15$

максимальное значение = $\alpha + 1 + \alpha + 2 + \dots + \alpha + 6 = 6\alpha + 15 + 6 = 6\alpha + 21$

2) Т.е. p и q отличаются не более на 6:

Все делители 792:

$$1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72, 11, 22, 33, 44, 66, 88, 99, 132, 198, 264, 396, 792$$

из которых $p+q$ может быть: 702, 396, 264, 198, 132,

$p+q$	$p-q$
702	1
396	2
264	3
198	4
132	6
99	12
66	18
44	24
33	36
22	44
11	72

Подпись на 11 (33, 24)

$$p+q=33$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

№3. Продолжение

1.1: $6\alpha + 15 = 97$ $6\alpha = 82$ (неверно, т.к. $82 \not\div 3$)

1.2: $6\alpha + 16 = 97$ $6\alpha = 81$ (неверно, т.к. $81 \not\div 2$)

1.3: $6\alpha + 17 = 97$ $6\alpha = 80$ (неверно, т.к. $80 \not\div 3$)

2.1: $6\alpha + 15 = 199$ ~~$6\alpha = 184$~~ (неверно $199 \not\div 3$)

2.2: $6\alpha + 16 = 199$ $6\alpha = 183$ (183 нечетн)

2.3: $6\alpha + 17 = 199$ ~~$6\alpha = 182$~~ ($182 \not\div 3$)

2.4: $6\alpha + 18 = 199$ $6\alpha = 181$ (181 нечетн)

2.5: $6\alpha + 19 = 199$ $6\alpha = 180$ $\alpha = 30$

$M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

~~2.6. 6α~~ Ответ: $M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/3 Продолжение:

$p+q$	$p-q$	Пошагово 13) условие (1) не выполняется из условия (2) возможны лишь случаи 1-5:
1) 792	1	1) $\begin{cases} p+q = 792 \\ p-q = 1 \end{cases}$ $2p = 793$ (неверно)
2) 396	2	2) $\begin{cases} p+q = 396 \\ p-q = 2 \end{cases}$ $2p = 398$ $q = 197$ (подходят)
3) 264	3	3) $\begin{cases} p+q = 264 \\ p-q = 3 \end{cases}$ $2p = 267$ (неверно)
4) 198	4	4) $\begin{cases} p+q = 198 \\ p-q = 4 \end{cases}$ $2p = 202$ $p = 101$ $q = 97$ (оба подходят)
5) 132	6	5) $\begin{cases} p+q = 132 \\ p-q = 6 \end{cases}$ $2p = 138$ $p = 69$ $q = 63$ (простые, не подходят)
6) 99	8	
7) 88	9	
8) 72	11	
9) 66	12	
10) 44	18	
11) 36	22	
12) 33	24	
13) 24	33	

Подходят лишь варианты $(p=101, q=97)$ либо $(p=199, q=197)$

Сумма изначального набора может принимать значения лишь:

1) $60x+15$	Разность 4 возможна, если [(1) и 5)], [(2) и 6)], [(3) и 7)]
2) $60x+16$	
3) $60x+17$	
4) $60x+18$	Разность 2 возможна, если [(1) и 3)], [(2) и 4)], ... [(5) и 7)]
5) $60x+19$	
6) $60x+20$	
7) $60x+21$	



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

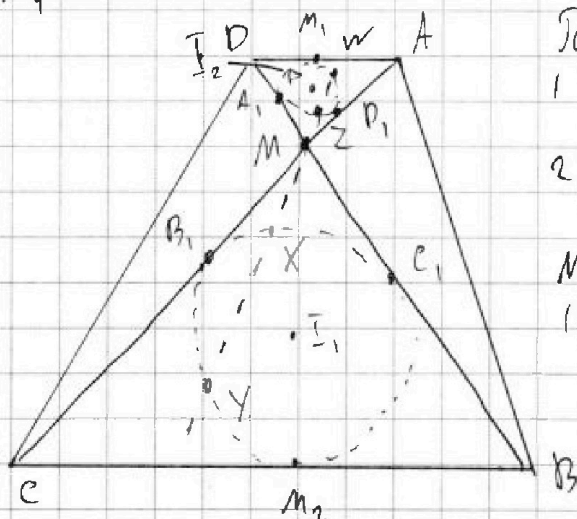
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 4



Пусть ~~данная~~ окружность
1 кас. в $\{.3\}$ B_1, C_1, M_2, α

2 касается в $\{.3\}$ A_1, D_1, M_1 .

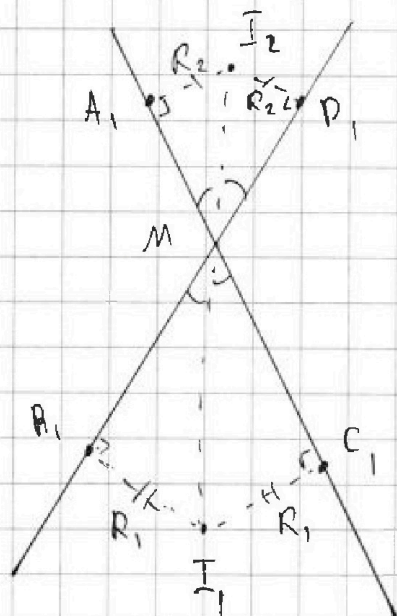
$MA_1 = MD_1$, $MB_1 = MC_1$,
(как отрезки кас.)

По теореме о кас. и секущей:

$$B_1 M^2 = M X \cdot M Y$$

$$A_1 M^2 = M Z \cdot M W$$

Заметим что I_1 и I_2 лежат на 1 прямой
с $\{.3\}$ M , Т.К. I_1 и I_2 лежат на биссектрисах
вертикальных углов. (центр впис. окружности
лежит на пересечении биссектрис Δ)



$$I_1 I_2 = I_1 M + I_2 M \neq$$

$$\Delta MA_1 I_2, \Delta MI_2 D_1, \Delta MB_1 I_1, \Delta$$

$$\Delta I_1 M C_1 - \text{прямоуг. } \Delta.$$

$$\Rightarrow I_1 I_2 = \sqrt{R_1^2 + MB_1^2} + \sqrt{R_2^2 + MA_1^2}$$

$$\text{также } \Delta MCB \sim \Delta AMD$$

$$k = \frac{BC}{AD} = 2 \Rightarrow R_1 = 2R_2$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{R_1^2 + R_2^2} +$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 Продолжение:

В.М.З. Заметим, что $\triangle A_1 M I_2 \sim \triangle M B_1 I_1$,
 (т.к. оба прямоугол. и $\angle A_1 M I_2 = \angle B_1 M I_1$, как биссект.)

$$n = \frac{R_1}{R_2} = 2 \quad (\text{коэф. подобия})$$

$$\Rightarrow M B_1 = 2 M A_1$$

$$\begin{cases} 4 M A_1^2 = M X \cdot M Y \end{cases}$$

$$\begin{cases} M A_1^2 = M Z \cdot M W \end{cases}$$

$$4 M A_1^4 = \underbrace{M Y \cdot M Z}_{5} \cdot M X \cdot M W$$

$$M X = 2 \cdot M Z$$

$$M Y = 2 M W$$

$$\frac{M Y}{2} = M W$$

$$4 M A_1^4 = 5^2$$

$$M A_1^2 = \frac{5}{2}$$

$$M A_1 = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$M B_1 = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot 2$$

$$\frac{13}{2} = \sqrt{4 k_2^2 + 4 \cdot \frac{5}{2}} + \sqrt{k_2^2 + \frac{5}{2}}$$

$$\frac{169}{4} = 4 k_2^2 + 10 + k_2^2 + \frac{5}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N 5 \quad 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Пусть } \alpha = \frac{\pi}{4}: \quad 5 - 4 \sin 3\alpha \quad \vee \quad 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$5 - 4(-4 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha) \quad \vee \quad 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha$$

$$5 + 16 \sin^3 \alpha - 12 \sin \alpha \quad \vee \quad 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

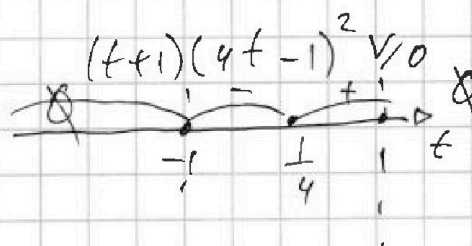
$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 \quad \vee \quad 0$$

Заметим, что $\sin \alpha = -1$ — ~~не~~ решение: $-16 + 8 + 7 + 1 = 0$
 $\sin \alpha = t$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 & t + 1 \\ -16t^3 + 16t^2 & \\ \hline -8t^2 - 7t & \\ -8t^2 - 8t & \\ \hline t + 1 & \\ -t + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(t+1)(16t^2 - 8t + 1) \quad \vee \quad 0$$

~~не~~



$$\sin \frac{\pi}{4} \quad \vee \quad \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

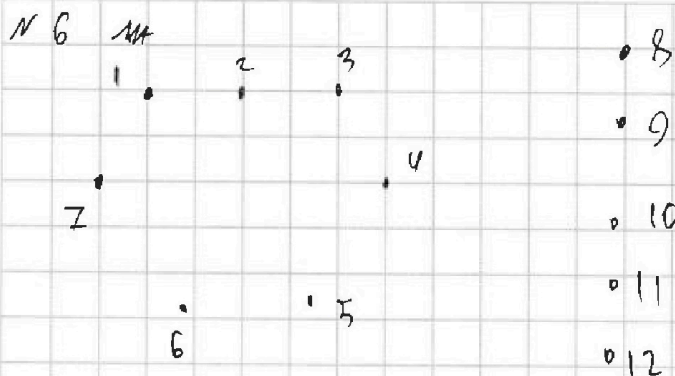
☐ 5

☒ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



из условия следует, что основание либо из точек 1-7, либо включая 8-12, но не 13, тк не составляют п-та.

1) Основание среди 1-7: $(C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) \cdot 5$

(·5, тк это к-во способов выбрать ост. вершину)

$$= \left(\frac{7!}{4! \cdot 3!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} + \frac{7!}{6! \cdot 1!} + \frac{7!}{7! \cdot 0!} \right) \cdot 5 = \left(\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{6} + \frac{6 \cdot 7}{2} + \frac{7}{1} + 1 \right) \cdot 5$$

$$= 25 \cdot 7 + 3 \cdot 5 \cdot 7 + 35 + 5 = 140 + 35 + 15 \cdot 7 + 40 = 180 + 35 + 70 + 35 = 180 + 140 = 200 + 120 = 320$$

2) Основание из 3-х, но включая 8-12:

тк пирамиды с 1 вершиной из 8-12 уже посчитали, то 2 вершины либо 3 среди (8-12):

2.1) 2 верш: $C_5^2 \cdot C_7^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 3}{6 \cdot 2 \cdot 2} = 35$

2.2) 3 верш: $C_5^3 \cdot 7 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 7 = \frac{4 \cdot 5}{2} \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70$

Всего: $70 + 35 + 320 = 390 + 35 = 425$

Ответ: 425



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

792	1
396	2
264	3

66	12
44	18
33	24
22	33
36	

792	-	1
396	-	2
264	-	3
198	-	4
132	-	6
99	-	8
88	-	9
72	-	11
66	-	12
44	-	18
36	-	22
33	-	24
24	-	33

$$\frac{792}{36} = \frac{80911}{4.9} = \frac{44}{1} = 22$$

$$66 \cdot 12 = 3 \cdot 22 \cdot 3 \cdot 4$$

$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5,$
 $a+6$

- 1) $6a+15$
- 2) $6a+16$
- 3) $6a+17$
- 4) $6a+18$
- 5) $6a+19$
- 6) $6a+20$
- 7) $6a+21$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 Продолжение:

$$x+1 = \frac{y}{\sqrt{3}} + 1 \quad \sqrt{3}x = y \quad x = \frac{\sqrt{3}}{3}y$$

Пусть α — абсцисса $\{0\}$ y : $y \in \{\alpha; \frac{\sqrt{3}}{3}\alpha; 0\}$

Найдем уравнение плоскости SAB: $nx + my + pz + d = 0$

$$\begin{cases} 0 + 0 + p \cdot 2\sqrt{3} + d = 0 \\ -1 \cdot n - \sqrt{3} \cdot m + 0 + d = 0 \\ 1 \cdot n - \sqrt{3} \cdot m + 0 + d = 0 \end{cases} \begin{cases} p = -\frac{d}{2\sqrt{3}} \\ n + \sqrt{3}m = d \\ n - \sqrt{3}m = -d \end{cases} \begin{cases} p = -\frac{d}{2\sqrt{3}} \\ 2n = 0 \\ n - \sqrt{3}m = -d \end{cases}$$

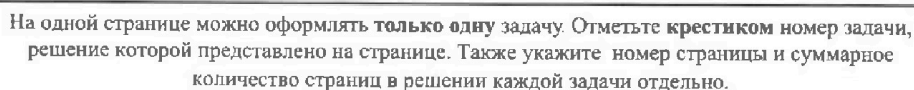
$$\begin{cases} p = -\frac{d}{2\sqrt{3}} \\ n = 0 \\ m = \frac{d}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$0 \cdot x + \frac{d}{\sqrt{3}} \cdot y - \frac{d}{2\sqrt{3}} \cdot z + d = 0 \quad | \cdot \frac{\sqrt{3}}{d}$$

$$y - \frac{z}{2} + \sqrt{3} = 0$$

$$2y - z + 2\sqrt{3} = 0$$

Найдем нормаль: $\vec{n} = (0; 2; -1)$

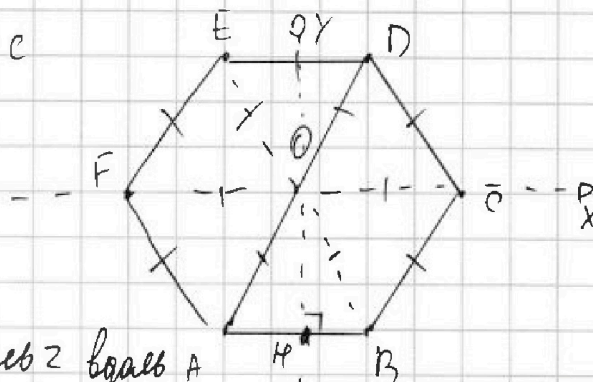


7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Центр 0 - центр шестигранника.
Введем систему координат с центром 0:



ось $X \parallel AB$; ось $Y \perp$ оси X ; ось Z вдоль A
02

$$0 \leq 0, 0, 0 \}$$

$$\Delta OAB - \text{PCM } \Delta \quad S_{OAB} = \frac{OI \cdot 2}{2} = OI \quad S_{OAB} = \frac{\sin 60^\circ \cdot 2^2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{2}$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{3} \quad OH - \text{мед} \Rightarrow AH = 1$$

$$A_2 - 1 - 5_3 - 0_3$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C \begin{Bmatrix} 2 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Dr

$$D\{1, \sqrt{3}, 0\}$$

$$E\{-1; \sqrt{3}; 0\}$$

F2 - 2 - 0 - 02

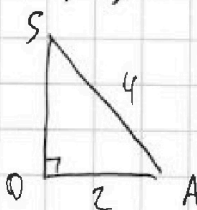
$$\{0, 0, 2\sqrt{3}\}$$

$$0 \leq C = 2$$

Заметим, что $\{ \cdot \} D, E, F$ симметричны относительно $\{ \cdot \}$ с $\{ \cdot \}$
 $A, B, C \Rightarrow$ отлич. знаками.

S/M ΔAOB :

$$SO = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



SO - высота

Уравнение прямой AP из формулы:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_3-z_1} \quad \frac{x+1}{1+1} = \frac{y+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{3}} \quad \text{Ans } z = \text{const} = 0$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \quad x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

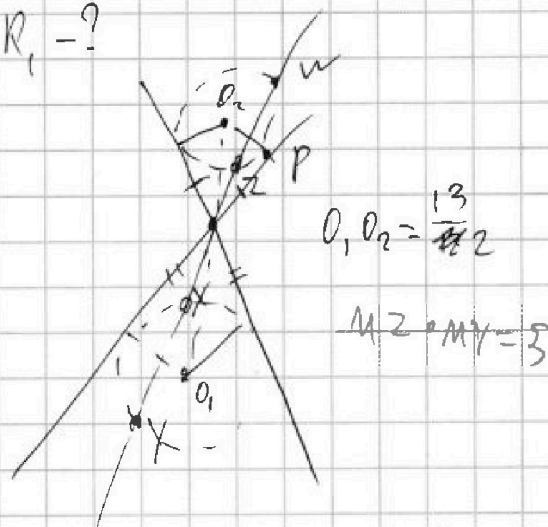
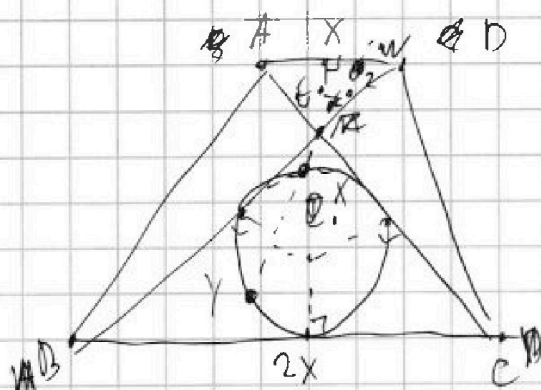
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \frac{\pi}{14} \vee \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6}$$

$R_1 - ?$



$$\sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \vee \frac{1}{8}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} + \sin \frac{\pi}{6} \vee$$

$$\min [S] = 8\alpha + \frac{1+5}{2} \cdot 5$$

$$6\alpha + 15$$

$$\max [S] = 6\alpha + 15 + 6$$

$$6\alpha + 21$$

1, 2, 4, 8, 3, 2, 11,
12, 36, 44, 24, 72, 88,
99, 21, 792, 203, 11

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{792}{66}$$

$$\frac{3 \cdot 3^2}{2 \cdot 3} = \frac{36 \cdot 2}{22}$$

$$\frac{792}{132} = 6$$

$$\frac{792}{99} = 8$$

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤
- ⑥
- ⑦
- ⑧
- ⑨
- ⑩
- ⑪
- ⑫
- ⑬
- ⑭
- ⑮
- ⑯
- ⑰
- ⑱
- ⑲
- ⑳
- ㉑
- ㉒
- ㉓
- ㉔
- ㉕
- ㉖
- ㉗
- ㉘
- ㉙
- ㉚
- ㉛
- ㉜
- ㉝
- ㉞
- ㉟
- ㊱
- ㊲
- ㊳
- ㊴
- ㊵
- ㊶
- ㊷
- ㊸
- ㊹
- ㊺
- ㊻
- ㊼
- ㊽
- ㊾
- ㊿

$$X - X_1$$

$$X_2 - X_1$$

$$792, 396$$

$$\frac{4 \cdot 3}{12}$$

$$\frac{36}{8} = \frac{18}{4}$$

$$44 \cdot 12 = 11 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2^2$$

$$\frac{792}{36} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 11}{4 \cdot 9} = 22$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1~~ ~~143, 145, ..., 143 + (n-1) \cdot 2~~

$$S = \frac{143 + 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = (143 + n - 1) \cdot n = n(142 + n)$$

$$S = 180 \cdot (n-2) \quad 180n - 360 = 142n + n^2$$

$$0 = 360 - 38n + n^2$$

$$\frac{D}{4} = 19^2 - 360 = 19^2 - 6^2 \cdot 10 =$$

$$= 361 - 360 = 1$$

$$n = \frac{19 \pm 1}{2} \quad \frac{20}{2} = 10$$

$$24 = 4 \cdot 6 - 2^3 \cdot 3 \quad \frac{18}{2} = 9$$

N2

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 4 + z \ln 6 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{8 \cdot 3} = \frac{24}{24} = 1$$

(12)

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$12 = 1$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^3 \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x+3y = -2$$

$$4x+3y = -2$$

$$3y = -4x - 2$$

$$p+q > p-q$$

выполнен
линейный квадрат

N3

$$a, a+1, a+2, \dots, a+6$$

$$(p+q)(p-q) = 792$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} = 2^{-2}$$

$$2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x+3y = -2$$

$$3y = -4x - 2$$

$$p+q > p-q$$

$$792 = 2 \cdot 396 =$$

$$= 2^2 \cdot 198 = 2^3 \cdot 99 =$$

$$= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) \vee 4 \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - 5 \sin\left(\frac{\pi}{14}\right)$$

$$5 + 5 \sin\frac{\pi}{14} \vee 4 \cos\frac{\pi}{7} + 4 \sin\frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 4 \cos 2\alpha - 5 \sin 2$$

$$5 - 4(-4 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha) \vee 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin 2$$

$$5 + 16 \sin^3 \alpha - 12 \sin \alpha \vee 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

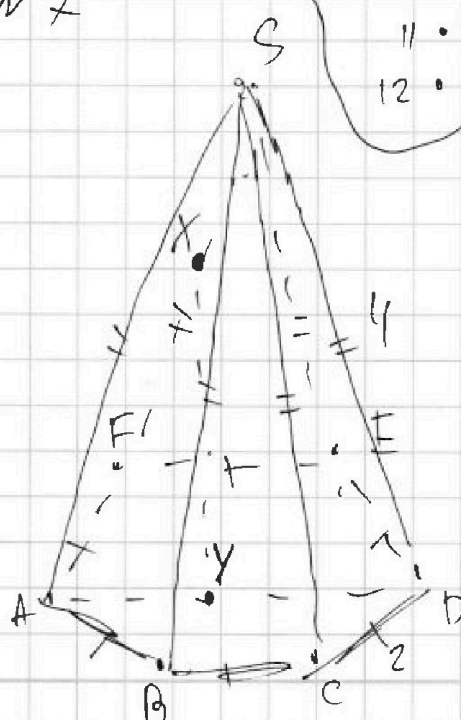
$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 = 0$$

$$1) 16 + 8 - 7 + 1 > 0$$

$$-1) -16 + 8 + 7 + 1 = -16 + 15 + 1 = 0$$

6) метр

~ 7



$XY \parallel SAB$

$\min[XY] = ?$

Знаем плоскость SAB
как параметр от Y?

Строим, но можно

$$4X + 3Y = -2 \cdot 4 + 3 \cdot 2$$

$$4(X+2) + 3(Y-2) = 0$$

$$4(X+2) = 3(2-Y)$$

$$x = 3k + 1$$

$$4X + 3Y = -2$$

$$X = -2 \quad Y = 2$$

$$X = -2 \quad Y = 2$$

$$X = -8$$

$$-32 + 3Y = -2$$

$$3Y = 30$$

$$Y = 10$$

$$(-2; 2)$$

$$(-8; 10)$$

~ 6

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

119

120

121

122

123

124

125

126

127

128

129

130

131

132

133

134

135

136

137

138

139

140

141

142

143

144

145

146

147

148

149

150

151

152

153

154

155

156

157

158

159

160

161

162

163

164

165

166

167

168

169

170

171

172

173

174

175

176

177

178

179

180

181

182

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

207

208

209

210

211

212

213

214

215

216

217

218

219

220

221

222

223

224

225

226

227

228

229

230

231

232

233

234

235

236

237

238

239

240

241

242

243

244

245

246

247

248



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2 \quad x \cdot \ln 16 + y \cdot \ln 8 + z \cdot \ln 24 = \ln 6, \quad x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^z \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

Выражение меняет степень 3 только от z

$$\Rightarrow z = 1$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 8 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \quad 2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x + 3y = -2$$

МАТЕМАТИКА

Алгебра

Уравнения

Задача

$$4x + 3y = -2$$

$$\min [1]$$

$$4x + 3$$