



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть кол-во вершин равно n , тогда, сумма $\angle$ -ов равна $180^\circ(n-2)$ (легко доказывается, т.к. у Δ -ка 180° , добавляя вершины добавляем "треугольнички" $\Rightarrow$ ещё к 180°). С другой стороны $\angle$ -ы образует арифм. прогрессия с разницей 2, тогда сумма $\angle$ -ов запишется как $132n \pm \frac{2(n-1)n}{2}$. Приравняем:

$$180^\circ(n-2) = 132n \pm \frac{2(n-1)n}{2}$$

$$1) 180n - 360 = 132n + n^2 - n;$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0;$$

$$\text{по Д} \quad n_1 + n_2 = 49 \Rightarrow \boxed{n_1 = 40}$$

$$\text{по С:} \quad n_1 \cdot n_2 = 360 \quad n_2 = 9$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ + 49 \\ \hline 246 \\ \begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 1329 \\ 183 \\ \hline 2209 \\ + 1440 \\ \hline 3649 \end{array} \end{array}$$

$$2) 180n - 360 = 132n - n^2 + n; \quad n_1, n_2 = \frac{-47 \pm \sqrt{47^2 + 4 \cdot 360}}{2}$$

$$n^2 + 47n - 360 = 0;$$

$$= \frac{-47 \pm \sqrt{3649}}{2}$$

$$(62^2 = 3844 \quad 63^2 = 3969) \quad 60^2 = 3600 \quad 61^2 = 3721$$

$$60^2 < 3649 < 3721 (61^2)$$

$$n_1, n_2 \notin \mathbb{N}$$

Тогда больше из 40 и 9 - 40.

Ответ: 40 вершин.

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 62 \\ \hline 124 \\ 124 \\ \hline 3844 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ \times 63 \\ \hline 189 \\ 189 \\ \hline 3969 \end{array} \quad \begin{array}{r} 61 \\ \times 61 \\ \hline 161 \\ 161 \\ \hline 3721 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \quad a \in \mathbb{N}. \quad \sum a \leq 7a+21 \quad 1$$
$$E-a \leq -(a^2)$$
$$+15$$

a_1 - 1-ое число сэмплки; a_7 - 7-ое число сэмплки

$$p^2 - q^2 = 1080$$

$$(p-q)(p+q) = 1080$$

$$(7a+21-a-i)^2 - (7a+21-a-j)^2 = 1080$$

$$(6a+21-i)^2 - (6a+21-j)^2 = 1080$$

$$(6a+21-i - 6a-21+j)(6a+21-i+j) = 1080;$$

$$(j-i)(12a+42-i-j) = 1080;$$

$$0 < j-i \leq 7$$
$$1, 2, 3, 5, 6$$

$$42 \cdot 7$$
$$294+21$$
$$315$$
$$-277$$
$$38$$

$$b \cdot d = 1080$$

$$41 \cdot 7 + 21$$
$$292$$
$$308$$
$$-277$$
$$31$$

$$p-q=30$$
$$p+q=36$$
$$2p=66$$
$$p=33$$
$$q=3$$

$$2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 15, 27, 30, (2 \cdot 5 \cdot 3) \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

$$a+b=x$$
$$a-b=y$$

$$2a=x+y$$
$$a=\frac{x+y}{2}$$
$$b=\frac{x-y}{2}$$

$$30 \cdot 36 = 1080$$

$$27 \cdot 40$$

$$15 \cdot 9 \cdot 120$$

$$10 \cdot 108$$

$$p+q=40$$

$$p-q=27$$

$$2p=67$$

$$p=33.5$$

$$1080/108$$

$$108/10$$

$$2 \cdot 1080$$

$$p+q=108$$

$$p-q=148 \Rightarrow p=69$$

$$69+39$$

$$a-b \leq 6$$

$$x+y=(x-y)$$

$$2 \leq y \leq 6$$

$$(i=2) (j=4)$$

$$p-q=3 \Rightarrow p=$$

$$p+q=30$$

$$7a+21$$

$$277+i=6a+k$$

$$269+i=6a+19$$

$$2+i=0$$

$$i=j-i$$

$$p-q=4$$

$$p+q=27$$

$$2p=31$$

$$p=15.5$$

$$6a+15=277$$

$$6a=262$$

$$a=43.6$$

$$p-q=6$$

$$p+q=18$$

$$2p=24$$

$$p=12$$

$$6a+21=277$$

$$6a=256$$

$$a=42.6$$

$$p-q=2$$

$$p+q=540$$

$$2p=542$$

$$p=271$$

$$q=269$$

$$q=269$$

$$6a+21=277$$

$$6a=256$$

$$a=42.6$$

$$(15, 27)$$

$$14, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48$$

$$a=41$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45;$$

Воспользуемся свойством логарифма:

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45;$$

При этом, ни ничего не потеряем, так 25^x -показательная функция $\Rightarrow$ берем "0" для любых значений $75^y, 125^z$ и 0 окажется больше нуля.

По свойству логарифма 0, "сумме/разности" найдем:

$$\ln \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 0;$$

$$\ln \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 0;$$

$$\frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45} = 1;$$

$$5^{2x+2y+3z} = 5 \cdot 3^2;$$

Т.к. x, y, z - целые ($\mathbb{Z}$), $\Rightarrow$
 $(5^{2x+2y+3z-1}) = 3^{(2-2)}$ - очевидно,
 что для $\mathbb{Z}$ чисел только сам
 степеней равен нулю)

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 1 & ① \\ y = 2 & ② \end{cases}$$

Подставим ② в ①,

$$2x + 4 + 3z = 1;$$

$$2x + 3z = -3;$$

$$x = \frac{-3 - 3z}{2} = -\frac{3}{2}(z+1)$$

Тогда $x^2 + y^2 + z^2$ примет вид: $(-\frac{3}{2}(z+1))^2 + 2^2 + z^2$

и произведем дифференцирование: $(\frac{3}{2}z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{9}{4} + 4 + z^2)^{1/2}$

$$= (\frac{3}{2}z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{25}{4})^{1/2} = \frac{13}{2}z + \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow z = -\frac{9}{13}; \frac{13}{2} = \frac{9}{2} \cdot \frac{13}{13} = \frac{9}{13}$$

Мы нашли вершину параболы, т.к. значения симметричны относительно вершины $\Rightarrow$ минимум в ближайшем к $-\frac{9}{13}$ целому значении, а именно в $z = -1$.

$$x = -\frac{3}{2}(z+1) = -\frac{3}{2}(-1+1) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 0^2 + 2^2 + (-1)^2 = 5.$$

Ответ: 5.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \quad p^2 - q^2 = 1080 \Rightarrow (p-q)(p+q) =$$

Поймем, что p и q могут отличаться не более, чем

на 6 (пифагор), тогда пусть $p+q = x$, $p-q = y$,

$$\text{тогда } \begin{cases} p+q=x \\ p-q=y \end{cases} \Rightarrow p = \frac{x+y}{2}, q = \frac{x-y}{2} \rightarrow \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2} \leq 6;$$

$1 \leq y \leq 6$. Делители 1080 от 1 до 6: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

(Т.к. числа $\in \mathbb{N} \Rightarrow p, q$ и $p+q$ тоже натуральные)

Из списка x четные делители т.к. если x -неч., то y -неч. $\Rightarrow x+y$ -неч., но $p = \frac{x+y}{2}$ (p -натуральное $\Rightarrow ; 2$)

$$1. \begin{cases} p+q=180 \\ p-q=6 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{186}{2} = 93; 3 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$2. \begin{cases} p+q=270 \\ p-q=4 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{274}{2} = 137; 2 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$3. \begin{cases} p+q=540 \\ p-q=2 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{542}{2} = 271; q = 269 \Rightarrow \text{оба простые}$$

Пусть первое число a , тогда сумма чисел равна $7a+21$,
и тогда минимальная сумма 6 чисел равна $6a+15$,
максимальная равна $6a+21$, тогда $6a+15 < 271$ и

$$6a+21 > 269 \quad 1. \quad 6a+15 < 271 \Rightarrow a < \frac{256}{6} \quad 2. \quad 6a+21 > 269 \Rightarrow a > \frac{248}{6}$$

$$\Rightarrow a > \frac{248}{6}$$

$$\begin{array}{r} 256/6 \\ 42 \\ \hline 248 \\ \hline 12 \\ \hline 256/6 \\ 42 \\ \hline 248 \\ \hline 12 \\ \hline \end{array}$$

значит $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = 42$, тогда

$$\text{Ответ: } M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 5 \quad 5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \quad \text{или} \quad 3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

Пусть $\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} = x \Rightarrow$ заменим в выражении:

$$5 - 4 \sin 3x \quad \text{или} \quad 3 \sin x - 4 \cos 2x$$

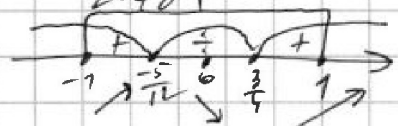
$$\begin{aligned} \sin 3x &= \sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x = \sin x (1 - 2 \sin^2 x) + 2 \sin x (1 - \sin^2 x) = \\ &= \sin x - 2 \sin^3 x + 2 \sin x - 2 \sin^3 x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x \\ \cos 2x &= 1 - 2 \sin^2 x \end{aligned}$$

Пусть $\sin x = y$, тогда перепишем 1 выражение:

$$5 - 4(3y - 4y^3) \quad \text{или} \quad 3y - 4(1 - 2y^2)$$

Отнимем от 1-го 2-ое, тогда:

$$\begin{aligned} f &= 5 - 12y + 16y^3 - 3y + 4 - 8y^2 = 16y^3 - 15y - 8y^2 + 9 \\ f' &= 48y^2 - 16y - 15 = 0 \\ y_{1,2} &= \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 4 \cdot 15 \cdot 48}}{96} = \frac{16 \pm 56}{96} \quad y_1 = \frac{-40 \pm \frac{5}{12}}{96} \quad y_2 = \frac{72}{96} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Тогда  $(\sin x \in [-1; 1])$

$$f\left(\frac{3}{4}\right) = 16 \cdot \frac{27}{64} - 15 \cdot \frac{3}{4} - 8 \cdot \frac{9}{16} + 9 = \frac{27}{4} - \frac{15}{4} - \frac{45}{4} + \frac{36}{4} = 0$$

Значит, что для $\sin x \in [0; 1]$ f -функция минимальна
 (-) на отрезке функция принимает значение "0", но тогда

$$\text{т.к. } \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \neq \frac{3}{4} \quad \left(\sin \frac{3\sqrt{5}}{14} < \sin \frac{\pi}{4} - \text{монотонна на } \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \right), \text{ но}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{3}{4}, \text{ т.к. } \sqrt{2} \cdot 2 < 3, \sqrt{2} < 1,5 \text{ и } \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \in [0; 1]$$

$\Rightarrow f > 0$ и значит, что левая часть больше, чем правая.

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} > 3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $\sqrt{6}$
Т.к. 8 б) уже гарантированно лежат в плоскости,
то 4 основания пирамиды содержат [3; 8] точек
этой плоскости, кол-во пирамид:

$$\left(\frac{8!}{5!3!} + \frac{8!}{4!4!} + \frac{8!}{3!5!} + \frac{8!}{2!6!} + \frac{8!}{1!7!} + \frac{8!}{8!1!} \right) \cdot 4$$

Т.к. про оставшиеся 4 вершины известно, что
они не могут лежать в 1 плоскости $\Rightarrow$ из этих

4х вершин есть 4 способа выбрать 3(б) - они точно
образуют плоскость. Для каждой тройки точек
из 4х точек есть 8 вершин пирамиды, тогда
кол-во пирамид $4 \cdot 8 = 32$ $4 \cdot 8 + 1 = 33$
с 4 вершинами в 1 плоскости
с окружностью

Общее кол-во пирамид:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{8!}{5!3!} + \frac{8!}{4!4!} + \frac{8!}{3!5!} + \frac{8!}{2!6!} + \frac{8!}{1!7!} + \frac{8!}{8!1!} \right) \cdot 4 \\ & + \frac{8!}{7!1!} + 1 + 33 = (102 + 172 + 200 + 208 + 208 + 1) \cdot 4 \\ & = 102 \cdot 4 + 172 \cdot 4 + 200 \cdot 4 + 208 \cdot 4 + 208 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 33 = 836 + 33 = 869 \end{aligned}$$

Ответ: 869

Ответ: 869.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{96}{16} \cdot \frac{4}{24} 5 - 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} \quad \text{или} \quad 3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

$$3 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + 4 \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - 4 \cos \frac{3\sqrt{5}}{7} = 5;$$

$$\frac{3}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + \frac{4}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} - \frac{4}{5} \cos \frac{3\sqrt{5}}{7} = 1;$$

$$\frac{3}{5} \sin \frac{3\sqrt{5}}{14} + \frac{4}{5}$$

$$\sin(2+2\alpha)^2$$

$$= \sin 2 \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cos 2 =$$

$$= \sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\sin 2(1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin 2 =$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 3 \\ + 16 \cdot 3 \\ \hline 32 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 48 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 64 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 80 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 96 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 336 \\ 140 \\ \hline 476 \\ 140 \\ \hline 616 \\ 140 \\ \hline 756 \\ 140 \\ \hline 896 \\ 140 \\ \hline 1036 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 3 \\ + 16 \cdot 3 \\ \hline 32 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 48 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 64 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 80 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 96 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 3 \\ + 16 \cdot 3 \\ \hline 32 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 48 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 64 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 80 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 96 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 3 \\ + 16 \cdot 3 \\ \hline 32 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 48 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 64 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 80 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 96 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 3 \\ + 16 \cdot 3 \\ \hline 32 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 48 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 64 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 80 \cdot 3 \\ 16 \cdot 3 \\ \hline 96 \cdot 3 \end{array}$$

$$5 - 4(3x - 4x^3) \quad \text{или} \quad 3x - 4(1 - 2x^2);$$

$$\begin{cases} 5 - 12x + 16x^3 \\ x \in [-1, 1] \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3x - 4 + 8x^2 \\ \frac{3\sqrt{5}}{14} < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$x \in [-1, 1]$$

$$16x^3 - 12x - 15x + 9 = 0;$$

$$f' = 48x^2 - 16x - 15 = 0; \quad x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 4 \cdot 48 \cdot 15}}{2 \cdot 48} = \frac{16 \pm 56}{96}$$

$$x_1, x_2 = \frac{16}{96}, \frac{72}{96}$$

$$16 \left(\frac{40}{96} \right)^3 - 8 \left(\frac{40}{96} \right)^2 + 15 \cdot \frac{40}{96} + 9 = 0$$

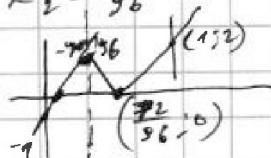
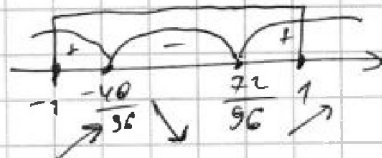
$$16 \cdot \frac{1}{8} - 8 \cdot \frac{1}{4} + 15 \cdot \frac{1}{3} + 9 =$$

$$16 \cdot \left(\frac{72}{96} \right)^3 - 8 \cdot \left(\frac{72}{96} \right)^2 - 15 \cdot \frac{72}{96} + 9 =$$

$$16 \cdot \frac{27}{8} - 8 \cdot \frac{9}{4} - 15 \cdot \frac{3}{4} + 9 =$$

$$16 \cdot \frac{27}{8} - 8 \cdot \frac{9}{4} - 15 \cdot \frac{3}{4} + 9 =$$

$$27 \cdot \frac{9}{4} - 18 - \frac{45}{4} + \frac{36}{4} = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

184

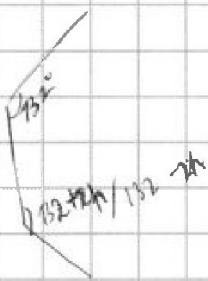
9-110
4-110-2
5-110-3



4-8
2 0 2 4 6

$$2 \cdot 2 \cdot (1+2+\dots+h-1)$$

$$2h(2h-1)^2$$



$$180(h-2) = 132h \pm \frac{2(h-1)h}{2}$$

$$180h - 360 = 132h \pm h^2 \mp h$$

$$1) 180h - 360 = 132h + h^2 - h$$

$$h^2 - 49h + 360 = 0$$

$$h_1 + h_2 = 49 \Rightarrow h_1 = 40, h_2 = 9$$

$$h_1 h_2 = 360$$

$$2) 180h - 360 = 132h - h^2 + h$$

$$h^2 - 47h - 360 = 0$$

$$h_{1,2} = \frac{47 \pm \sqrt{47^2 + 4 \cdot 360}}{2}$$

$$\log_2 1 = \log_2 2$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 63 \\ \hline 189 \\ 396 \\ \hline 3969 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 42 \\ \hline 84 \\ 840 \\ \hline 1764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 2025 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$a = \frac{1}{2} x, y, z$$

$$a = \{ \ln 25, \ln 75, \ln 125 \}$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \quad x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 32$$

$$\ln_{25}^{25^x} + \ln_{75}^{75^y} + \ln_{125}^{125^z} = \ln 45$$

$$\ln \frac{25^x + 75^y + 125^z}{45} = 0$$

$$\frac{25^x + 75^y + 125^z}{45} = 1$$

$$\frac{5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^z \cdot 5^{3z}}{5 \cdot 3^2} = 1$$

$$5^{2x+2y+3z} \cdot 3^z = 5 \cdot 3^2 \Rightarrow 2x+2y+3z=1$$

$$2x+4+3z=1$$

$$2x+3z=-3$$

$$x = \frac{-3z-3}{2}$$

$$x=0 \Rightarrow 1+4+0=5$$

$$z=2$$

$$\left(\left(-\frac{3}{2}(z+1) \right)^2 + 4 + z^2 \right)$$

$$\left(\frac{9}{4}z^2 + \frac{9}{2}z + \frac{9}{4} + 4 + z^2 \right) = \frac{13}{4}z^2 + \frac{9}{2}z + \frac{25}{4} = 0 \Rightarrow z = -\frac{3}{13}$$

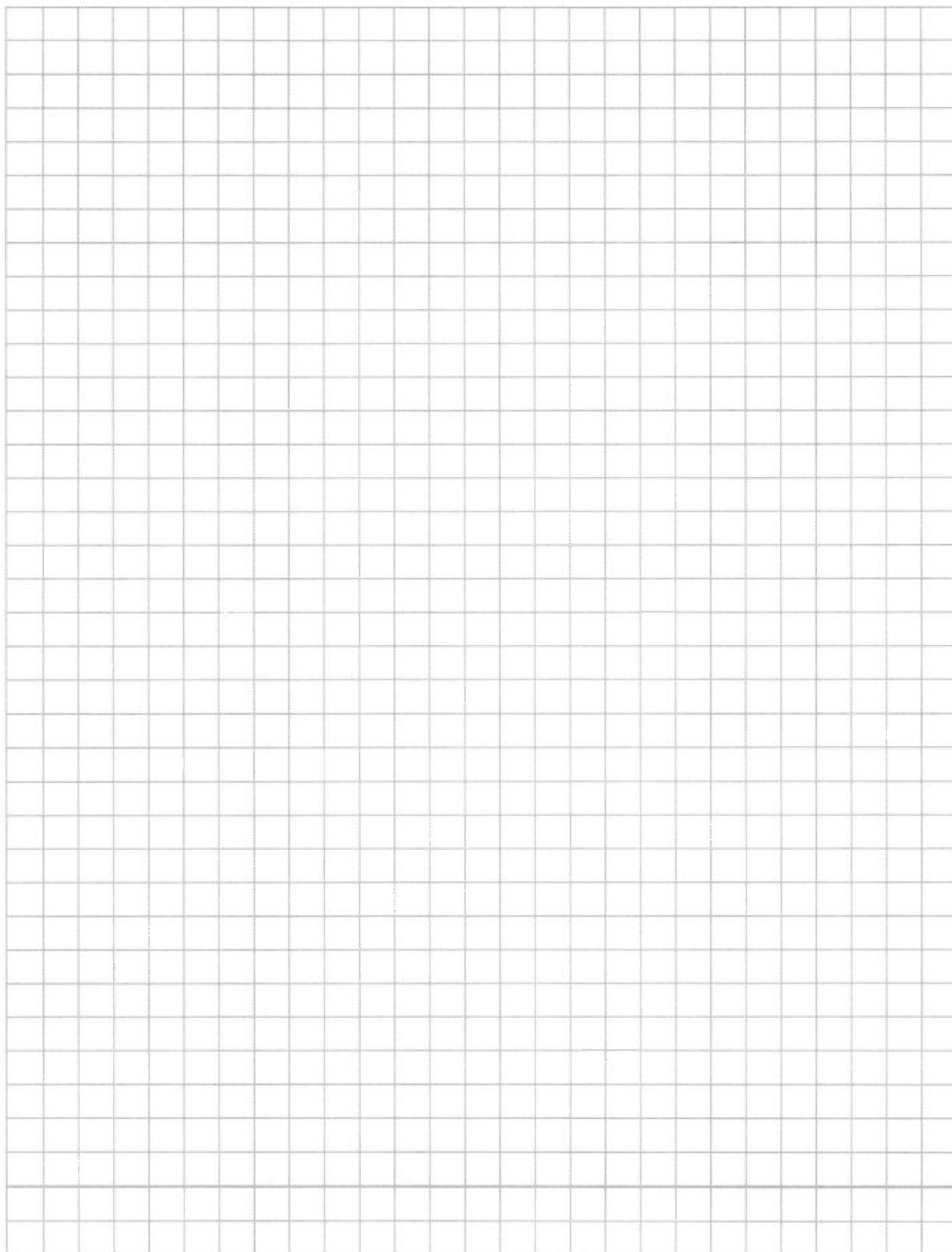


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

