



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
(13)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1)

Сумма углов n -угольника: $\left(\frac{2a_1 + d(n-1)}{2}\right) \cdot n$

Сумма углов в n -угольнике: $(n-2) \cdot 180^\circ \rightarrow$ т.к. углы заданы ариф.

по: $\left(a_1 + \frac{d}{2}(n-1)\right)n = (n-2) \cdot 180^\circ$; Подставим числа: $141 + (n-1) \cdot 2$

и сократим на n (или $n-1$): $(141 + n-1)n = (n-2) \cdot 180 \Rightarrow 142n + n^2 = n \cdot 180 - 360$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = 361 - 360 = 1$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 1}{2} = \begin{bmatrix} 19 \\ 18 \end{bmatrix}, \text{ Если } n = 20, \text{ то } a_{20} = 141 + 2 \cdot 19 = 179^\circ \approx 180^\circ \sim \text{Что} \\ (a_i < 180^\circ)$$

невозможно, так как многоугольник выпуклый $\Rightarrow n \geq 3$, Проверим его

$a_{18} = 141 + 2 \cdot 17 = 179^\circ \sim \text{Что верно} \Rightarrow n = 18 \sim \text{Получили } n \text{ является}$
наибольшим

Ответ: 18 вершин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№01)

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x+3y+3z} = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\text{П.к. } x, y, z \in \mathbb{Z}, \text{ тогда } \begin{cases} 4x+3y+3z=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=-2 \\ 4x+3y=6-8 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$z=1:$$

$$x^2 + y^2 + 1 \rightarrow \min$$

$$(2+4R)^2 + (-2-3R)^2 + 1 \rightarrow \min$$

$$\text{П.к. } (x, y) \in \mathbb{Z}, \text{ то}$$

$$\begin{cases} (y-2):4 \rightarrow y-2=4R \\ (-x-2):3 \rightarrow -x-2=3R \end{cases} R \in \mathbb{Z}$$

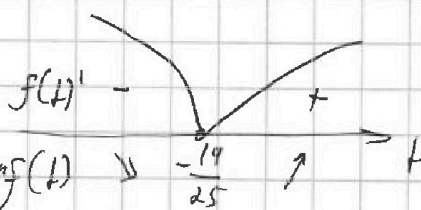
$$\begin{cases} y=2+4R \\ x=-2-3R \end{cases} R \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Пусть } f(t) = (2+4t)^2 + (-2-3t)^2 + 1$$

$$f'(t) = 2(2+4t) \cdot 4 + 2(-2-3t) \cdot 3 \Rightarrow 16+32t+12+18t$$

$$\text{Найдем наиб. прирост: } 50t+28=0$$

$$t = -\frac{28}{50} = -\frac{14}{25}$$



Неудачно функция имеет свою монотонность $f(t) \gg -\frac{14}{25}$ $\nearrow$ t
лишь так $\rightarrow$ минимум при $t \in \mathbb{Z}$ $t=0$

$$\text{или } t=-1: f(0) = 16+4+1=9$$

$$f(-1) = 4+1+1=6 \quad \checkmark \Rightarrow \text{Минимум}$$

значит в $f(-1)$ и оно равно 6 $\Rightarrow$ это и есть ответ

~~Ответ: $x^2+y^2+z^2 \geq 6$~~ Проверим $R=-1: x=-2+3=1; z=1 \Rightarrow$ Дано вычислим
 $y=2-4=-2$

число задано: $1 \cdot \ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \Rightarrow 4 \ln 2 - 6 \ln 2 + \ln 6 + 1 \ln 2 = \ln 6 \checkmark$
 $\Rightarrow$ верно. Неудачно $R=1$ не подходит. Ответ: $x^2+y^2+z^2 \geq 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3) Набор: $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6; n \in \mathbb{N}$

Полная сумма: $7n+21$

$$p^2 - q^2 = 792 \Rightarrow (p+q)(p-q) = 792$$

2.78

792

11

72

101

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

792

Приведёт к тому, когда сумма будет равна 792:

$$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=796 \end{cases} \Rightarrow 2p=798 \Rightarrow p=399 \sim \text{Простое} \Rightarrow q=397 \sim \text{Простое}$$

Каждый набор M , из которых одна из чисел из этих

эти числа (разные 6-ки): $(30; 31; 32; 33; 34; 35; 36)$

$$\Sigma \text{ набор: } 7 \cdot 30 + 21 = 210 + 21 = 231$$

$$231 - 31 = 199$$

$$231 - 34 = 197$$

Числа 199 и 197 - простые числа

Одних из 6-ки

Ответ: $M: \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

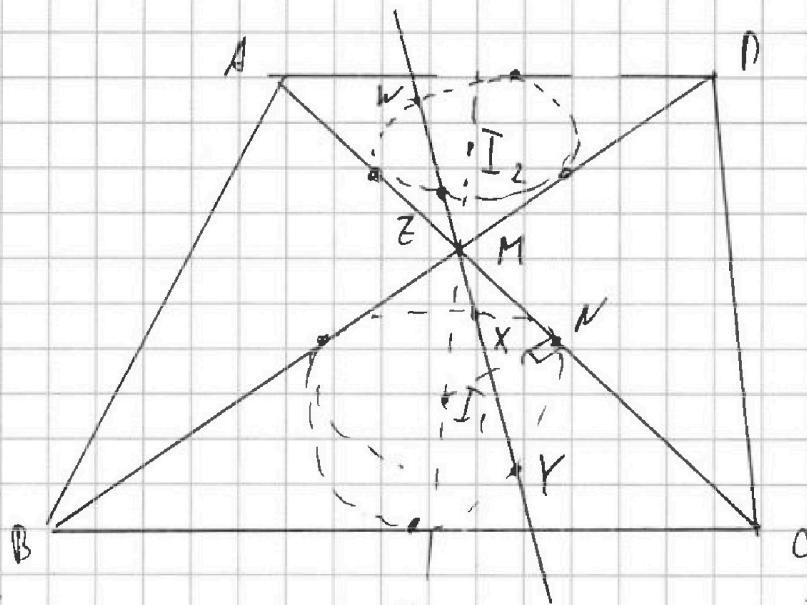


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 04)



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

Решение:

1) Так $\angle BMC = \angle AMD$, то биссектрисы углов BMC и AMD совпадают

2) $\angle BCM = \angle MAD$ (так как $AD \parallel BC$ и секущая AC), аналогично $\angle DBC = \angle ACB$

$\Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle CMB$, коэффициент подобия $= \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$

3) Так как MZ и MX , MW и MY — соответствующие элементы

$$\Rightarrow I_1 I_2 = MI_1 + \frac{1}{2} I_1 M = \frac{13}{2} \Rightarrow I_1 M = \frac{13}{3}$$

4) Аналогично: $MZ \cdot MY = MY \cdot MX \cdot \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = 10$

5) Пусть N — точка касания CD , MC , тогда $MN^2 = MX \cdot MY = 10$

6) Из следствия I_1 и N , т.к. N — точка касания, то $\angle I_1 N C = 90^\circ$

Тогда по теореме Пифагора $I_1 N^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{79}{9} \Rightarrow I_1 N = R_{\odot} = \frac{\sqrt{79}}{3}$

Ответ: $R_{\odot} = \frac{\sqrt{79}}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№051

$$5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \vee 4\cos\frac{\pi}{2} - 5\sin\frac{\pi}{4}$$

Пусть $t = \sin\frac{\pi}{4}$; Тогда $t > 0$ и п.т. $\sin x$ на $(0; \frac{\pi}{2})$ $t < \frac{1}{2}$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - 4\sin^3\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 3t - 4t^3$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 1 - 2t^2$$

Тогда исходное выражение имеет вид:

$$5 - 4(3t - 4t^3) \vee 4(1 - 2t^2) - 5t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t$$

$$1 \vee -16t^3 + 7t - 8t^2$$

$$1 + 16t^3 \vee 7t - 8t^2$$

Пусть $f(t) = -16t^3 + 7t - 8t^2$

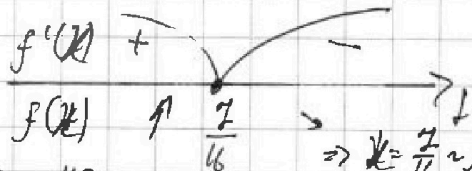
$$1 + 16t^3 > 1, \pi \cdot t > 0$$

Пусть $7t - 8t^2 = f(t)$ Пусть $7x - 8x^2 = f(x)$

Исследуем $f(x)$ на монотонность: $f'(x) = 7 - 16x$

$$\text{Крит.: } x = \frac{7}{16}$$

Тогда монотонность:



$$f\left(\frac{7}{16}\right) = 7 \cdot \frac{7}{16} - 8 \cdot \frac{49}{16^2} - \frac{49}{8 \cdot 4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{16} \sim \text{максимум}$$

$$\frac{7}{16} < \frac{1}{2} \vee$$

$$f(x) = 7x - 8x^2 \sim \text{Парабола ветвь вниз, а.п.в. } f\left(\sin\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} - 2 = 2.5$$

А п.т. $\sin\frac{\pi}{4} < \sin\frac{\pi}{2}$, то $f(\sin\frac{\pi}{4}) < f(\frac{1}{2}) \Rightarrow 7t - 8t^2 < 2.5$, а $1 + 16t^3 > 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{делая член больше: } \Rightarrow 5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

Ответ: $5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = -16t^2 - 8t^2 + 7t$$

$$g\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right) = \frac{\sqrt{7}-1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{7}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{8}+1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{7}+4}{8}$$

$$\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}\right)^2 =$$

$$\frac{(\sqrt{7}-1)^2}{8} = \frac{4-2\sqrt{7}}{8} + 7 \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$-16 \cdot$$

$$\left(\frac{4-2\sqrt{7}}{8}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{7}-4-6+2\sqrt{7}}{16\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{7}-10}{16\sqrt{2}}$$

$$-16 \cdot \frac{8\sqrt{7}-10}{16\sqrt{2}} - 8 \cdot \frac{4-2\sqrt{7}}{8} + 7 \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \left(8 - 8\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\right) + 5\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{7} + \frac{7}{2\sqrt{2}}(\sqrt{7}-1)$$

$$= 8 - 8\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{7} + \frac{7}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - \frac{7}{2\sqrt{2}}$$

$$= -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - 4 - \frac{7}{2\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{-2\sqrt{7}-7}{2\sqrt{2}} - 4 + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{10,4}{5,2} = 2$$

$$\frac{2\sqrt{7}+7}{2\sqrt{2}} \approx 2,4$$

$$\frac{5,2}{1,4} \approx 3,7$$

$$-16 \cdot \frac{1}{64} - 8 \cdot \frac{1}{16} + \frac{7}{4}$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{4} > 1$$

$$f\left(-\frac{7}{10}\right)$$

$$+16 \cdot \frac{343}{10^3} - 8 \cdot \frac{49}{100} - \frac{49}{10}$$

$$\frac{6488 - 3920 - 4900}{10^3}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 343 \\ \hline 2058 \\ 343 \\ \hline 6488 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 40 \\ \hline 302 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2,2 = 204 \cdot 11 = 16 \cdot 1 \cdot 11$$

$$2 \cdot 88$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 11$$

$$100,4$$

$$\frac{192}{12} = 16$$

$$16 \cdot 22$$

$$44; 18$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 12 \\ \times 12 \\ \hline 171 \\ 12 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$2p = 58$$

$$2p = 62$$

$$p = 31$$

$$q = 1413$$

$$p = 29$$

$$q = 710$$

$$\frac{42}{72} = 1 \frac{17}{32}$$

$$28 \rightarrow$$

$$7n + 1 =$$

$$2p = 196$$

$$p = 98$$

$$2i$$

$$16 \cdot 11 = 396; 2$$

$$\begin{aligned} 8n + 11 - i &= 31 \Rightarrow 6n = 10 + i \\ 6n + 1 - q &= 713 \Rightarrow 6n = 702 + q \end{aligned}$$

$$2p = 198$$

$$p = 199$$

$$q = 197$$

$$8n + 21 - i = 199 \Rightarrow 6n = 178 + i$$

$$6n + 1 - q = 107 \Rightarrow 6n = 106 + q$$

$$143$$

$$+ 3p$$

$$281$$

$$+ 143$$

$$+ 34$$

$$127$$

$$n.05)$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{4} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{4}) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4})} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 - 12 + 16 \sqrt{4 - 8} - 5$$

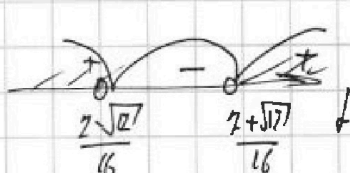
$$1 + 16 \sqrt{4 - 8} - 8 - 5$$

$$1(7 - 8)$$

$$1(7 - 8) \vee 1$$

$$7 - 8 < 0$$

$$\frac{7}{8}$$



$$7 - 8 \quad 7 - 8 \cdot 1^2 - 1 < 0$$

$$-8 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 - 1 < 0$$

$$D = 49 - 32 = 17^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{-16}$$

$$8 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 1 > 0$$

$$D = 49 - 32 = 17^2$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{16}$$

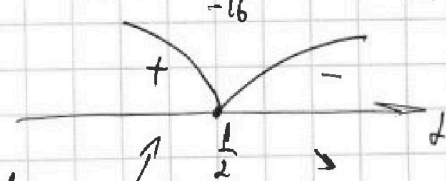
$$\frac{7 - \sqrt{17}}{16} \vee \sin \frac{\pi}{4}$$

$$16 \cdot 1^2 + 1 \vee 7 \cdot 1 - 8 \cdot 1^2$$

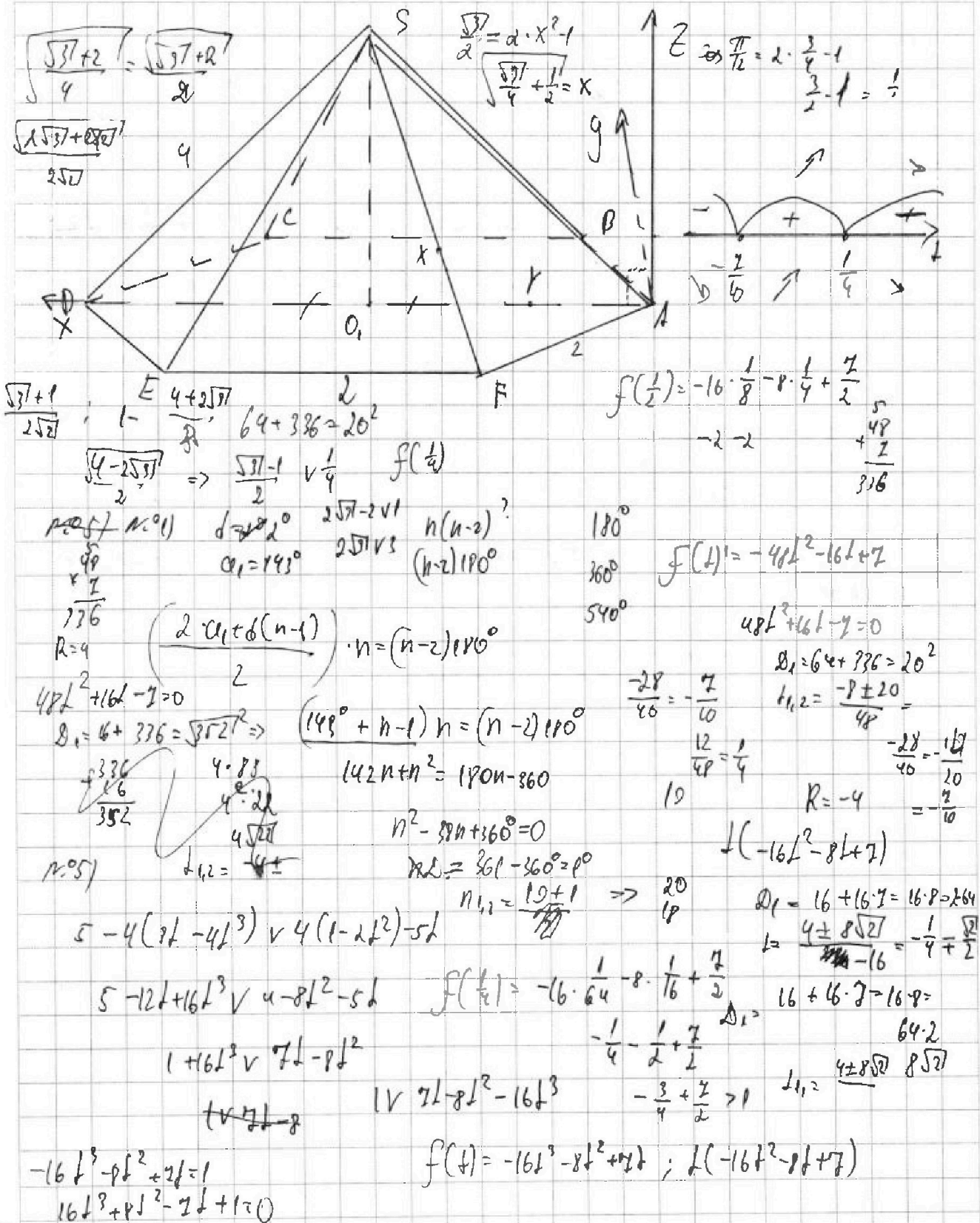
$$f(t) = 7t - 8t^2$$

$$f'(t) = 7 - 16t$$

$$t = \frac{7}{16} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{7}{2} - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 01) $d = 2^\circ$

$\alpha_1 = 143^\circ$

$\alpha_2 = 179^\circ$

$$\frac{2 \cdot 143^\circ + 2^\circ}{2} \cdot 10$$

$$\frac{286^\circ + 2^\circ}{2} \cdot 10$$

$$\frac{143^\circ + 180^\circ}{161}$$

$3 \rightarrow 180^\circ$
 $4 \rightarrow 360^\circ$

№ упрощения

$$\frac{n(n-2)}{2} \cdot 110^\circ$$

$161 \cdot 10$

$n(n-2) \cdot 100^\circ$

$n(n-2)$

3: 3-1

4: 4-2

$\frac{180^\circ}{n(n-2)}$

$\frac{180^\circ}{4 \cdot 2} =$

$\frac{180^\circ}{8} = 22.5^\circ$

№ 03) $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$

$\Sigma: 7n+21$

$8: 55$

54

$\begin{cases} a_1 + a_2 = 55 \\ a_1 - a_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow 2a_1 =$

$\begin{array}{r} 702 \\ - 72 \\ \hline 630 \\ - 39 \\ \hline 591 \\ - 16 \\ \hline 575 \end{array}$

$\begin{array}{r} 6 \\ \times 18 \\ \hline 108 \\ + 704 \\ \hline 812 \end{array}$

$p^2 - q^2 = 702$

$702 = 2 \cdot 351$

$4 \cdot 101$

$8 \cdot 88$

$8 \cdot 18 \cdot 11$

№ 05) $5 - 4 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \vee 4 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - 5 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

$5 - 4 \left(3 \sin^3 \frac{\pi}{4} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{4}\right) \vee 4 \left(1 - \sin^2 \frac{\pi}{4}\right) - 5 \sin \frac{\pi}{4}$

$5 - 4(3t - 4t^3) \vee 4(1 - t^2) - 5t$

$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t$

$\sin \frac{\pi}{4} < \sin \frac{\pi}{6}$

$\frac{1}{2}$

$5 - 12t + 16t^3$

$5 - 12t + 16t^3$

$\vee 4 - 8t^2 - 5t$

$\vee \frac{1}{2} \left(16 \frac{1}{4} - 8 \frac{1}{2} + 2\right)$

$4 - 4 + 2$

$x = 0$

$x(7 - 8x) \Rightarrow x = \frac{7}{8}$

$4(3t - 4t^3 + 1 - 8t^2) \vee 5$

$4(3t - 4t^3 - 8t^2) \vee 1$

$t^3 < t$
 $t^2 < t$

$4(3t - 4t^3 - 8t^2) < 4(3t - 4t - 8t)$

$4(3t - 12t)$

-4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t$$

$$t = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$1 - 12t + 16t^3 \vee -8t^2 - 5t$$

$$\frac{1 + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t}{>0}$$

$$t(-8t + 7)$$

$$-8t + 7 < 1$$

$$-8t < -6$$

$$t > \frac{3}{4}$$

$$6 < 16$$

$$t > \frac{3}{4}$$

$$-8t^2 + 7t$$

$$1 = \cos^2 \frac{\pi}{4} + t^2$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + 1^2 + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t$$

$$5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \vee 4\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$t(-9t + 7)$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\sin\frac{\pi}{4} - 4\sin^3\frac{\pi}{4}$$

$$7 - 9t \vee 0$$

$$\cos\frac{\pi}{4} = 1 - 2\sin^2\frac{\pi}{4}$$

$$7 - 9t < 0$$

$$t > \frac{7}{9}$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) \vee 4(1 - 2t^2) - 5t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t$$

$$1 - 7t + 16t^3 \vee -8t^2$$

$$1 - 7t \vee -8t^2 - 16t^3 < 0$$

$$1 - 7t \vee 0$$

$$1 - 7t > 0$$

$$t < \frac{1}{7}$$

$$\cos\frac{\pi}{6} = 2\cos^2\frac{\pi}{12} - 1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sin\frac{\pi}{12}$$

$$702 = (p - q)(p + q)$$

$$92 \cdot 8$$

$$11 \cdot 72 \quad 22 \cdot 36$$

$$a_1 + a_2 = 96$$

$$a_1 - a_2 = 22$$

$$\rightarrow 2a_1 = 118$$

$$t = \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{7} = 2x - 4x^2$$

$$\frac{1}{7} = 2x - 4x^2 \quad \frac{1}{2} = 3x - 4x^2 \quad | \cdot 2$$

$$1 = 6x - 8x^2$$

$$8x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$8 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{2} + 1$$

$$1 - 3 + 1$$

$$8 \cdot \frac{1}{343} - 6 \cdot \frac{1}{7} + 1 > 0$$

$$36$$

$$29$$

$$7$$

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$22 \cdot 2 + 18$$

$$9 \cdot 4$$

$$11 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4$$

$$44; 18$$

$$2a_1 = 62$$

$$a_1 = 31$$

$$2a_1 = 62$$

$$a_1 = 31$$

$$6n = 140$$

$$a_2 = 13$$

$$6n + 15 = 31$$

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$$

$$1 + 2 + 3 + 4$$

$$7n + 1$$

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$$

$$6n + 15 = 71$$

$$6n = 56$$

$$6n + 16 = 71 \rightarrow 6n = 55 \rightarrow n = 9 \frac{1}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.01) $\frac{n(n-2)}{180}$: n -угольник

$n(n-2) \sim$ количество углов у n -угольника

$d = 2^\circ$
 $143^\circ = a_1$

$2a_1 + d$ $a_1 + a_n$; $a_n = a_1 + d(n-1)$

$n \cdot (n-2) \cdot 110^\circ$
 $\& 4 \cdot 2 = 180^\circ$

$3 \rightarrow 180^\circ$ $n(n-2)$

$4 \rightarrow 360^\circ$ $3 \cdot 1 \cdot (60^\circ)$ $143^\circ + \frac{2^\circ}{2}(n-1) = n-2$

$4 \cdot 2 \cdot (60^\circ)$ $143^\circ + 1^\circ n - 1^\circ = n-2$

$143^\circ \xrightarrow{2^\circ} 145^\circ > 147^\circ$; $a_n < 180^\circ$

$+ 36^\circ$ 147°

$a_n =$ $n(n-2) = 10 \cdot 17$

$2 \cdot 2^\circ + \left(\frac{143^\circ \cdot 8 + 2^\circ \cdot 18}{2} \right) \cdot 19 =$

$\left(\frac{143^\circ + 173^\circ}{2} \right) \cdot 19$ 143° $161^\circ \cdot 19$

$143^\circ \cdot 177$ $+ 18^\circ$ 161

1.02) $x, y, z \in \mathbb{Z}$ $x^2 y^2 + z^2 \rightarrow m, n$

$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$

2^4 2^3 $4 \cdot 6$

$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y +$ $\ln 8 (x + y + z)$

$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + z (\ln 6 + 2 \ln 2) \ln 16 = \ln (8) + \ln (2)$

$x (\ln (8) + \ln (2)) + y (\ln 8) + z (\ln (8) + \ln (3)) = \ln 6$

$\ln 8 (x + y + z) + \ln 2 \cdot x + z \ln 3 = \ln 6$

$\ln 2 (x-1) + \ln 3 (z-1) = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1.21 \quad x \cdot 4 \ln 2 + y \cdot 3 \ln 2 + z(\ln 6 + 2 \ln 2) = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$24 = 3 \cdot 8$$

$$24^z = 3^z \cdot 2^{3z}$$

$$2^{4x} \cdot 8^y \cdot 3^z \cdot 2^{3z} = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\text{Т.е. } x, y, z \in \mathbb{Z}: \quad 2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$R = -1:$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$z = 1$$

$$x = -2 + 1 = -1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$4 \ln 2 - 8 \ln 2 + \ln 6 + 2 \ln 2$$

$$y = -1 - 4 = -5$$

$$z = 1$$

$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 4x + 3y = 6 - 8$$

$$4(-x-2)$$

$$-2 - 3n = x$$

$$4n + 2 = y$$

$$3(y-2) = -4x - 4 \cdot 2$$

$$3(y-2) = -4(x+2)$$

$$y - 2 = 4R$$

$$(2+4R)^2 + (2+3R)^2$$

$$f(x) = (2+4R)^2 + (2+3R)^2$$

$$f(x)' = 8 \cdot (2+4x) \cdot 4 + 6 \cdot (2+3x) \cdot 3$$

$$16 + 24x + 12 + 18x > 0$$

$$28 + 42x = 0$$

$$42x = -28$$

$$6x = -4$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

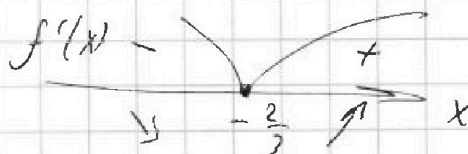
$$f(-1) = 4 + 1$$

$$f(0) = 4 + 4$$

$$4 + 16 + 16t^2 + 4 + 12 + 9t^2$$

$$8 + 28 + 24t^2$$

$$(8 + 28 + 25t^2 + 1)' = 28 + 50t$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 31 & \Rightarrow & 44 \\ 13 & & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 44 \\ \sqrt{18} \\ 352 \\ 44 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \cdot 18 \\ 4 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 2 \\ 36 \\ 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20_1 = 58 \\ a_1 = 29 \\ a_2 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ + 192 \\ \hline 384 \\ 38 \quad 192 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$$

$$7n+21$$

$$\begin{array}{l} 4n+1 \\ 6n+15=31 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6n+10=31 \\ 6n=21 \\ n=2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20 \cdot 400 - u = 306 \\ 198 \end{array}$$

$$2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$$

$$14+21=35$$

$$1 \cdot \frac{7}{16} - 8 \cdot \frac{49}{8^2 \cdot 4}$$

$$\begin{array}{l} 6n=31-i \\ 6n+11-i=31 \end{array}$$

$$6n+21-i=31$$

$$\begin{array}{l} 44 \\ 18 \end{array}$$

$$20_1 = 462 \Rightarrow a_1 = 91$$

$$\frac{40}{16} - \frac{49}{32}$$

$$\begin{array}{l} 6n=10+i \\ 6n+21-i=18 \end{array}$$

$$6n=10+i \quad i=2$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 18 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$31-x=18$$

$$a_2 = 13$$

$$\begin{array}{l} 6n=3+i \\ 12 \\ 15=i \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6n+10=31 \\ 6n=21 \\ n=2 \end{array}$$

$$199+10$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 18 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 4 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \quad 198 \cdot 4$$

$$\begin{array}{l} p-q=a \\ p+q=b \end{array}$$

$$2p=a+b$$

$$92 \cdot 4 = 368$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 92 \\ \hline 305 \end{array}$$

$$6n+21-i=100$$

$$6n+21-q=107$$

$$2p=208$$

$$p=104$$

$$92 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 107 \\ 107 \\ \hline 214 \end{array}$$

$$6n=178+i \quad i=0 \vee i=6 \vee$$

$$6n=178+q \quad q=2$$

$$n=\frac{178}{6}$$

$$\begin{array}{r} 178 \quad 16 \\ - 12 \quad 29 \\ \hline 58 \quad 54 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$30; 31; 32; 33; 34; 35; 36$$

$$2n+6n=178+i \quad i=2$$

$$6n=178+q \quad q=4 \rightarrow 6n=180 \Rightarrow n=30$$

$$7 \cdot 30 + 21 = 231$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ - 231 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2p=202$$

$$p=101$$

$$q=97$$

$$6n+21-i=101$$

$$6n+1-q=97$$

$$6n=80+i \quad i=4 \quad 6n=84$$

$$6n=76+q$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ - 84 \\ \hline 147 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$6n+21-6=101$
 $6n+21+q=97$
 $6n=80+6 \Rightarrow 6=4$
 $6n=76+q \Rightarrow q=2$
 $6n=78$
 $n=13$
 $13; 14; 15; 16; 17; 18; 19$
 $7n+21=72$
 $72-13=$
 $7n \times \frac{13}{91}$
 $\frac{91}{+21} \frac{112}{91}$

$h; h+1; h+2; h+3; h+4; h+5; h+6$
 $7n+21$
 $(p-q)(p+q)=292=11 \cdot 72$
 $22 \cdot 16 \Rightarrow 2 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 4$
 $198 \cdot 4$
 $201=101$
 $a_k=79 \ 98 \ 97$

$I_1 I_2 = \frac{11}{2}$
 $MZ \cdot MY = 5$
 $AO:OC = 1:2$
 $\frac{MX}{MI_1} = K \Rightarrow$
 $\frac{MY}{MI_2} = K$
 $\frac{S}{MX \cdot MY} = K^2$

$I_1 I_2 = MI_1 + MI_2 \cdot K = \frac{13}{2}$
 $K = \frac{6}{2}$
 $I_1 I_2 = I_1 M \cdot I_2 M \cdot 2$
 $I_1 M + 2 I_2 M = \frac{13}{2}$
 $I_2 M = \frac{13}{6}$
 $K=2$
 $MZ \cdot MY = 5$
 $2 \cdot MX \cdot MY = 5$
 $MX \cdot MY = \frac{5}{2}$
 $MN = \sqrt{\frac{5}{2}}$
 $I_1 N = \frac{169}{16} - \frac{5}{2} = \frac{169-90}{16} = \frac{79}{16} = \frac{\sqrt{79}}{4}$