

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 14



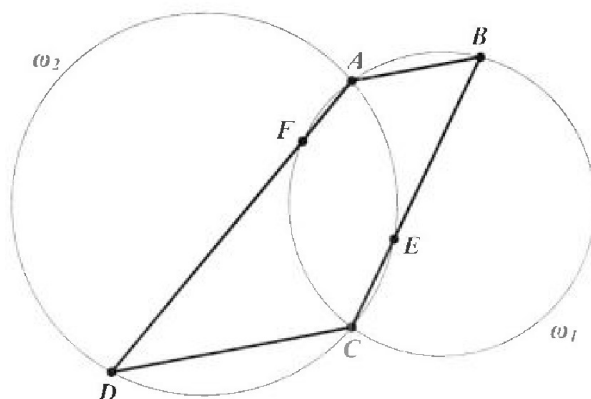
1. [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|x - 1|$ и $|x^2 + 4x|$, а длина гипотенузы равна $|2x + 3|$. Найдите x .
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 - z^2$.
3. [4 балла] Назовём числа хорошими, если они представимы в виде $a(a + 1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $343 \cdot 10^{1000}$.
4. [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{6x - x^2} - 5} \leq \frac{1}{\sqrt{3x - x^2} - \sqrt{x^2 - x - 2}}.$$

5. [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , а AA_1 и BB_1 – его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC , если $AB_1 = 5$, а площадь треугольника OBA_1 равна 3.
6. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0, \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0. \end{cases}$$

7. [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB < CD$). Окружность ω_1 , описанная около треугольника ABC , повторно пересекает сторону AD в точке F , а окружность ω_2 , описанная около треугольника ACD , повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение радиусов окружностей ω_1 и ω_2 , если $AF : CE = 3 : 5$.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

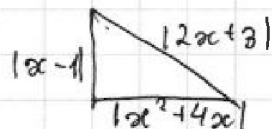
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1



$$(2x+3)^2 = (x-1)^2 + (x^2+4x)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 13x^2 - 14x - 8 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 9x^2 + 22x + 8) = 0$$

$$x \neq 1$$

$$x^3 + 9x^2 + 22x + 8 = 0$$

$$x(x^2 + 5x + 2) + 4(x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$(x^2 + 5x + 2)(x + 4) = 0$$

$$x \neq -4, \text{ т.к. тогда } |x^2 + 4x| = 0$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 2,

$$1) x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$$

$$x\sqrt{2} + y \cdot 2\sqrt{3} + z \cdot 5\sqrt{3} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$$x\sqrt{2} + \sqrt{3}(2y + 5z) = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$\Downarrow$

$$x = 4 \quad 2y + 5z = 6 \Rightarrow y = 3 - \frac{5}{2}z$$

$$2) x^2 + y^2 - z^2 \rightarrow \min$$

$$16 + (3 - \frac{5}{2}z)^2 - z^2 \rightarrow \min$$

$$\frac{21}{4}z^2 - 15z + 25 \rightarrow \min$$

$$z_0 = \frac{15}{\frac{21}{2}} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}$$

$$\frac{21}{4} \cdot \left(\frac{30}{21}\right)^2 - 15 \cdot \frac{10}{7} + 25 = \frac{100}{7}$$

Ответ: $\frac{100}{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 3'

$$a(a+1) \cdot b(b+1) = 343 \cdot 10^{1000}, \text{ где } a, b \in \mathbb{N} \text{ и } a > b$$

$$(a-b)(a+b) + (a-b) = (a-b)(a+b+1) = 343 \cdot 10^{1000}$$

Т.к. $(a-b)$ и $(a+b+1)$ - разной четности, 10^{1000} - "принадлежит" одной скобки

$$c = 10^{1000}$$

$$a-b = 7^n$$

$$a+b+1 = c \cdot 7^{3-n}$$

т.к. $n = 0, 1, 2, 3$ - всего 4 варианта

Ответ: 4 пары

$$c = 2^{1000}$$

$$a-b = 7^n \cdot 5^k$$

$$a+b+1 = c \cdot 7^{3-n} \cdot 5^{1000-k}$$

$$n \in [0; 3]; k \in [0; 1000]$$

Всего вариантов: $4 \cdot 1001 = 4004$

Если c - "принадлежит" $(a-b)$, то $b < 0$

Ответ: 4004 пары



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$$\sqrt{6x-x^2}-5 \leq \sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2}$$

$$\begin{cases} 6x-x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 6] \\ 3x-x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [0; 3] \\ x^2-x-2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

(1) $x \in [2; 3]$

$$\begin{cases} \sqrt{6x-x^2} \in [2\sqrt{2}; 3] \\ \sqrt{3x-x^2} \in [0; \sqrt{2}] \\ \sqrt{x^2-x-2} \in [0; 2] \end{cases} \quad (2)$$

1) Т.к. $(\sqrt{6x-x^2}-5) < 0$, то часть решений:

$$\sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2} > 0$$

$$2x^2-4x-2 < 0$$

$$x \in (1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$$

Тогда: $x \in [2; 1+\sqrt{2})$ - решение

2) Если: $\sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2} < 0$, то:

$$\sqrt{x^2-x-2}-\sqrt{3x-x^2} \geq 5-\sqrt{6x-x^2}$$

$$\mathcal{U}_3(2): 5-\sqrt{6x-x^2} \geq 2, \text{ и } \sqrt{x^2-x-2} \leq 2$$

Тогда $x=3$ - единственное решение

$$\text{Ответ: } x \in [2; 1+\sqrt{2}) \cup \{3\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

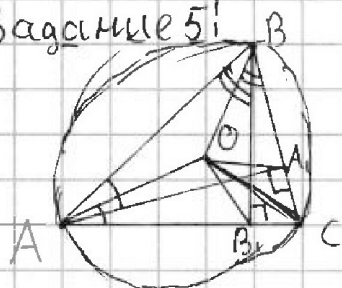
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 51



$$AB_1 = 5$$

$$S_{OBA_1} = 3$$

Докажем, что $S_{OBA_1} = S_{OAB_1}$:

$$1) \frac{AO \cdot AB_1 \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{BO \cdot BA_1 \cdot \sin \beta}{2}, \text{ где } \angle OAB_1 = \alpha \text{ и } \angle OBA_1 = \beta$$

т.к. $AO = BO$ (как радиусы):

$$\frac{AB_1}{\sin \beta} = \frac{BA_1}{\sin \alpha} - \text{доказать}$$

$$2) \triangle BOC - \text{равнобедренный} \Rightarrow \angle OBC = \angle BCO = \beta \Rightarrow \angle BOC = 180^\circ - 2\beta$$

$$\angle BOC = \widehat{BC} = 180^\circ - 2\beta$$

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \widehat{BC} = 90^\circ - \beta$$

$$\angle ABB_1 = 90^\circ - \angle BAC = \beta$$

$$\text{Аналогично: } \angle BAA_1 = \alpha$$

$$3) \text{ Из (2) } \Rightarrow \frac{AB_1}{2 \sin \beta} = R(\triangle ABB_1) \text{ и } \frac{BA_1}{2 \sin \alpha} = R(\triangle ABA_1)$$

Но из свойств ортоцентра: точки A, B, A_1, B_1 - лежа на одной окружности $\Rightarrow R(\triangle ABB_1) = R(\triangle ABA_1)$

$$\frac{AB_1}{2 \sin \beta} = \frac{BA_1}{2 \sin \alpha} \Rightarrow \frac{AB_1}{\sin \beta} = \frac{BA_1}{\sin \alpha} \Rightarrow S_{OBA_1} = S_{OAB_1}$$

$$4) \frac{1}{2} \cdot x \cdot AB_1 = S_{OBA_1} = S_{OAB_1}, \text{ где } x - \text{искомое расстояние}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{6}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0 \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - xy + y + y^3 = 0 \\ 2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = 0 \end{cases}$$

$$2x + 1 - y^3 - 2y^2 + 2xy = (y+1)(2x - y^2 - y + 1) = 0$$

1) $y = -1$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x = 1 \quad x = -2$$

2) $y \neq -1$

$$\begin{cases} 2x - y^2 - y + 1 = 0 \\ x^2 - xy + y + y^3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y^2 - y + 1 = 0 \\ x^2 - xy + y + y^3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = y^2 + y - 1 \\ 4x^2 - 4xy + y + 4y + 4y^3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = y^2 + y - 1 \\ 4x^2 - 4xy + y + 4y + 4y^3 = 0 \end{cases}$$

$$(y^2 + y - 1)^2 - 2y(y^2 + y - 1) + 4y + 4y^3 = 0$$

$$y^4 + 4y^3 - 3y^2 + 4y + 1 = 0$$

$$y^2(y^2 - y + 1) + 5y(y^2 - y + 1) + (y^2 - y + 1) = 0$$

$$(y^2 - y + 1)(y^2 + 5y + 1) = 0, \quad y^2 - y + 1 \neq 0, \text{ т.к. } D < 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}, \quad x = 6 \mp \sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } (1; -1); (-2; -1); (6 + \sqrt{21}; \frac{-5 - \sqrt{21}}{2}); (6 - \sqrt{21}; \frac{-5 + \sqrt{21}}{2})$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 7:

1) Докажем, что $AE \parallel FC$:

Для того: $\angle FCB + \angle AEC = 180^\circ$ - доказать

* $AECD$ - вписан в окружность $\Rightarrow \angle AEC + \angle ADC = 180^\circ$

Аналогично: $\angle FCB + \angle FAB = 180^\circ$

$$\angle FAB + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\angle AEC + \angle ADC + \angle FCB + \angle FAB = 360^\circ$$

$$\downarrow$$

$$\angle AEC + \angle FCB = 180^\circ$$

$$\downarrow$$

$$AE \parallel FC$$

2) т.к. $AE \parallel FC$:

$$\angle FCA = \angle CAE = 2$$

$$R(w_1) = \frac{AF}{2 \sin(\angle FCA)}; (\text{т.к. } \triangle FCA - \text{вписан в } w_1)$$

$$R(w_2) = \frac{EC}{2 \sin(\angle CAE)}; (\text{т.к. } \triangle CAE - \text{вписан в } w_2)$$

$$\frac{R(w_1)}{R(w_2)} = \frac{AF}{2 \sin 2} \cdot \frac{2 \sin 2}{EC} = \frac{AF}{EC} = \frac{3}{5}$$

Ответ: 3 : 5

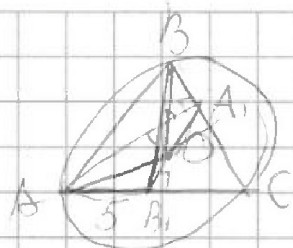


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

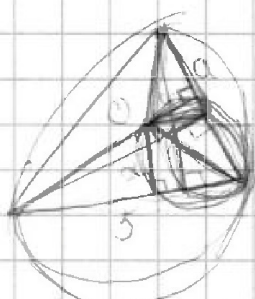


$$S_{\triangle A_1} = 3$$

$$120^\circ$$

$$n = 1$$

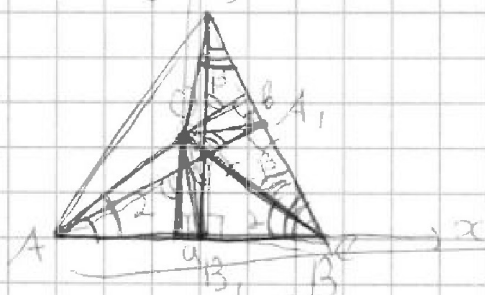
$$2 \quad 2$$



$$\frac{1}{2}ay = 3$$

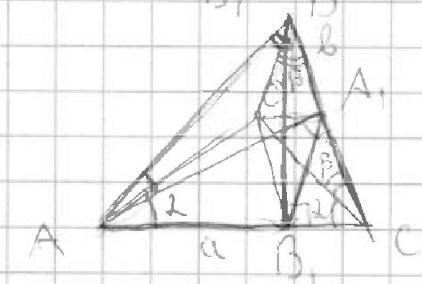


$$180^\circ - 2$$



$$O(0; x) \quad \left| \quad AB_1 \cdot \sin \alpha = BA_1 \cdot \sin \beta \right.$$

$$A(-5; 0) \quad \left| \quad \frac{AB_1}{BA_1} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right.$$



$$\angle C = 180^\circ - 2\beta$$

$$\angle A = 90^\circ - \beta \Rightarrow \angle ABB_1 = \beta$$

$$\angle B = 90^\circ - 2 \Rightarrow \angle BAA_1 = 2$$

$$\frac{AB_1}{2 \sin \beta} = R(\angle ABB_1)$$

$$\frac{BA_1}{2 \sin \alpha} = R(\angle BAA_1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75} = \sqrt{32} + \sqrt{108}$$

$$36 \cdot 3 \quad 108 \cdot 2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$$

$$\frac{12\sqrt{3}}{8\sqrt{3}}$$

$$5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 4$$

$$\times 2 \cdot 5$$

$$3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 5$$

$$x\sqrt{2} + y\sqrt{12} + z\sqrt{75}$$

$$9 - 5 \cdot 32 + \frac{25}{4}z^2 - z^2 + 16$$

$$x\sqrt{2} + y2\sqrt{3} + z \cdot 5\sqrt{3} = 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$$25 - \frac{25}{4}$$

$$\sqrt{32} = 2\sqrt{8}$$

$$4\sqrt{2}$$

$$x = 4$$

$$2y + 5z = 6$$

$$25 - 4$$

$$-\frac{25}{4}$$

$$25 \cdot 3$$

$$\frac{25}{4} - \frac{156}{4}$$

$$25$$

$$175 - 85$$

$$\frac{3}{21} \cdot \frac{16}{7} \cdot \frac{10}{7}$$

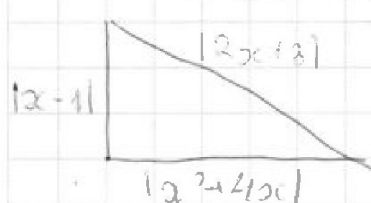
$$y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$y = \dots$$

$$\frac{3}{21} \cdot \frac{16}{7} \cdot \frac{10}{7}$$

$$-\frac{15}{7} \cdot \frac{10}{7} + 25$$

$$17 - 4$$



$$x^2 - 2x + 1 + x^4 + 8x^3 + 16x^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$x^4 + 8x^3 + 13x^2 - 14x - 8 = 0$$

$$x^4 - x^3$$

$$- \frac{2x^3 + 13x^2}{2x^3 - 2x^2}$$

$$\frac{100 - 1}{x^3 + 9x^2 + 22x + 8}$$

$$(x-1)(x+4)(x^2+6x+8)$$

$$x-1 + 2x+3 = x+2$$

$$|a|$$

$$|b|$$

$$|c|$$

$$8x-8$$

$$|a+b|^2 - 4$$

$$a^2 + ((a+b)^2 - 4)^2 = b^2$$

$$(x-1)(x^3+9x^2+22x+8) = 0$$

$$12x+3 + 2x+3 = x-1$$

$$\frac{x^3+9x^2+22x+8}{x^3+4x^2} \Big| \frac{x+4}{x^2+13x+2}$$

$$x = -4$$

$$D = 25 - 8 =$$

$$13x^2 + 22x$$

$$2x+8$$

$$2x+8$$

$$0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - \sqrt{6x - x^2} - \sqrt{3x - x^2} + \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$\frac{23}{10}, \frac{35}{10}$$

$$\sqrt{3} \sqrt{x^2 - x - 2} - \sqrt{3x - x^2} \geq 5 - \sqrt{6x - x^2}$$

$$\sqrt{3} \cdot 0,5 - \sqrt{2} \cdot 0,5 \leq 5 - \sqrt{12,5 - 3,5}$$

$$\frac{\sqrt{35} - \sqrt{5}}{10} \leq \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{2}}{10} \quad \frac{5\sqrt{2}}{10} \quad 5 - \frac{5\sqrt{35}}{10} - 5 - \frac{\sqrt{35}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{2} \quad \frac{10 - \sqrt{35}}{2}$$

$$y^2 + y - 1 = -4y + 2$$

$$5 - \sqrt{6x - x^2} \geq 2$$

$$2c = \frac{y^2 + y - 1}{2}$$

$$6 \cdot 3 - 9$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} - \sqrt{3x - x^2} \geq 2$$

$$x = \frac{-4y + 2}{2} = 1 - 2y$$

$$18 - 9$$

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq \sqrt{3x - x^2} + 2$$

$$2c = 1 - (-5 \pm \sqrt{21})$$

$$\text{Но } \sqrt{x^2 - x - 2} \leq 2$$

7. 1. 2.

$$y^2 - 5y^2 + y^2$$

$$y^4 + y^2 + 1 + 2y^3 - 2y^2 - 2y - 2y^2 + 2y + 4y^3 + 4y^3 = 0$$

$$y^4 + 4y^3 - 3y^2 + 4y + 1 = 0$$

$$y^4 + 4y^3 + 4y^2 + 4y^2 + 4y + 1 - 11y^2 = 0$$

$$y^2(y+2)^2 + (2y+1)^2 - 11y^2 = 0$$

$$(y^2 + 2y)^2 + (2y+1)^2 = 11y^2$$

$$(a+b)^2 + (b+1)^2 = 11a$$

$$x^2 + 2x - x^2 + y^3 - y^2 + 1 = 0$$

$$8 \sqrt{25 - 50x - 75 - 20 + 1}$$

$$(y^2 + 5y + 1)(y^2 - y + 1)$$

$$(y^2 + ay + b)(y^2 + cy + d)$$

$$y^3(c+a) + y^2(b+d+ac) + y(ad+bc) + bd$$

$$\begin{cases} a+c=4 \\ b+d+ac=-3 \\ ad+bc=4 \\ bd=1 \end{cases} \quad \begin{matrix} a+c=4 \\ ac=-5 \\ a=5 \\ c=-1 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

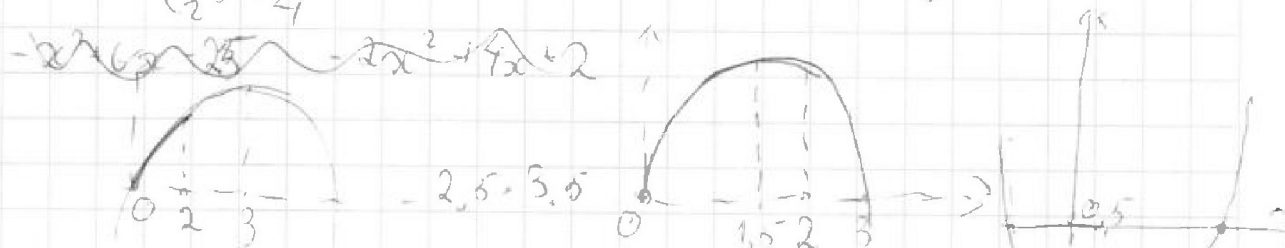
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6x-x^2}-5 \leq \sqrt{3x-x^2}-\sqrt{x^2-x-2}$$

$$x(6-x) \quad x(3-x) \quad (x+1)(x-2) \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{6}{2} = 3 \quad x \in [0; 3] \quad x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \quad \frac{1}{2} = 2$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \quad x \sim x \in [0; 2] \quad x \in [2; 3]$$

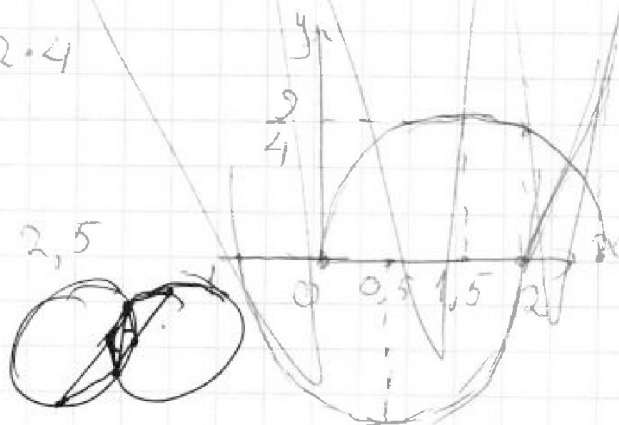


$$\sqrt{6x-x^2} \in [0; 8]$$

$$\sqrt{3x-x^2} \in [0; \frac{3}{2}]$$

$$\sqrt{x^2-x-2} \in [-\frac{3}{2}, 0]$$

$$2 \cdot 4$$



$$3x-x^2 \geq x^2-x-2$$

$$2x^2-4x-2 < 0$$

$$x^2-2x-1 < 0$$

$$(x-1)^2 < 2$$

$$x-1 < \pm\sqrt{2}$$

$$x < 1 \pm \sqrt{2}$$

$$x \in (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$$

$$\sqrt{6x-x^2} \in [2\sqrt{2}, 3]$$

$$1-\sqrt{2}$$

$$1+\sqrt{2}$$

$$\sqrt{3x-x^2} \in [\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

$$\sqrt{x^2-x-2} \in [0; 2]$$

$$SB \cdot (SA + 5x) = SA(SA + AD) = SA(SA + 3x + FD)$$

$$SA \cdot (SA + 3x) = SB(SB + BC) = SB(SB + 5x + EB)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a-b=343 \cdot 10^{1000}$$

$$a(a+1)-b(b+1)=343 \cdot 10^{1000} = 7^3 \cdot 10^{1000}$$

$$a^2+a-b^2-b=(a-b)(a+b)+a-b=(a-b)(a+b+1)$$

$$(a-b)(a+b+1)=7^3 \cdot 10^{1000} \quad 10^{1000}=c$$

$$a-b=7^n \cdot 10^n \quad a-b=c \cdot 7^n$$

$$a+b+1=7^{3-n} \cdot c$$

$$a-b=7^n$$

$$a+b+1=c \cdot 7^{3-n}$$

$$-y^3-y^2+y^2+1$$

$$-y^2(y+1)-(y-1)(y+1)$$

$$a-b=7^n \cdot 5^k \cdot c$$

$$a+b+1=7^{3-n} \cdot 5^{1000-k}$$

$$7^n \cdot 5^k \cdot c < \frac{7^n \cdot 5^k \cdot c + 7^{3-n} \cdot 5^{1000-k}}{2}$$

$$7^n \cdot 5^k \cdot c < 7^{3-n} \cdot 5^{1000-k} \rightarrow 7^{2n-3} \cdot 5^{2k-1000} \cdot c < 1$$

$$x^2-xy+y+y^3=0$$

$$2x+1-y^3-2y^2-2xy=0$$

$$2x(y+1)-y^2(y+1)-(y-1)(y+1)=0$$

$$(y+1)(2x-y^2-y+1)=0$$

$$2x-y^2-y+1=0$$

$$x^2-xy+y+y^3=0$$

$$2xy-y^3-y^2+y=0$$

$$y^3+2x=y^2+y-1 \quad k=1000-k$$

$$4x^2-4xy+4y+4y^3=0$$

$$(y^2+y-1)^2-2y(y^2+y-1)+4y+4y^3=0$$

$$-2y^3-2y^2+2y$$