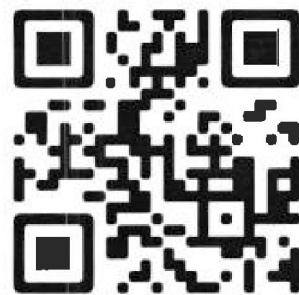




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 13



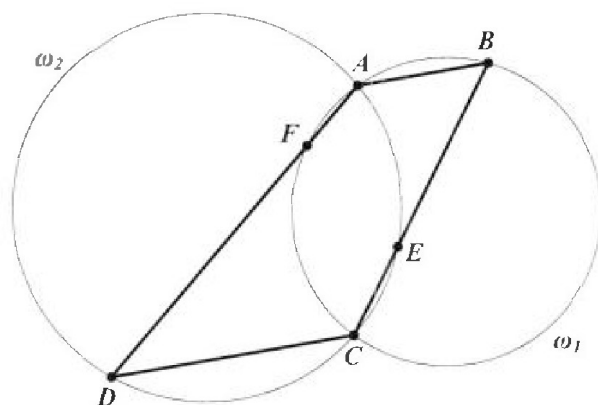
1. [3 балла] В прямоугольном треугольнике длины катетов равны $|2x - 2|$ и $|x^2 + 3x|$, а длина гипотенузы равна $|3x + 1|$. Найдите x .
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\sqrt{8} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} = \sqrt{32} + \sqrt{116}$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 - y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Назовём числа *хорошими*, если они представимы в виде $a(a + 1)$, где $a \in \mathbb{N}$. Найдите количество пар хороших чисел, разность которых равна $81 \cdot 10^{2024}$.
4. [5 баллов] Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{4x - x^2} - 3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x - x^2} - \sqrt{x^2 + x - 2}}.$$

5. [5 баллов] Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность с центром O , а AA_1 и BB_1 – его высоты. Найдите расстояние от точки O до стороны AC , если $AB_1 = 6$ и площадь треугольника OBA_1 равна 6.
6. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^3 - 3y^2 - 1 = 0, \\ 2x - xy - y^3 + 5y^2 - 3y + 2 = 0. \end{cases}$$

7. [6 баллов] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD ($AB < CD$). Окружность ω_1 , описанная около треугольника ABC , повторно пересекает сторону AD в точке F , а окружность ω_2 , описанная около треугольника ACD , повторно пересекает сторону BC в точке E (точки E и F расположены так, как показано на рисунке). Найдите отношение длин отрезков AF и CE , если отношение радиуса окружности ω_1 к радиусу окружности ω_2 равно $1 : 2$.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для прямоугольного треугольника выполняется
 $|2x-2|^2 + (x^2+3x)^2 = (3x+1)^2$, а также длина
сторон не может быть равной нулю, поэтому

$$|2x-2| \neq 0 \quad (1)$$

$$|3x+x^2| \neq 0 \quad (2)$$

$$|3x+1| \neq 0 \quad (3)$$

} Условие

$$P.S \quad |a|^2 = a^2$$

Решая ур-е (0), получаем:

- Раскроем все скобки и перенесем в одну часть:

$$x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 = 0. \quad \text{Это эквивалентно}$$

$$(x-1)(x+3)(x^2+4x-1) = 0$$

Но 1 и 3 не могут быть решениями, ибо
это противоречит (1) и (2) соответственно. По-
тому решениями будут только корни квадратного
уравнения

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: $x_1 = -2 - \sqrt{5}$; $x_2 = -2 + \sqrt{5}$.

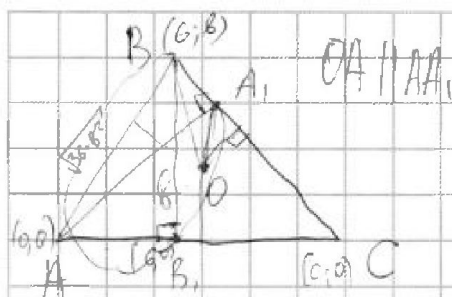


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

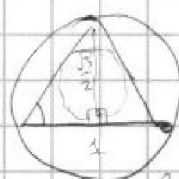
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$36 + b^2 = AA_1^2 - AB^2$$

AB, A, B - вписанный



$$S = \frac{S}{4}$$

$$2R = \frac{1}{\sin 60} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$S = BB_1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$BB_1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Не одинаковы ли площади OBA, OAB,

$$OH_1 \cdot AB, ? OH_2 \cdot BA_1$$

В

$$OH_2 = \frac{1}{2}$$

$$12$$

$$AA_1 = y$$

$$BB_1 = x$$

$$S = BB_1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$OB = OA = \sqrt{4 + (6+a)^2}$$

$$AB^2 = 36 + x^2 - y^2$$

$$S = \frac{2abc}{c} = \frac{4a^2(c^2 - b^2)}{c} \cdot R \cdot BB_1 \cdot \frac{c^2 - b^2}{b^2}$$

$$R(12, b, c)$$

$$4a^2b^2 \cdot R \cdot BB_1 = \frac{S}{c}$$

$$AA_1 \cdot \frac{1}{2} = BB_1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$AA_1 = BB_1 \cdot \frac{c}{b} \quad \left(R = \frac{S}{4abc} \right)$$

$$AB = \sqrt{4a^2 - BB_1^2}$$

$$OH_1 = \sqrt{R^2 - b^2}$$

$$AB_1 = \sqrt{4a^2 - BB_1^2}$$

$$OH_2$$

$$R \cdot S = 2abc$$

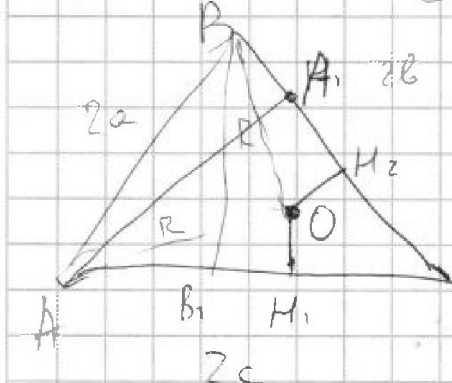
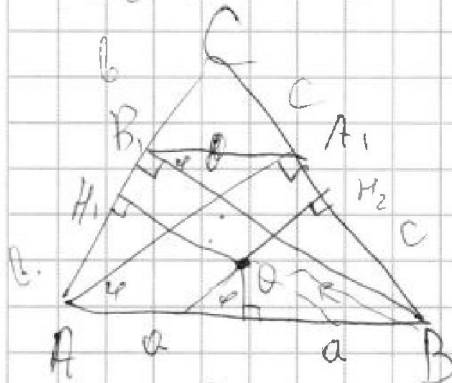
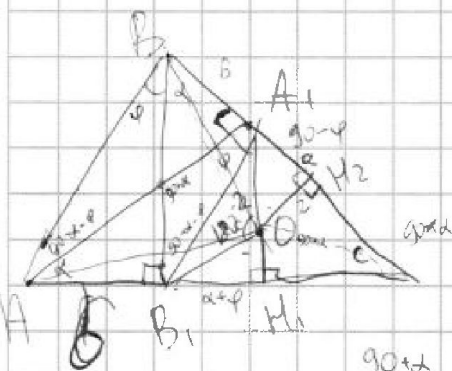
$$R = \frac{2abc}{S}$$

$$AB = \sqrt{4a^2 - BB_1^2}$$

$$OH_2 = \sqrt{R^2 - b^2}$$

$$AB_1 = \sqrt{4a^2 - BB_1^2}$$

$$OH_2 = \sqrt{R^2 - c^2}$$



$$4a^2 - (BB_1)^2 = 4a^2 - \left(R \cdot \frac{c}{b} \right)^2 = \frac{4a^2 - (BB_1 \cdot \frac{c}{b})^2}{R^2 - b^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть мы нашли два таких числа, $a(a+1)$ и $b(b+1)$.
Рассмотрим их разность $a(a+1) - b(b+1)$ (пусть $a > b$
для определенности). Тогда:

$$a^2 + a - b^2 - b = 81 \cdot 10^{2024}$$

$$(a-b)(a+b+1) = 81 \cdot 10^{2024}$$

Заметим, что эти скобки имеют разную четность,
Тогда одна скобка должна делиться на $81 \cdot 10^{2024}$, а
вторая - вообще не делиться на 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{\sqrt{4x-x^2-3}-3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}}.$$

$$\frac{1}{\sqrt{4x-x^2-3}-3} - \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}} \leq 0$$

$$\frac{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}-\sqrt{4x-x^2-3}+3}{(\sqrt{4x-x^2-3}-3)(\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2})} \leq 0$$

При решении ОДЗ уже выяснили, что

$\sqrt{4x-x^2-3}-3 < 0$, поэтому сократим на него, меняя знак нр-во.

$$\frac{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}-\sqrt{4x-x^2-3}+3}{\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}} \geq 0$$

Числитель всегда больше знаменателя, ибо равен знаменателю + положит. число. 5) $\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} \neq 0$
Поэтому когда знаменатель > 0 , нр-во выполняется:

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} > 0$$

$$\sqrt{2x-x^2} > \sqrt{x^2+x-2}. \text{ Оба подкоренных выраж. } > 0.$$

$$2x-x^2 > x^2+x-2$$

$$2x^2+x-2 < 0$$

$$x \in \left(\frac{1-\sqrt{17}}{4}, \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$$

Учитывая ОДЗ, в ответ: $x \in \left[2; \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right]$.

Если же числитель ≤ 0 , то и знаменатель ≤ 0 , тогда нам тоже подходит. Иные же (числ > 0 и знам ≤ 0 - не подходит).

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2}-\sqrt{4x-x^2-3}+3 \leq 0$$

ОДЗ:

$$1) 4x-x^2-3 \geq 0$$

$$(x-3)(x+3) \leq 0$$

$$x \in [-3; 3]$$

$$2) x^2-2x \leq 0$$

$$x(x-2) \leq 0$$

$$x \in [0; 2]$$

$$3) x^2+x-2 \geq 0$$

$$(x+2)(x-1) \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$$

$$\downarrow$$

$$x \in [1; 2]$$

$$4) \sqrt{4x-x^2-3} \neq 3$$

$$x^2-4x+6 \neq 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

$$5) \sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} \neq 0$$

$$x \neq \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\text{Итого ОДЗ:}$$

$$x \in \left[2; \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4}; 2\right]$$



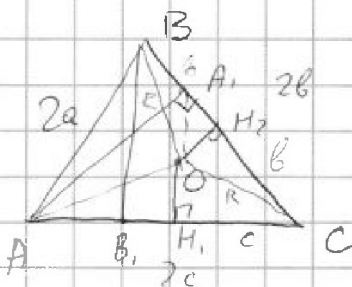
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Введем следующие обозначения:

$AB = 2a$; $BC = 2b$; $AC = 2c$. Середины

перпендикуляров к AC и BC соответственно, на пересечении которых и лежат O , OH_1 и OH_2 .

Также $AA_1 \cdot 2b = BB_1 \cdot 2c = 2S_{ABC} \Rightarrow AA_1 = BB_1 \cdot \frac{c}{b}$;

Тогда по Тл. Пифагора: $AB_1 = \sqrt{(2a)^2 - (BB_1 \cdot \frac{c}{b})^2}$

$AB_1 = \sqrt{4a^2 - BB_1^2}$. Обозначив $OA = OB = R$ за R , получим

$OH_1 = \sqrt{R^2 - c^2}$ (т.к. $H_1C = c$) и $OH_2 = \sqrt{R^2 - b^2}$ ($H_2B = b$).

Но $\sqrt{4a^2 - (BB_1 \cdot \frac{c}{b})^2} \cdot \sqrt{R^2 - b^2} = \sqrt{4a^2 - BB_1^2} \cdot \sqrt{R^2 - c^2}$.

Действительно: (возводим в квадрат, все положительное)

$$(4a^2 - (BB_1 \cdot \frac{c}{b})^2)(R^2 - b^2) = (4a^2 - BB_1^2)(R^2 - c^2)$$

$$4a^2c^2 - R \cdot BB_1^2 = 4a^2b^2 - (R \cdot BB_1 \cdot \frac{c}{b})^2$$

$$4a^2(c^2 - b^2) = R^2 \cdot BB_1^2 \cdot \frac{c^2 - b^2}{b^2}$$

Если $c^2 - b^2 \neq 0$ выполняются
если нет - сократим

$$4a^2 = R^2 \cdot \frac{BB_1^2}{b^2}$$

Возьмем корень, все расст. > 0

$$2ab = R \cdot BB_1, \text{ но } BB_1 = \frac{S_{ABC}}{b}, \text{ а } R_{\text{ош}} = \frac{2ab}{S}$$

Тождество доказано. Но тогда $AB_1 \cdot OH_2 = OH_1 \cdot AB_1 = 2S_{OAB_1}$

$$\Rightarrow OH_1 (\text{искомая величина, перп.}) = \frac{2 \cdot S_{OAB_1}}{AB_1} = \frac{2 \cdot b}{6} = 2.$$

Ответ: 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^3 - 3y^2 - 1 = 0 \\ 2x - xy - y^3 + 5y^2 - 3y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{y^3 - 5y^2 + 3y - 2}{2 - y}, \quad y \neq 2, \text{ это решение не подходит.}$$

Подставляя в первое ур-е и раскрывая скобки, получаем.

$$y - 8y^5 - 2y^4 + 8y^3 - 2y = 0$$

$$y(y+1)(y^4 - 8y^3 + 6y^2 - 2y - 2) = 0.$$

$$\text{При } y=0 \quad x = \frac{-2}{2-0} = -1.$$

$$\text{При } y=1: \quad \frac{-2+5-3-2}{2+2} = -\frac{1}{3}$$

Ответы $(-1; 0)$ и $(-\frac{1}{3}; -1)$.
(одни из)

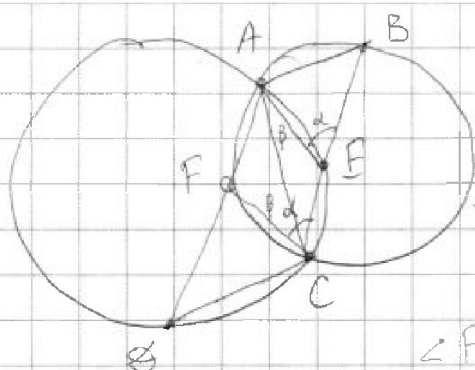


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~Док во: Д~~

Решение: Для начала докажем,
что $AE \parallel FC$. Пусть $\angle FCE = \alpha$, тогда
 $\angle FAB = 180 - \alpha$ из вписанности $\angle FAB$, тогда

$\angle ADC = \alpha$ из того, что $ABCD$ - трапеция, тогда $\angle AEB = \alpha$
из вписанности $\angle CEA \Rightarrow \angle AEB = \angle FCB \Rightarrow AE \parallel FC$. Но

тогда $\angle ACE = \angle ACF$ как накрест лежащие. Тогда:

$$\frac{EC}{\sin \beta} = 2R(w_2), \text{ а } \frac{AF}{\sin \beta} = 2R(w_1) \Rightarrow \frac{AF}{CE} = \frac{R(w_1)}{R(w_2)} = \frac{1}{2}.$$

От вет: $\frac{1}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-x^2}-\sqrt{x^2+x-2} \leq \sqrt{4x-x^2}-3$$

меньше 0 меньше 0
должен быть

$$x \in \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4}, 2\right] \text{ — уже решали.}$$

Тогда возведение в квадрат не ~~сразу~~ меняет знак

$$2x-x^2-x^2-x+2-2\sqrt{2x-x^2}\sqrt{x^2+x-2} \geq 9+4x-x^2-3-6\sqrt{4x-x^2}$$

$$x^2+3x-4 \leq -6\sqrt{4x-x^2}-2\sqrt{2x-x^2}\sqrt{x^2+x-2}$$

$$-6\sqrt{4x-x^2}-2\sqrt{2x-x^2}\sqrt{x^2+x-2} \geq -6\sqrt{4x-x^2} \text{ При } x \in \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4}, 2\right]$$

Это выражение монотонно ~~возрастает~~. Поэтому $f(x)=4x^2-x^2-3$

при $x=1,25 \leq f(x)$ при $x \in \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4}, 2\right] \Rightarrow$ со знаком минус наоборот, $6\sqrt{4x-x^2}$

$x^2+3x+4 > 0$ при ~~любых~~ $x \in [1, 2]$, а правая часть < 0 . То есть, такое не выполняется при $x \in (0, 3) \Rightarrow$ это невозможно

Ответ: $x \in \left[1; \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x\sqrt{8} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} = \sqrt{32} + \sqrt{116}$$

$$2x\sqrt{2} + 3y\sqrt{2} + z\sqrt{29} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{29}$$

$$(z-2)\sqrt{29} = \sqrt{2}(4-2x-3y).$$

Если $z \neq 2$, можем поделить на $(z-2)$; и $4-2x-3y \neq 0$.

$$\frac{\sqrt{29}}{z} = \frac{4-2x-3y}{z-2}.$$

Рациональное число равно иррациональному, противоречие. Тогда $z=2$, и

$$4-2x-3y = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0.$$

Нам нужно минимизировать (x^2+y^2) . При этом

$2x+3y=4$ ($x, y \in \mathbb{Z}$). Решая Диофантово ур-е,

получаем: $x=2-3t$, $y=2t$, $t \in \mathbb{Z}$. А (x^2+y^2) тогда:

$$(2-3t)^2 + (2t)^2 = 5t^2 - 12t + 4, \text{ парабол с ветвями}$$

вверх достигает минимума в $x_{\text{в}} = \frac{-12}{5 \cdot 2} = -\frac{6}{5}$. Бли-

жайшая целая точка (из св в параболы) и будет

t_{min} (в других целых точках значения будут

больше, парабол симметрична относительно вершины).

Тогда $t_{\text{min}} = 1$ (ближе всего к $-\frac{6}{5}$), $x = -1$; $y = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = (-1)^2 + 2^2 + 2^2 = 1. \quad \text{Ответ: } 1$$

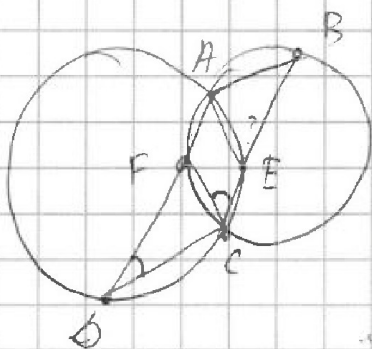


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$FCE = 180 - FAB \text{ (из впис.)} = \angle ACB = \angle AEB$$

$$AE \parallel FC$$

Это $a-b$: $a-b = 2^{2024} \cdot X$ $X \leq 10^{1012} \cdot 9$

$2b+1 > 0$

$a = b + 2^{2024} \cdot X$

$1 + 2b + 2^{2024} \cdot X = \frac{81 \cdot 5^{2024}}{X}$

Не больше половины 5^{2024}

$2^{2024} \cdot X$

0, проки

1, проки

$2b = \frac{81 \cdot 5^{2024}}{X} + 2^{2024} \cdot X - 1$

$2y^3 - 12y^2 + 6y - 1$

$2y^3 - 12y^2 + 6y - 1$

$2y^3 - 12y^2 + 6y - 1 = 0$

$a(a+1) \cdot b(b+1) / (a-b)(a+b+1) = 81 \cdot 10^{2024}$

делится на 81

5^{2024-n}

5^{2024-n}

$2^{2024-n} < 5^{2024-n}$

2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

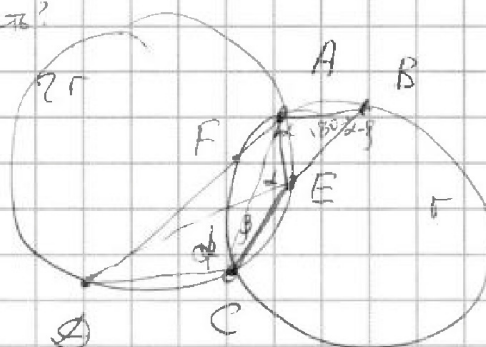
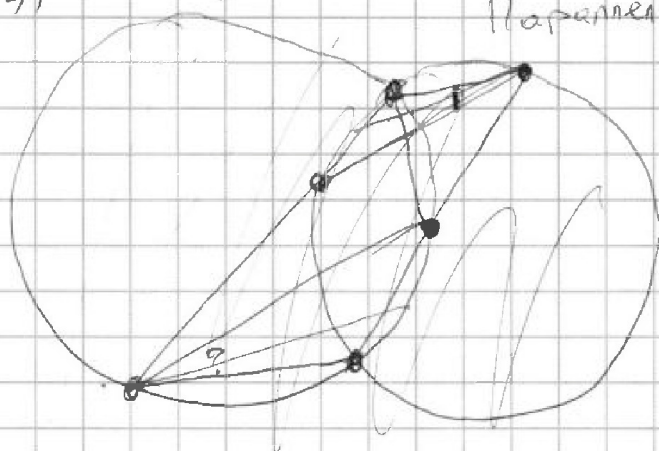
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7)

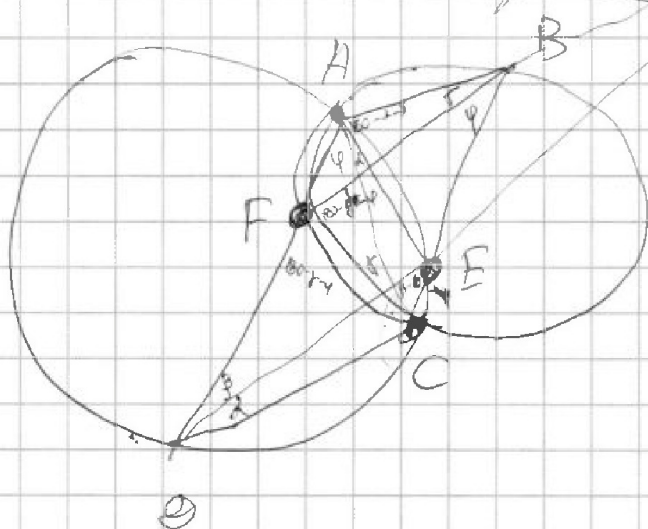
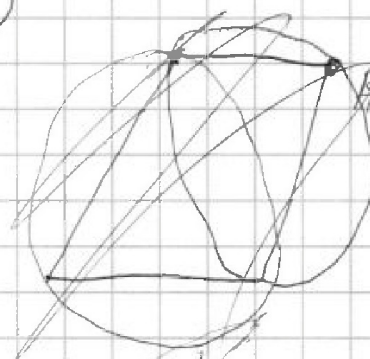
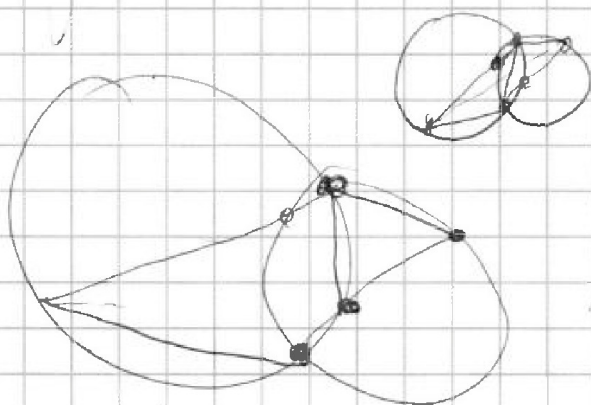
Параллельность?



$$\frac{CE}{AF} = \frac{BC \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha} = 2r$$

$$\frac{AD}{\sin \alpha} = 4r$$

$$AD = 2BC$$



Достаточно: $\angle ACB = \beta$
или $\angle ACF = \alpha$
 $\angle FCB = \alpha + \beta$ из
вписанности

$$\angle AFC = 180 - \alpha - \beta$$

$$\begin{aligned} \angle CAB &= 180 - \alpha - \beta - \gamma - \delta = \\ &= 180 - \beta - \gamma - \delta - \alpha \\ &= 180 - \alpha - \beta - (\gamma + \delta) \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) $\frac{1}{\sqrt{4x-x^2-3}} - 3 \leq \frac{1}{\sqrt{2x-x^2-1} - \sqrt{x^2+x-2}}$

$\frac{1}{\sqrt{4x-x^2-3}} - 3 - \frac{1}{\sqrt{2x-x^2-1} - \sqrt{x^2+x-2}} \leq 0$

$\frac{\sqrt{2x-x^2-1} - \sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{4x-x^2-3} + 3}{(\sqrt{4x-x^2-3}-3)(\sqrt{2x-x^2-1}-\sqrt{x^2+x-2})} \leq 0$

ведомо < 0

$\frac{\sqrt{2x-x^2-1} - \sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{4x-x^2-3} + 3}{(\sqrt{2x-x^2-1}-\sqrt{x^2+x-2})} \geq 0$

Знаки знаменателя:

ОДЗ:

- $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ max = 1
 $(x-3)(x-1) \leq 0$
 $x \in [1; 3]$
- $x^2 - 2x \leq 0$
 $x \in [0; 2]$
- $x^2 + x - 2 \geq 0$
 $(x+2)(x-1) \geq 0$
 $x \in [-2; 1]$

Все существует только при $x=1$
 $x \in [-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$

$x \in [1; 2]$

$\frac{y^4 - 8y^3 + 6y^2 - 2y - 2}{y^2 - 2} : \frac{y^2 - 2}{y^2 - 2} = \frac{y^4 - 8y^3 + 6y^2 - 2y - 2}{y^2 - 2}$

$\frac{y^4 - 8y^3 + 6y^2 - 2y - 2}{y^2 - 2} = \frac{y^4 - 8y^3 + 6y^2 - 2y - 2}{y^2 - 2}$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{4}$

$\sqrt{2x-x^2-1} - \sqrt{x^2+x-2} \geq 0$

$2x-x^2-1 \geq x^2+x-2$

$2x^2-x-2 \geq 0$

$x = 1/2$

$x(x-2) \geq (x+2)(x-1)$

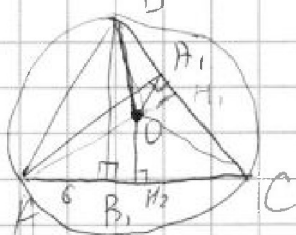
$5 - 3 = 1/25 = 0.04$

$S(OBA_1) = 6$

$S(OBA_1) = \frac{1}{2} BC \cdot OH_1 = \frac{1}{2} BC \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{4} BC^2 = 6$

$OB = \frac{1}{2} BC$

$OB = \sqrt{\frac{1}{4} BC^2 \cdot OH_1^2}$



$4x - x^2 - 3 = 9$

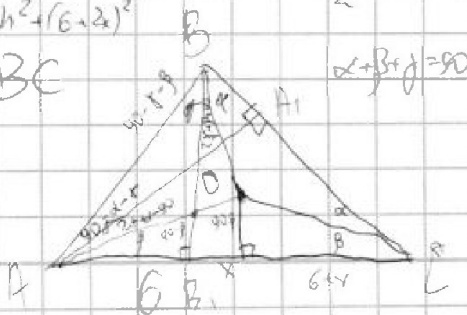
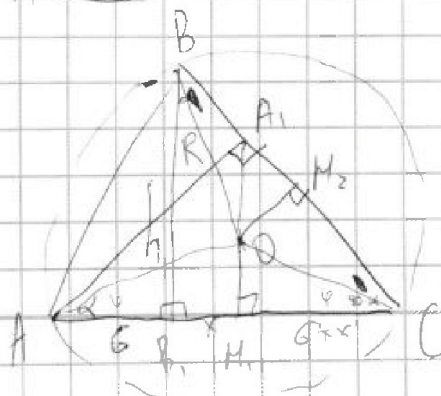
$x^2 - 4x + 6 = 0$

$BB_1 = h \Rightarrow AB = \sqrt{h^2 + 36}$

$BC = \sqrt{h^2 + (6+2)^2}$

$A_1AC \sim B_1BC$

$6 = \frac{AB_1 \cdot OH_1}{2}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $\begin{cases} 2x-2 \neq 0 \\ 3x+1 \neq 0 \\ x^2+3x \neq 0 \end{cases}$ ~~Все~~ Черновик
 $2x-2 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow$ Все подмодульные > 0

$$(2x-2)^2 + \cancel{x^2} (x+3)^2 = (3x+1)^2$$

$$4x^2 - 8x + 4 + \cancel{x^4} + 6x^3 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$x^4 - 2x^2 - 14x + 3 = 0$$

$$\begin{aligned} a &= 5t+2 \\ b &= 5k+3 \end{aligned}$$

$$21 - 18 - 42 + 3 \neq 0$$

$$x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 = 0$$

$$(x-1) \text{ делится}$$

$$(x-1)(x^3 + 7x^2 + 11x - 3) = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 14x + 3 : (x-1) \\ \underline{x^4 - x^3} \\ 7x^3 + 4x^2 - 14x + 3 \\ \underline{7x^3 - 7x^2} \\ 11x^2 + 11x + 3 \\ \underline{11x^2 - 11x} \\ -3x + 3 \\ \underline{-3x + 3} \\ 0 \end{array}$$

$$-27 + 63 - 33 - 3 = 0$$

$$\begin{aligned} x\sqrt{8} + y\sqrt{18} + z\sqrt{29} &= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{29} \\ 2x\sqrt{2} + 3y\sqrt{2} + z\sqrt{29} &= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{29} \end{aligned}$$

$$\cancel{x^4 + 6x^3}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 7x^2 + 11x - 3 : (x+3) \\ \underline{x^3 + 3x^2} \\ 4x^2 + 11x - 3 \\ \underline{4x^2 + 12x} \\ -x - 3 \\ \underline{-x - 3} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{2}(2x+3y-4) = \sqrt{29}(2-z)$$

$$\boxed{z \neq 2}$$

$$D=20$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{5}}{1}$$

ответ

$$\frac{2x+3y-4}{2-z} = \sqrt{\frac{29}{2}}$$

лц = црц $\Rightarrow$ противоречие. $\Rightarrow z=2$ $2x+3y-4=0$

$$a(a+1) - b(b+1) = 81 \cdot 10^{2024}$$

$$\begin{array}{cc} 2 & 0 \\ -1 & 2 \\ -4 & 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x &= 2 + 3t \\ y &= 2t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 + a - b \\ (a-b)(a+b+1) &= 81 \cdot 10^{2024} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2-3+1)^2 - (2)^2 &= \\ = 4 - 4 + 5t^2 &= \\ \min t &= \frac{+12}{10} = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

Они равны $\Rightarrow$ четности. $a-b < a+b+1$

$$\begin{aligned} a-b &= 1 \\ a-b &= 3 \\ a-b &= 9 \\ a-b &= 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b+1 &= 81 \cdot 10^{2024} \\ a+b+1 &= 27 \cdot 10^{2024} \\ a+b+1 &= 9 \cdot 10^{2024} \\ a+b+1 &= 10^{2024} \end{aligned}$$

5 вариантов

ближе всего $t=3 \Rightarrow$

$$(-1)^2 - 2^2 + 2^2 = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$2x^2 - 5xy + y^3 - y^2 - 3y = 0.$$

$$x^2 - 2xy + y^3 - 3y^2 - 1 \neq 0$$

$$-2x^2 + xy + y^3 - 5y^2$$

$$y=0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x = -1 \Rightarrow x = 1$$

$$x^2 + 2x - 3xy + 2y^2 - 3y + 1 = 0$$

(x+1)

$$(x+1)^2 - y(2y-3x-3) = 0$$

$$y^2 - 2y + 1 + y^2 - y - 1$$

$$x = 1 \Rightarrow y^3 - 3y^2 - 2y = 0$$

$$y(y^2 - 3y - 2) = 0$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$-3y(x+1) + 2y^2 = 0$$

$$4x - 2xy - 2y^2 + y^2 - 6y + 4 = 0$$

$$(x+1)(x+1-3y) + 2y^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3y^3 - 13y^2 - 6y - 9 = 0$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} - \frac{13 \pm \sqrt{17}}{2} - 6$$

$$(x^2 - 4x + 3y^3 - 13y^2 - 6y - 9) - (x-2)^2 =$$

$$8 - 20 + 6 - 2$$

$$x(2-y) = y^3 - 5y^2 + 3y - 2$$

$$y \neq 2.$$

$$-x(x-2y) + y^3 - 3y^2 - 1 = 0$$

$$16 - 64 + 24 + 2$$

$$8 - 16\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} - 2$$

$$y^3 - 5y^2 + 3y - 2 \left(\frac{y^3 - 5y^2 + 3y - 2}{2-y} - 2y \right) + y^3 - 3y^2 - 1 = 0$$

$$\left(\frac{y^3 - 5y^2 + 3y - 2}{2-y} \right) \left(\frac{y^3 - 3y^2 - y - 2}{2-y} \right) + y^3 - 3y^2 - 1 = 0$$

$$(y^3 - 5y^2 + 3y - 2)(y^3 - 3y^2 - y - 2) + (y^3 - 3y^2 - 1)(y^2 - 4y + 4) = 0$$

$$y^6 - 3y^5 - y^4 - 2y^3 - 5y^2 + 15y + 5y^5 + 10y^4 + 3y^3 - 9y^2 - 6y - 2y^3 + 6y^2 + 4y + 4 +$$

$$+ y^4 - 4y^3 + 4y^2 - 3y^2 + 12y^3 - 12y^2 - y^2 + 4y - 4 = 0$$

$$= y^6 + 7y^5 - 2y^4 + 8y^3 + 2y^2 - 2y = 0$$

$$: y+1$$

$$y(y^5 - 7y^4 - 2y^3 + 8y^2 - 2) = 0$$

$$y(y+1)(y^4 - 8y^3 + 6y^2 + 2y - 2) = 0$$

$$\begin{array}{r} y^5 - 7y^4 - 2y^3 + 8y^2 - 2 \quad | y+1 \\ - y^5 + y^4 \\ \hline -8y^4 - 2y^3 + 8y^2 - 2 \\ -8y^4 - 8y^3 \\ \hline 6y^2 + 6y^2 - 2y^3 + 8y^2 - 2 \quad | y^2 \\ -2y^3 - 2y \\ \hline 2y^2 + 2y - 2 \end{array}$$