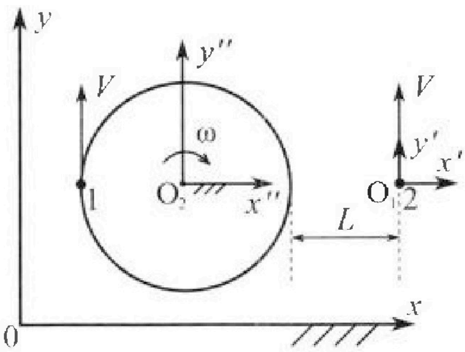
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 10-06

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Два школьника опытным путем изучают механику: первый сидит на краю равномерно вращающейся с круговой частотой $\omega = 1$ с$^{-1}$ карусели, второй едет по прямой на велосипеде (см. рис.) и оба наблюдают друг за другом. В лабораторной системе отсчета скорости школьников одинаковы по модулю и равны $V = 3$ м/с. Все движения происходят в одной горизонтальной плоскости. Ускорение свободного падения g =10 м/с^2.

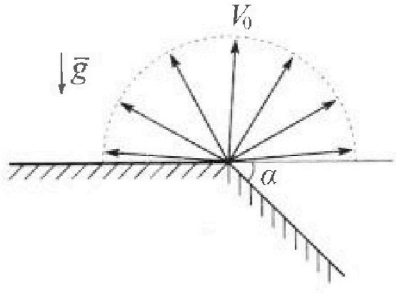


1. На сколько δ процентов вес второго школьника меньше веса первого школьника?
   Указание: считайте, что $(1 + x)^n \approx 1 + n \cdot x$ *при* $x << 1$.

В неко торый момент времени школьники оказались на прямой, проходящей через центр карусели, (см. рис.), в этот момент второй школьник находится на расстоянии L=9 м от края карусели. Вектор скорости $\vec{V}$ каждого школьника в этот момент показан на рисунке к задаче.

2. Найдите в этот момент скорость $\vec{U}_1$ первого школьника в подвижной системе отсчёта $x'O_1y'$, связанной со вторым школьником. Система отсчета $x'O_1y'$ движется поступательно относительно лабораторной системы xOy.
3. Найдите в этот момент скорость $\vec{U}_2$ второго школьника во вращающейся системе отсчёта $x''O_2y''$, связанной с первым школьником. Точка O_2 – начало вращающейся системы отсчета. В ответе укажите модуль и направление вектора $\vec{U}_2$.

2. Плоская поверхность склона образует с горизонтом угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.). У вершины склона разрывается фейерверк. Осколки летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по модулю скоростями. Наибольшее удаление от поверхности склона осколка, упавшего на склон, $H = 48$ м. Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.



1. Найдите начальную скорость V_0 осколков.
2. Найдите модуль S перемещения за время полета упавшего на склон осколка, наибольшее удаление которого от поверхности склона за время полёта $H = 48$ м.
3. На каком максимальном расстоянии S_{MAX} от точки старта один из осколков упадет на склон?

3. В процессе сжатия одноатомного идеального газа среднее число соударений атомов газа со стенками в расчете на единицу площади за единицу времени остается постоянным. Внешние силы совершают работу $A = \frac{5}{27}U_0$, здесь $U_0 = 5{,}4$ кДж внутренняя энергия газа в начальном состоянии.

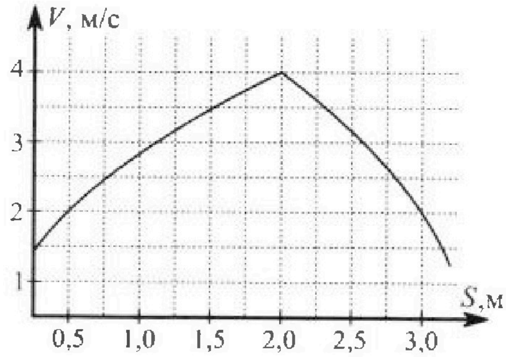
1. Во сколько m раз уменьшается давление газа в процессе сжатия?
2. Какое количество Q теплоты отведено от газа в процессе сжатия?

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 10-06

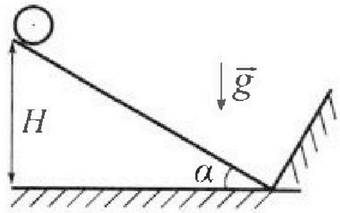
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. <u>*В первом опыте*</u> на шероховатую наклонную плоскость кладут шайбу, которая приходит в движение с нулевой начальной скоростью. Движение шайбы до и после соударения с гладкой стенкой, находящейся у основания наклонной плоскости, происходит вдоль одной и той же прямой. Часть зависимости модуля скорости шайбы от пройденного пути представлена на графике к задаче.



1. Найдите ускорение a, с которым шайба движется в процессе разгона.

<u>*Во втором опыте*</u> однородный обруч скатывается с той же наклонной плоскости без проскальзывания (см. рис.). Начальная скорость нулевая. Перед абсолютно упругим соударением с гладкой стенкой центр обруча движется со скоростью $V = 4$ м/с.



2. Найдите вертикальное перемещение H центра обруча за время движения от старта до столкновения с гладкой стенкой.
3. Через какое время T после столкновения с гладкой стенкой центр обруча будет находиться на максимальной высоте?

В системе центра масс угловое ускорение обруча при скольжении $\left|\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right| = \frac{\mu g \cos\alpha}{R}$. Коэффициенты трения скольжения шайбы и обруча по наклонной плоскости равны. Радиус обруча $R \ll H$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

5. Вблизи центра квадратной пластины площадью $S = 0{,}5$ м^2, по которой однородно распределен заряд $Q = 8\cdot10^{-9}$ Кл, закреплен шарик, заряд которого $q = -3{,}54\cdot10^{-9}$ Кл. Масса пластины $M = 4$ кг, масса шарика $m = 12$ г. Расстояние d от шарика до пластины таково, что $d \ll 0{,}7$ м.

1. Найдите кулоновскую силу F_1, с которой заряд шарика действует на заряд пластины.
2. Найдите гравитационную силу F_2, с которой шарик действует на пластину.

Гравитационная постоянная $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\omega = 1\,c^{-1}$

$V = 3\,\frac{м}{c}$

$g = 10\,\frac{м}{c^2}$

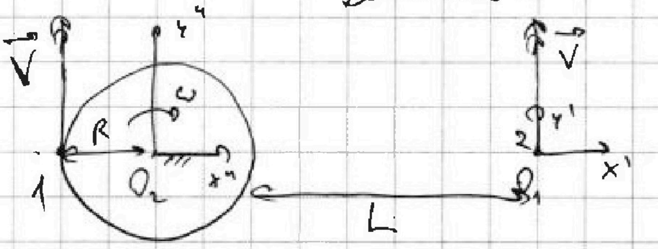
$L = 9\,м$

δ - ?

$\vec{U_1}$ - ?

$\vec{U_2}$ - ?

Решение:



$$\frac{V}{R} = \omega$$ (R - радиус окр движ. 1-ого мальчика)

$$R = \frac{V}{\omega} = 3\,м$$

Перейдём в СО $y'O_1x'$, т.к она поступательная, то ко всем скоростям добавится вектор $-\vec{V}$

$$\vec{U_1} = \vec{V} + (-\vec{V}) = 0$$

Теперь перейдём в СО. $y'O_2x'$, т.к она вращательная то ко всем точкам добавляется угловая скорость $-\omega$ ~~относ~~ с центром в точке O_2.

Значит:

$$\vec{U_2} = \vec{V} + \vec{V_B}$$ ($\vec{V_B}$ - вектор вращательной скорости)

т.к если у нас есть точка X, и угловая скорость ω_1, то $\vec{V_{B1}}$ будет направлен перпендикулярно O_2X, в плоскости вращения и влево если ω_1 против часовой стрелки и вправо если по. ~~Т~~о А

также O_1y' направл. перпендикулярно O_2 и лежит в плоскости вращения ω, ~~к~~ то $\vec{V_B}$ параллельна O_1y'.

т.к ω по часовой стрелке, ~~т~~о $-\omega$ против в, а значит $\vec{V_B}$ слева от прямой O_2O_1, значит $\vec{V_B}$ сонаправл. с O_1y'

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

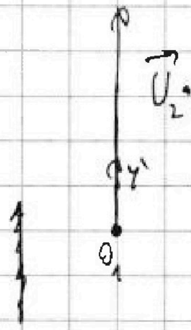
1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$|\vec{V_B}| = \omega \cdot O_2O_1 = \omega \cdot (R+L) = 1 \cdot (3+9) = 12 \frac{м}{с}$

т.к $\vec{V}$ сонаправл с O_1y' и $\vec{V_B}$ сонаправл с O_1y', а также

$\vec{U_2} = \vec{V} + \vec{V_B}$, то $|\vec{U_2}| = |\vec{V}| + |\vec{V_B}| = V + V_B = 3+12 = 15 \frac{м}{с}$

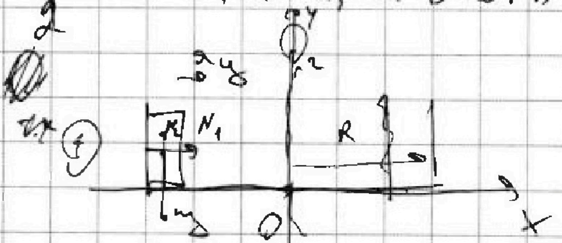


Т.к сила трения ~~скол~~ качения ~~много м~~ очень мала, А

велосипедист движется без ускорения, то

Q_2 - сила реакции опоры второго мальчика равна mg (m - масса мальчика)

$Q_2 = mg$



a_y - центростремительное ускорение мальчика 1.

$a_y = \omega^2 R = 3 \frac{м}{с^2}$

①: Запишем II закон Ньютона на оси

Ox: $m a_y = N_1$

Oy: $0 = N_2 - mg$

$N_2 = mg$

$Q_1 = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = m\sqrt{a_y^2 + g^2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\delta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{m\sqrt{a_y^2 + g^2} - mg}{m\sqrt{a_y^2+g^2}} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{\sqrt{3^2+10^2} - 10}{\sqrt{3^2+10^2}} \cdot 100\% = \frac{10\sqrt{1+\left(\frac{3}{10}\right)^2} - 10}{10\sqrt{1+\left(\frac{3}{10}\right)^2}} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{\left(\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{10}\right)^2\right) - 1\right)}{\cancel{\quad}}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{3}{10}\right)^2\right) \cdot 100\% =$$

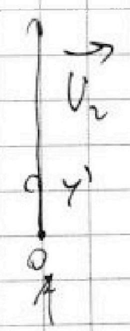
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{100} \cdot \left(1 - \frac{9}{200}\right) \cdot 100\% = \frac{9}{2} \cdot \frac{191}{200}\% =$$

$$= \frac{1719}{400}\%$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \delta = \frac{1719}{400}\% \approx \frac{42975}{10000} \approx 4{,}3\%}$$

$\vec{V_1} = 0$

$|\vec{V_2}| = 15\,\frac{м}{с}$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 3

Дано:

$\sin\alpha = 0{,}8$

$H = 48\text{ м}$

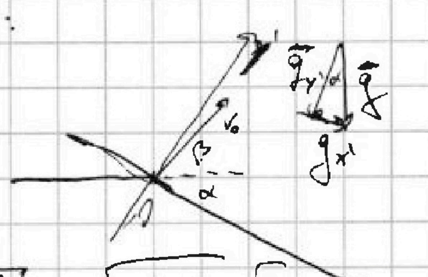
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

$V_0 - ?$

$S - ?$

$S_{max} - ?$

Решение:



$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{25-16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4/5}{3/5} = \frac{4}{3}$

Скажем что какой-то осколок полетел под углом β к горизонтали.

$V_{0y'} = V_0 \sin(\alpha+\beta)$ ($V_{0y'}$ - проекция скорости осколка на ось Oy' (аналогично другие переменные с индексом Oy'))

$g_{0y'} = g\cos\alpha$

$V_{0y'} = g_{y'} t_1$ (t_1 - время за которое осколок поднимается на максимальную ~~высоту~~ от удаления для плоск. склона)

$t_1 = \frac{V_{0y'}}{g_{y'}} = \frac{V_0 \sin(\alpha+\beta)}{g\cos\alpha}$

$H_m = \frac{g_{y'} t_1^2}{2}$ (H_m - максимальное удаление ~~высота~~ полёта осколка над плоск. склона) ~~это такой ...~~

$H_m = \frac{g_{y'} \cdot V_{0y'}^2}{2 g_{y'}^2} = \frac{V_{0y'}^2}{2 g_{y'}} = \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha+\beta)}{2g\cos\alpha}$

Найдем угол β_0 при котором H_m максимальна среди всех осколков

$0 = H_m' = \cancel{\frac{V_0^2}{2g\cos\alpha} 2\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)} = \frac{V_0^2}{2g\cos\alpha}\sin(2(\alpha+\beta_0))$

$0 = \sin(2(\alpha+\beta_0))$ т.к. $(\alpha+\beta_0)$ меньше π ведь иначе осколок улетит на горизонталь, то: $0 < 2(\alpha+\beta_0) < 2\pi \Rightarrow$

$\Rightarrow \pi = 2(\alpha+\beta)$

$\beta_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \alpha+\beta_0 = \frac{\pi}{2}$, $\sin(\alpha+\beta_0) = 1$

$H = \frac{V_0^2 \sin^2(\alpha+\beta_0)}{2g\cos\alpha} = \frac{V_0^2}{2g\cos\alpha}$

$$V_0^2 = 2gH\cos\alpha$$

$$V_0 = \sqrt{2gH\cos\alpha} = \sqrt{2\cdot 10\cdot \frac{48}{\cancel{\ }}\cdot\frac{3}{5}} = 24\ \frac{м}{с}$$

$t_{1g} =$

$$\cancel{S = V_{0x'}t_1}$$

$$t_{1g} = \frac{V_{0y'g}}{g_{y'}} = \frac{V_0\sin(\alpha+\beta_0)}{g\cos\alpha} =$$

(переменные с коор. ~~...~~ э — это данные осколка ~~летящего~~ летящего под β_0 к горизонту)

$$= \frac{V_0}{g\cos\alpha}$$

$$V_{0x'g} = V_0\cos(\alpha+\beta_0) = V_0\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$
$$g_{x'} = g\sin\alpha$$

$$S = V_{0x'g}2t_{1g} + \frac{g_{x'}(2t_{1g})^2}{2} = \frac{g_{x'}(2t_{1g})^2}{2} = \frac{g\sin\alpha}{2}\cdot\frac{4\cdot V_0^2}{g^2\cos^2\alpha} =$$

$$= \frac{2V_0^2\sin\alpha}{2g\cos^2\alpha} = 4\cdot\frac{2gH\cancel{\cos\alpha}\cdot\sin\alpha}{2g\cos^2\alpha} = 4H\operatorname{tg}\alpha$$

($2t_{1g}$ — т.к. за t_{1g} осколок поднялся на максимальную высоту и за t_{1g} опустился на плоскость)

$$S = 4\cdot 48\cdot\frac{4}{3} = 4\cdot 4\cdot 12\cdot\frac{4}{3} = 4^4 = 16^2 = 256\ м$$

$$V_{0x'} = V_0\cos(\alpha+\beta)$$

$$S_1 = V_{0x'}\cdot 2t_1 + \frac{g_{x'}(2t_1)^2}{2} = 2\cdot\frac{V_0^2\cos(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha+\beta)}{g\cos\alpha} +$$

$$+ 2g\sin\alpha\cdot\frac{V_0^2\sin^2(\alpha+\beta)}{g^2\cos^2\alpha} = \frac{2V_0^2\sin\alpha}{g\cos^2\alpha}\sin^2(\alpha+\beta) + \frac{V_0^2\sin(2(\alpha+\beta))}{g\cos\alpha}$$

Найдём ~~...~~ угол β_1 при котором достигается максимальное $S_1 - S_{max}$

$$0 = S_1' = \frac{V_0^2}{g\cos\alpha}\cdot\cos(2(\alpha+\beta_1))\cdot 2 + \frac{2V_0^2\sin\alpha}{g\cos^2\alpha}\cdot 2\sin(\alpha+\beta_1)\cos(\alpha+\beta_1)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$0 = \frac{2V_0^2}{g\cos\alpha}\cdot\cos(2(\alpha+\beta_1)) + \frac{2V_0^2}{g\cos\alpha}\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\sin(2(\alpha+\beta_1))$$

$$tg\,\alpha\cdot\sin(2(\alpha+\beta_1)) = -\cos(2(\alpha+\beta_1))$$

$$tg\,\alpha\cdot tg(2(\alpha+\beta_1)) = -1$$

$$tg(2(\alpha+\beta_1)) = -\frac{1}{tg\,\alpha} = -\frac{3}{4} \qquad \gamma = 2(\alpha+\beta_1)$$

$$tg\,\gamma = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma} = -\frac{3}{4}$$

$$\sin^2\gamma = \frac{9}{16}(1-\sin^2\gamma)$$

$$\sin^2\gamma\left(1+\frac{9}{16}\right) = \frac{9}{16}$$

$$\sin^2\gamma\cdot\frac{25}{16} = \frac{9}{16}$$

$\sin\gamma = \pm\frac{3}{5}$, т.к $\gamma > 0$, то $\sin\gamma = \frac{3}{5}$, т.к $tg\,\gamma < 0$, то значит $\pi \geq \gamma \geq \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{\pi}{2} + \alpha$$

$$2\alpha + 2\beta_1 = \frac{\pi}{2} + \alpha$$

$$\beta_1 = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{max} = \frac{2V_0^2\sin\alpha}{g\cos^2\alpha}\sin^2(\alpha+\beta_1) + \frac{V_0^2\sin(2(\alpha+\beta_1))}{g\cos\alpha} =$$

$$= \frac{2V_0^2\sin\alpha}{g\cos^2\alpha}\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{V_0^2\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{g\cos\alpha} =$$

$$= \frac{2V_0^2\sin\alpha}{g\cos^2\alpha}\left(\frac{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{2}\right) + \frac{V_0^2\cos\alpha}{g\cos\alpha} =$$

$$= \frac{V_0^2\sin\alpha}{g\cos^2\alpha}(1+\sin\alpha) + \frac{V_0^2}{g} = \frac{V_0^2}{g}\left(\frac{\sin\alpha+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right) = \frac{V_0^2}{g}\frac{(\sin\alpha+1)}{\cos^2\alpha} =$$

$$= \frac{24^2}{10}\cdot\frac{\left(\frac{4}{5}+1\right)}{\frac{9}{25}} = 288\text{ м}$$

$\boxed{\text{Ответ: } V_0 = 24\,\frac{м}{с};\ S = 256\text{ м};\ S_{max} = 288\text{ м}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$A = \frac{5}{27} U_0$

$U_0 = 5{,}4$ кДж

$m - ?$

$Q - ?$

Решение:

Z – кол-во соудар. состенки за единицу времени на единицу площади

$Z \sim n\sqrt{T} \sim \frac{N}{V}\sqrt{T} \sim \frac{\sqrt{T}}{V}$, т.к. N – const

$Z = const \Rightarrow \frac{\sqrt{T}}{V} = const$

$pV = \nu RT$

$T = \frac{pV}{\nu R}$

$\frac{\sqrt{T}}{V} = \frac{\sqrt{\frac{pV}{\nu R}}}{V} = \frac{p^{\frac{1}{2}} V^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{\nu R}} = const$

$p^{\frac{1}{2}} V^{-\frac{1}{2}} = const$

$p V^{-1} = const$

$p \sim V \Rightarrow p = \alpha_0 V$

p_0, V_0, T_0 (данные газа в начальный момент времени)

$A = -\int_{V_0}^{V_1 = \alpha_1 V_0} p\,dV = -\int_{V_0}^{\alpha_1 V_0} \alpha_0 V\,dV = -\alpha_0 \frac{(\alpha_1^2 V_0^2 - V_0^2)}{2} = \frac{\alpha_0 V_0^2}{2}(1-\alpha_1^2)$

(V_1 – конечный объём выразили через $\alpha_1 V_0$)

(p_1 – конечное давление)

$U_0 = \frac{3}{2}\nu RT_0 = \frac{3}{2} p_0 V_0 = \frac{3}{2}\alpha_0 V_0^2$

$\frac{A}{U_0} = \frac{\frac{\cancel{\alpha_0 V_0^2}}{2}(1-\alpha_1^2)}{\frac{3}{2}\cancel{\alpha_0 V_0^2}} = \frac{(1-\alpha_1^2)}{3}$

$\frac{3A}{U_0} = 1 - \alpha_1^2 \Rightarrow \alpha_1^2 = 1 - \frac{3A}{U_0} \Rightarrow \alpha_1 = \sqrt{1 - \frac{3A}{U_0}} = \sqrt{\frac{U_0 - 3A}{U_0}}$

$p_1 = \alpha_0 V_1 = \alpha_0 \alpha_1 V_0$

$p_0 = \alpha_0 V_0$

$m = \frac{p_0}{p_1} = \frac{1}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{U_0}{U_0 - 3A}} = \sqrt{\frac{U_0}{U_0 - \frac{3 \cdot 5}{27} U_0}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{5}{9}}} =$

$= \sqrt{\frac{1}{\frac{4}{3^2}}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$Q_п = -Q = \Delta U_1 - A = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_0V_0) - A =$ ($Q_п$ − подведённая теплота)

$= \frac{3}{2}(\alpha_0 V_1^2 - \alpha_0 V_0^2) - A = \frac{3}{2}\alpha_0(\alpha_1^2 V_0^2 - V_0^2) - A = \frac{3}{2}\alpha V_0^2(\alpha_1^2 - 1) - A = U_0(\alpha_1^2 - 1) - A =$

$= U_0\left(1 - \frac{3A}{U_0} - 1\right) - A = -3A - A = -4A$

$Q = 4A = 4 \cdot \frac{5}{27} \cdot U_0 = 4 \cdot \frac{5}{\cancel{27}} \cdot \overset{0,2}{\cancel{5,4}}\ кДж = 4 \cdot \frac{5 \cdot 2}{10}\ кДж = 4\ кДж$

$\boxed{\text{Ответ: } n = 1{,}5;\ Q = 4\ кДж}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Дк~~

Дано:

график V от S

$V = 4\,\frac{м}{с}$

$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

$R \ll H$

$\left|\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right| = \frac{mg\cos\alpha}{R}$

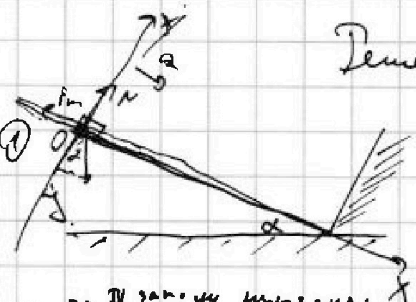
---

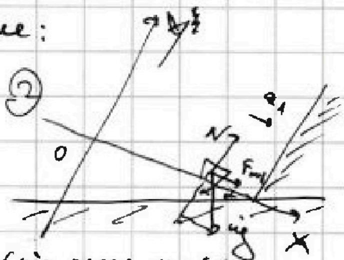
a – ?

μ – ?

T – ?

Решение:

① 

② 

① по II закону Ньютона: (m – масса шайбы)

т.к $\vec{F_р} = m\vec{a}$ ($F_р$ – результирующая всех сил при ускорении),

то $\cancel{a = \frac{F_р}{m}}$, а $A_{F_р} = F_р \cdot \Delta S$ ~~(...)~~

$F_р = am$

Закон сохранения энергии (ЗСЭ): $\frac{mV_1^2}{2} + A_{F_р} = \frac{mV_2^2}{2}$ (~~V_1 начальн. скор~~ скорость в точке 1 $V_1 = 2\,\frac{м}{с}$ $S_1 = 0{,}5\,м$; скорость в точке 2 $V_2 = 4\,\frac{м}{с}$ $S_2 = 2\,м$)

$$\frac{mV_1^2}{2} + ma(S_2 - S_1) = \frac{mV_2^2}{2}$$

$$a = \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2(S_2 - S_1)} = \frac{(4^2 - 2^2)}{2(2 - 0{,}5)} = \frac{16 - 4}{2 \cdot 1{,}5} = \frac{12}{3} = 4\,\frac{м}{с^2}$$

из II закона Ньютона на оси

Ox: $\cancel{F_{тр}}\ ma = mg\sin\alpha - F_{тр}$

Oy: $0 = N - mg\cos\alpha$

$N = mg\cos\alpha$

$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$, т.к движение есть

$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$

(a) $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

②: ~~т.к~~ по II закону Ньют.:

$\vec{F_{р1}} = m\vec{a_1}$ ($F_{р1}$ – результ. всех сил при замедлении) =>

=> $F_{р1} = ma_1$, а $A_{F_{р1}} = -F_{р1}\Delta S = -ma_1\Delta S$, т.к ($\Delta S$ – изменение пути, а сила направлена против перемещ. при замедлении)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

ЗСЭ:

$$\frac{m'V_1'^2}{2} + A_{FP_1} = \frac{m'V_2'^2}{2}$$

(скорость в точке 1' $V_1' = 4\frac{м}{с} \Rightarrow S_1' = 2м$
скорость в точке 2' $V_2' = 2\frac{м}{с} \Rightarrow S_2' = 3м$)

(до излома ускорение, после замедление)

$$\frac{m'V_1'^2}{2} - m'a_1(S_2' - S_1') = \frac{m'V_2'^2}{2}$$

$$a_1(S_2' - S_1') = \frac{V_1'^2 - V_2'^2}{2}$$

$$a_1 = \frac{V_1'^2 - V_2'^2}{2(S_2' - S_1')} = \frac{4^2 - 2^2}{2(3-2)} = \frac{16-4}{2\cdot 1} = \frac{12}{2} = 6\frac{м}{с^2}$$

из II закона Ньютона на оси

$Ox: \; m'a_1 = m'g\sin\alpha + F_{тр1}$

$Oy: \; 0 = N - m'g\cos\alpha$

$N = m'g\cos\alpha$

$F_{тр1} = \mu N = \mu m'g\cos\alpha$, т.к. движение есть.

$$m'a_1 = m'g\sin\alpha + \mu m'g\cos\alpha$$

(b) $a_1 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

(b) + (a): $a_1 + a = 2g\sin\alpha$

$$\sin\alpha = \frac{a_1 + a}{2g} = \frac{4+6}{2\cdot 10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(b) $a_1 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$$\mu = \frac{a_1 - g\sin\alpha}{g\cos\alpha} = \frac{6 - 10\cdot\frac{1}{2}}{10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{15}$$

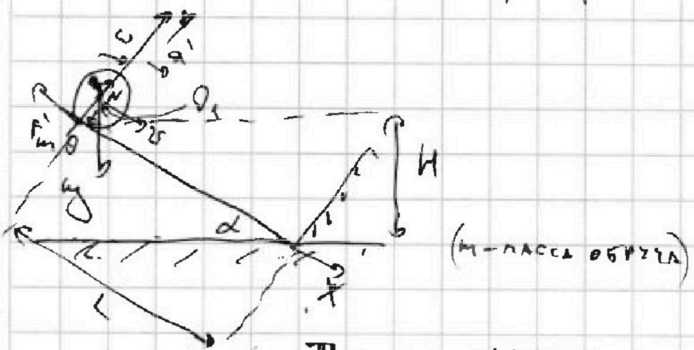
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Т.К при скольжении $\left|\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right| = \frac{\mu g\cos\alpha}{R}$ (относ. точки O_1), то $\left|\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right| \cdot I = F'_{m1}R$

(F'_{m1} – сила трения при скольжении)



(m – масса обруча)

Запишем II закон Ньютона на оси:

O_x: $ma' = mg\sin\alpha - F'_m$

O_y: $m\cdot 0 = N - mg\cos\alpha$

$N = mg\cos\alpha$

$F'_{m1} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$, т.к. F_{m1} – при скольжении

$\left|\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right| I = F'_{m1}R$

$\frac{\mu g\cos\alpha}{R} I = \mu mg\cos\alpha\, R$

$I = mR^2$

ε – угловое ускорение обруча при скатывании (ω – угловая скорость)

$\frac{v}{R} = \omega$

$\frac{a'}{R} = \varepsilon$

$\varepsilon I = F'_m R$, в т. O_1

$\frac{a'}{R} mR^2 = F'_m R$

$F'_m = ma'$

$ma' = mg\sin\alpha - ma'$

$a' = \frac{g\sin\alpha}{2} = \frac{10\cdot\frac{1}{2}}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5\ \frac{м}{с^2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$L = \frac{a' t_1^2}{2}$$ (т.к изначальная скорость 0)

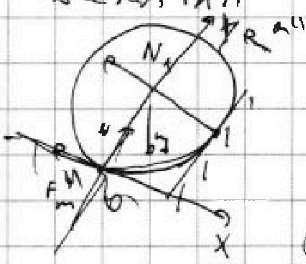
$$V = a' t_1$$

$$t_1 = \frac{V}{a'}$$

$$L = \frac{a'}{2} \cdot \frac{V^2}{a'^2} = \frac{V^2}{2a'}$$

$$H = L \sin\alpha = \frac{V^2}{2a'} \sin\alpha = \frac{4^2 \cdot}{2 \cdot \frac{5}{8}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{16}{10} = 1{,}6\ м$$

Рассмотрим момент удара:



Запишем II закон Ньютона на оси:

(F''_{mx} – проекция F''_m на ось O_x)

$$O_x: m a'' = N_1 - F''_{mx} - mg\sin\alpha$$

$$O_y: 0 = N - mg\cos\alpha$$

$$N = mg\cos\alpha$$

т.к соударение очень быстрое N_1 много больше любой константы $\Rightarrow N_1 \gg mg \geq mg\sin\alpha$

$$N_1 \gg mg \geq mg\cos\alpha = N$$

$$|F''_{mx}| \leq \mu N$$ – сравнимо с $N \Rightarrow$

$$N_1 \gg |F''_{mx}|$$

значит $ma = N_1$, а значит во время удара есть только ускорение поступательное, ведь все ~~составляющие~~ силы у которых на О момент много меньше N_1 и за малое время не вызовут изменения.

Запишем закон сохран. энергии

$$E_B + \frac{mV^2}{2} = E_B + \frac{m(V')^2}{2}$$ (E_B – энергия вращательная не поменялась)

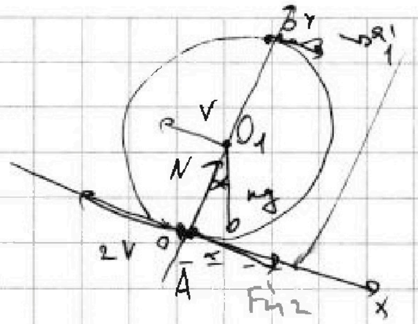
$|V'| = |V|$, но направлена в другую сторону значит обруч крутится в ~~том же~~ в изначальном направлении, а двигается обруч вверх со скоростью V.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



такая раскрутка скоростей ведь $\omega = \frac{V}{R}$ (ω - в момент посередине и до удара)

A – точка касания обруча и поверхности.

т.к. происходит проскальзывание, то $\varepsilon_1 = \frac{\mu g\cos\alpha}{R}$

2 закон Ньютона на оси:

$Ox:\ ma_1' = mg\sin\alpha + F'_{тр}$

$Oy:\ 0 = N - mg\cos\alpha$

$N = mg\cos\alpha$

т.к. происходит проскальзывание $F'_{тр} = \mu mg\cos\alpha$

$ma_1' = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$

$a_1' = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

v_1 – скорость центра обруча пока происходит проскальзывание.

ω_1 – то же самое для угловой скорости.

$v_1(t) = V - a_1' t = V - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)t$

$\omega_1(t) = \frac{V}{R} - \cancel{\mu g\cos\alpha}\,\varepsilon_1 t = \frac{V - \mu g\cos\alpha\, t}{R}$

v_A – скорость точки A пока движ. с проскальзыванием.

$v_A(t) = v_1(t) + \omega_1 R(t) = V - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)t + V - \mu g\cos\alpha\, t =$

$= 2V - g(\sin\alpha + 2\mu\cos\alpha)t$

$v_A(t_0) = 0$ t_0 – время когда проскальз. прекратится

$$0 = 2V - g(\sin\alpha + 2\mu\cos\alpha)\,t_0$$

$$t_0 = \frac{2V}{g(\sin\alpha + 2\mu\cos\alpha)} = \frac{2\cdot 4}{10\left(\frac{1}{2} + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{15}_{5}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{\cancel{2\cdot 8}\,4}{5\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right)} =$$

$$= \frac{4}{\frac{5}{2}+1} = \frac{4}{\frac{7}{2}} = \frac{8}{7}\,с$$

$V_1(t_k) = 0$ ⇐ (t_k – время за которое обруч остановился бы (и дошёл до максимальной высоты) если всё это время проскальзовал)

$$V = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\,t_k$$

$$t_k = \frac{V}{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} = \frac{4}{10\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{\cancel{15}_{5}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{4}{5+1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\,с$$

$t_k < t_0$, значит всё время t_k – обруч проскальзывал, значит

$$T = t_k = \frac{2}{3}\,с$$

$$\boxed{\text{Ответ: } a = 4\,\frac{м}{с^2};\ H = 1{,}6\,м;\ T = \frac{2}{3}\,с}$$

$$F_2 = \frac{2\pi G m M}{S} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{0{,}5} =$$

$$= 16 \cdot 12 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-14} = 4021{,}2096 \cdot 10^{-14}\ H =$$

$$= 4{,}0212096 \cdot 10^{-17}\ H$$

Ответ: $F_1 = 3{,}2\ H$

$F_2 = 4{,}0212096 \cdot 10^{-17}\ H \approx 4 \cdot 10^{-17}\ H$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$S = 0{,}5\ м^2$

$Q = 8\cdot10^{-9}$ Кл

$q = -3{,}54\cdot10^{-9}$ Кл

$M = 4$ кг

$m = 12\ г = 12\cdot10^{-3}$ кг

$d \ll 0{,}7$ м

$F_1 - ?$

$F_2 - ?$

Решение:

a – сторона квадрата

$S = a^2$

$a = \sqrt{S} = \sqrt{0{,}5}$ м $\quad 0{,}7^2 = 0{,}49$

$\sqrt{0{,}49} < \sqrt{0{,}5}$

$0{,}7 < \sqrt{0{,}5} \Rightarrow a > 0{,}7$

$a > 0{,}7 \gg d \Rightarrow a \gg d$ значит можно положить что для шарика пластина – это бесконечная плоскость.

$E_п = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ – напряжённость бесконечной плоскости.

$\sigma = \frac{Q}{S}$

$F_{1ш} = |E_п q| = \frac{|Qq|}{2\varepsilon_0 S}$ – кулоновская сила действ. на шарик от плоскости

по III закону Ньютона силы взаимодействия одного происхождения одинаковы по модулю и обратны по направлению, а значит $F_1 = F_{1ш} = \frac{|Qq|}{2\varepsilon_0 S}$

$$F_1 = \frac{Qq}{2\varepsilon_0 S} = \frac{|8\cdot10^{-9}\cdot(-3{,}54\cdot10^{-9})|}{2\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot0{,}5} = \frac{28{,}32}{8{,}85} = \frac{3\cdot4\cdot4\cdot59}{59\cdot5\cdot3} = \frac{16}{5} = \frac{32}{10} = 3{,}2\ Н$$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$G = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1}$

$\varepsilon_1 = \frac{1}{4\pi G}$

по аналогии между силой кулона и гравитацией

$g = \frac{\mu}{2\varepsilon_1}$ (μ – масса на площадь единицу)

$\mu = \frac{M}{S}$

$F_{2ш} = mg = \frac{mM}{2S\varepsilon_1} = \frac{mM}{\frac{2S}{4\pi G}} = \frac{2\pi GmM}{S}$

по III закону ньютона $F_2 = F_{2ш} = \frac{2\pi GmM}{S}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$2\cdot 2\cdot 12\cdot 4\cdot 3 = \sqrt{4\cdot 4\cdot 4\cdot 3^2} = \sqrt{4^3\cdot 3^2} = \sqrt{8^2\cdot 3^2} = 8\cdot 3$

$885 : 5 = 177$; $177 : 3 = 59$

$2832 : 3 = 944$; $944 : 4 = 236$; $236 : 4 = 59$

$54 : 27 = 2$

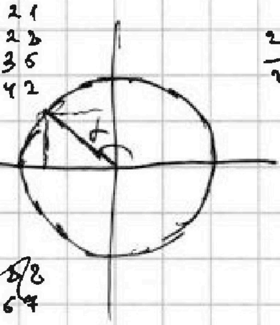
$97 \cdot 97$

$16 \cdot 16 = 256$

$24 \cdot 12 = 288$

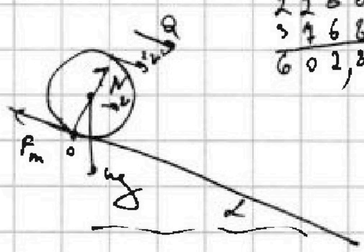
$3{,}14 \cdot 12 = 37{,}68$

$27 \cdot 2 = 54$



$\frac{V}{R} = \omega$

$R = \frac{V}{\omega} = 3\ м$



$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$I = mR^2$

$\frac{v}{R} = \omega$

$\frac{a}{R} = \varepsilon$

$\varepsilon I = F_{тр} R$

$\frac{a}{R}\cdot mR^2 = F_{тр} R$

$F_{тр} = am$

$ma = mg\sin\alpha - F_{тр} = mg\sin\alpha - ma$

$2a = g\sin\alpha$

$a = \frac{g\sin\alpha}{2}$

$3{,}54 \cdot 8 = 28{,}32$

$602{,}88 \cdot 6{,}67 = 4021{,}2096$

$1719 \cdot 25 = 42975$

$100 + 3 = 103$