



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р 1.

$b_1, b_2, b_3, \dots$ - геом прогрессия, $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$$b_7 = b_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad (1)$$

$$b_9 = b_1 \cdot q^8 = x+3 \quad (2)$$

$$b_{15} = b_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \quad (3)$$

$$1) \frac{b_{15}^2}{b_7^2} = \frac{b_1^2 \cdot q^{28}}{b_1^2 \cdot q^{12}} = q^{16} = \frac{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{(x-6)^4}$$

$$q^{16} = \frac{1}{(x-6)^4} \quad q^4 = \frac{1}{x-6} \quad \vee \quad q^4 = -\frac{1}{x-6}$$

$$2) b_7 \cdot q^2 = b_9$$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x^2+6x+9 = (25x-9)(x-6) \cdot q^4 = (25x-9)(x-6) \end{cases}$$

$$x^2+6x+9 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{x-6} \quad \vee \quad x^2+6x+9 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{-1}{x-6}$$

$$x^2+6x+9-25x+9 \geq 0 \quad \vee \quad x^2+6x+9+25x-9 = 0$$

$$x^2-19x+18 \geq 0$$

$$x^2+31x = 0$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \vee x = 18 \\ b_{15} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \vee x = -31 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 1 \vee x = 18 \vee x \geq 0$$

Проверка:

$x \geq 1$ - не подходит $x \geq 0$ - подходит

$x = 18$ - подходит

$$b_7 = \sqrt{18 \cdot (-5)} \quad !!!$$

$$\begin{cases} b_7 = 3\sqrt{6} \\ b_9 = 3 \\ b_{15} = 3\sqrt{\frac{1}{6}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q = \sqrt{\frac{1}{6}} \\ b_1 = 108 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_7 = 21\sqrt{12} \\ b_9 = 21 \\ b_{15} = \frac{21}{\sqrt{12}} = \frac{21}{12\sqrt{12}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q = \sqrt{\frac{1}{12}} \\ b_1 = 3024 \end{cases}$$

Ответ: 0, 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$p \cos 3x + 3(p-4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot 4 \cos^3 x - p \cdot 3 \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10 \quad | :4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \cos^2 x = t \end{array} \right\} \cos^3 x = t$$

$$pt^2 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad t_1 - \text{корень}, t_1 \in [-1; 1]$$

$$t_1 = 1: \begin{array}{c|ccc} p & -3 & +3 & -1 \\ \hline 1 & p-3 & p & p-1=0 \end{array} \quad p=1$$

$$t_1 = -1: \begin{array}{c|ccc} p & -3 & +3 & -1 \\ \hline -1 & -p-3 & -p+3 & -p-7 \end{array} \quad p=-7$$



1 2 3 4 5 6 7

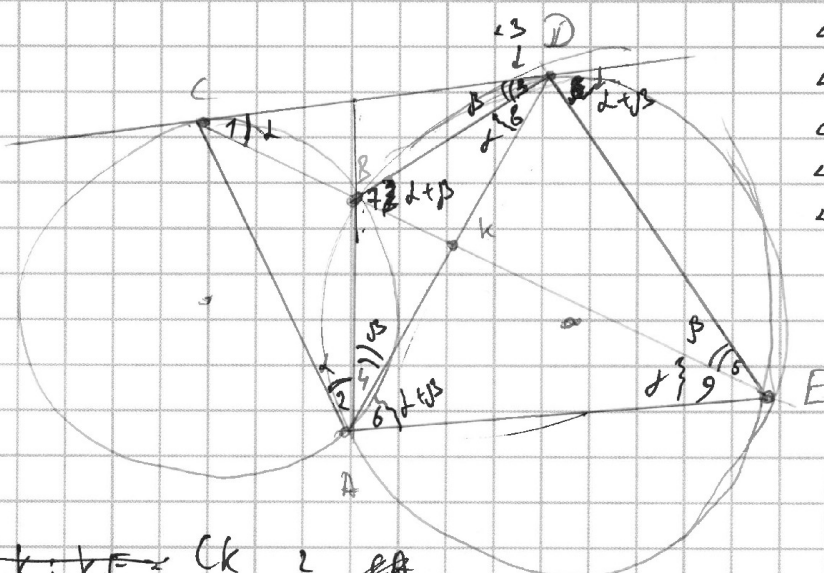
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Обозначим } $CE \cap AD = K \rightarrow CK:KE = 2:5$



$\angle DCB = \angle 1$
 $\angle CAB = \angle 2$
 $\angle CDB = \angle 3$
 $\angle DBE = \angle 7$
 $\angle BAD = \angle 4$
 $\angle BED = \angle 5$
 $\angle DAE = \angle 6$
 $\angle BDA = \angle 8$
 $\angle BEA = \angle 9$

$$CK:KE = \frac{CK}{KE} = \frac{2}{5} = \frac{CA}{AE}$$

$\angle A = \angle 2$

$\angle E = \angle 5$

$\angle D = \angle 3$

1) $\angle 1 = \angle 2 = \alpha$ (как впис. угол и угол м/у хордой и касат.)

$\angle 3 = \angle 4 = \angle 5$ ($\angle 4 = \angle 5$, т.к. опир. на одну дугу)

$\angle 3 = \angle 4$ как впис. угол и угол м/у хордой и касат.)

2) $\angle DBE = \angle 7 = \angle 1 + \angle 3 = \alpha + \beta$ (т.к. внешний в $\triangle CBD$)

$\angle 7 = \angle 6$ (т.к. опир. на одну дугу) $\angle 7 = \angle 6 = \alpha + \beta$

3) $\angle CAD = \alpha + \beta$, $\angle DAE = \alpha + \beta \Rightarrow AD$ - бисс. угла $\angle CAE$

$\Rightarrow$ по св-ву бисс. в $\triangle CAE$: $\frac{CK}{KE} = \frac{CA}{AE} = \frac{2}{5} \Rightarrow CA = 2x$, $AE = 5x$

4) $\angle 6 = \angle 9$ (т.к. опир. на одну дугу). $\Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle DAE$ ($\angle CAD = \angle DAE$, $\angle CDA = \angle DEA = \beta + \gamma$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = KE \cdot AC = 10x^2 \Rightarrow AD = \sqrt{10}x$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{5x}{\sqrt{10}x} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{5}{2}}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

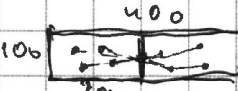
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

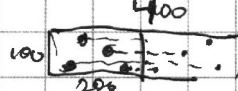
~ 5 3 - общее кол-во способов

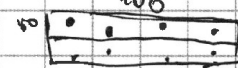
1) A - кол-во способов с симм. относительно центра

2) B - кол-во способов с симм. относит одной ср. линии

3) C - кол-во способов с симм. относит. круглой ср. линии

①  выбираем 4 точки на одной половине, остальные 4 точки расставятся единственным образом на второй половине $\Rightarrow$ всего вар-ов A - C_{20000}^4

②  аналогично первому пункту B - C_{20000}^4 вар-ов

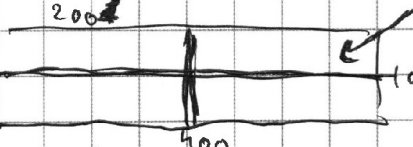
③  аналогично первому пункту C - C_{20000}^4 вар-ов

Тогда $S = A + B + C - \overset{a}{\text{совпадающ. способы (1 и 2)}} - \overset{b}{\text{(совпаг. способов (1 и 3))}} - \overset{c}{\text{(совп. сп (2 и 3))}} + \overset{d}{\text{(совп. сп (1, 2 и 3))}}$

Заметим, что если любые две симметрии соблюдаются, то соблюдается сразу все 3 $\Rightarrow a = b = c = d$

Тогда $S = A + B + C - 2d$

d - кол-во способов, когда все 3 симметрии выполняются

 выбираем 2 точки в одной из четвертей, остальные 6 точек расставятся единственным образом (в силу симметрии) $\Rightarrow d = C_{10000}^2$

$$S = A + B + C - 2d = 3A - 2d = 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$$

Ответ: $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$\begin{cases} a < b & ① \\ b-a \neq 3 & ② \\ (a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P} & ③ \\ a^2 + b^2 = 710 & ④ \end{cases}$$

только эти вар-ты, ~~и еще 270~~
 т.к. $a < b$.

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \vee \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = a-1 \\ b-a+1 \leq 0 \vee b-a+1 \leq 2 \text{ (т.к. } b-a \neq 3) \end{cases}$$

$$p^2 \leq 0 \Rightarrow p = 3 \text{ (т.к. } p \text{ — простое)}$$

$$\begin{cases} b-a+1 = 9 \\ c = a-1 \end{cases} \vee \begin{cases} b = a+b \\ c = a-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 710 \\ b = a+b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + a + b = 710 \\ a^2 + a - 70b = 0 \end{cases} \quad a = -27 \vee a = 26$$

$$\begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases} \vee \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b+1-a = p^2 \\ b-a+1 \leq 0 \vee b-a+1 \leq 2 \end{cases} \Rightarrow p^2 \leq 0 \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} b-a+1 = 2 \\ b = a+b \\ c = b+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 710 \\ a^2 + a + 70b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -27 \vee a = 28 \\ b = -19 \vee b = 34 \\ c = -18 \vee c = 35 \end{cases}$$

Проверка:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб

Проверка:

1) $(-27; -19; -28)$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 \neq 3 \\ (-27 + 28)(-19 + 28) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases}$$

верно

2) $(26; 34; 25)$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 \neq 3 \\ (26 - 25)(34 - 25) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases}$$

верно

3) $(-27; -19; -18)$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 \neq 3 \\ (-27 + 18)(-19 + 18) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases}$$

верно

4) $(26; 34; 35)$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 \neq 3 \\ (26 - 35)(34 - 35) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases}$$

верно

Ответ: $(-27; -19; -28); (26; 34; 25); (-27; -19; -18); (26; 34; 35)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☒☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб.

Проверка 1

$$1) \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 \nless 3 \\ (-27 + 28)(-19 + 28) = 3^2 - \text{квадрат простого} \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases} \quad \text{верно.}$$

$$2) \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 \nless 3 \\ (26 - 25)(34 - 25) = 3^2 - \text{квадрат простого} \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases} \quad \text{верно}$$

$$3) \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27 < -19 \\ -19 + 27 \nless 3 \\ (-27 + 18)(-19 + 18) = 3^2 \\ 27^2 - 19 = 710 \end{cases} \quad \text{верно}$$

$$4) \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 26 < 34 \\ 34 - 26 \nless 3 \\ (26 - 35)(34 - 35) = 3^2 \\ 26^2 + 34 = 710 \end{cases} \quad \text{верно}$$

Ответ: $(-27; -19; -28); (26; 34; 25); (-27; -19; -18); (26; 34; 35)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma$
 $180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma + \alpha$

$CD^2 = CB \cdot CE$
 $CD =$

$\beta + \gamma$, $180 - 2\alpha - 2\beta - \gamma + \alpha + \beta$

$CK : KE = 2 : 5$
 $ED : CD = CB : BD = ?$

$\triangle CAD \sim \triangle DAE$

$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$
 $ED \cdot AD^2 = AC \cdot AE$
 $CD \cdot AD = \sqrt{10}y$
 $\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{10}y}{2y} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

$AC : AE =$

$\frac{AC}{AE} = \frac{CK}{KE} = \frac{2}{5}$

$DE^2 = 2ay^2 + 10y^2 - 2 \cos(4\alpha + \beta) \cdot 5\sqrt{10}y^2$
 $DE^2 = 2ay^2 + 10y^2 - 2 \cos(4\alpha + \beta) \cdot 5\sqrt{10}y^2$

$\frac{DE^2}{CD^2} = \frac{3ay^2 - 10\sqrt{10}y^2 \cdot \cos}{10y^2 - 4\sqrt{10}y^2 \cdot \cos}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = (2 \cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$2 p \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 6 \cos x - 2 = 0$$

$$\cos 3 \cdot \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \cos^3 \frac{\pi}{6} - 3 \cdot \cos \frac{\pi}{6}$$

$$0 = 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(4 \cdot \frac{3}{4} - 3\right) = 0$$

$$\cos 3 \cdot \frac{\pi}{3} = 4 \cdot \cos^3 \frac{\pi}{3} - 3 \cdot \cos \frac{\pi}{3}$$

$$-1 = 4 \cdot \cos^3 \frac{\pi}{3} \left(4 \cdot \frac{1}{4} - 3\right) = \frac{1}{2} \cdot -2 = -1$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot 4 \cos^3 x - 5p \cdot \cos x + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos x = t$$

$$p = 1$$

$$2p \cos^3 x + 6 \cos x - \cos^2 x + 3 - 10 = 0$$

$$2p \cdot t^3 - 6t^2 + 6t - 7 = 0$$

$$2t^2(p-3) - 2(3t-1) = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$3pt^2 - 6t + 3 = 0$$

$$pt^2 - 2t + 1 = 0$$

	$2p$	-6	6	-7
1	$2p$	$2p-6$	$2p$	$2p-7=0$
-1	$2p$	$-2p-6$	$2p+6$	$-2p-7=0$
1	$2p$			

$$p = -7$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} (25x-9)(x-6) &= b_1 \cdot q^6 \\ x+3 &= b_1 \cdot q^8 \\ \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} &= b_1 \cdot q^{24} \end{aligned} \right. \quad \cos(2b+x) = \\ & \frac{25x-9}{(x-6)^3} = b_1^2 \cdot q^{20} = (25x-9)(x-6) \cdot b_1 \cdot q^{22} \\ & \frac{25x-9}{(x-6)^3} = (25x-9)(x-6) \cdot b_1 \cdot q^{22} \\ & (x-6)^4 \cdot b_1 \cdot q^{22} = 1 \\ & 2) \int \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \quad I \\ & \left\{ \begin{aligned} y+5 &= 1-x-4z \\ 4(y-5) &= \sqrt{y-4x-x^2+z} \end{aligned} \right. \quad II \\ & I \quad x+5 = 1-x-4z \Rightarrow 2\sqrt{x+5}(1-x-4z) = 4y-16x-4x^2+4z+16- \\ & \quad 6-4z-2\sqrt{x-x^2-4xz-15-56-20z} = 4y-16x-4x^2+4z+16- \\ & 2\sqrt{-x^2-4x-4xz-20z} = 4y-16x-1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

проверка: $1) x = 1$ $2) b = 10$ $3) b = 0$ $4) x = -31$

1) $\sqrt{16 \cdot 4} = 8$!!! $\ominus$

2) $\sqrt{9 \cdot 49 \cdot 12} = b \cdot 2^6$

$21 = b \cdot 2^8$

$\sqrt{\frac{9 \cdot 49}{12^5}} = b \cdot 2^{14}$

$b_2 = 21 \cdot \sqrt{12}$

$b_3 = 21$

$b_{14} = \frac{21}{\sqrt{12^5}} = \frac{21}{12 \sqrt{12}}$ $\oplus$

$\sqrt{12} = \frac{1}{2^2} \rightarrow 2^2 = \frac{1}{\sqrt{12}}$

$2^2 = \frac{1}{\sqrt{12}}$

3) $x = 0$

$\sqrt{-9 \cdot (-6)} = b_7$

$3 = b_9$

$\sqrt{\frac{-9}{-6}} = b_{14}$

$b_7 = 3 \sqrt{6}$

$b_9 = 3$

$b_{14} = 3 \sqrt{\frac{1}{6}}$

$2^2 = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$b_{12} = \frac{3}{\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^8} = \frac{3}{\frac{1}{26}} = 3 \cdot 26$

4) $x = -31$

$\sqrt{(+25 \cdot 31 - 9) \cdot 37} = -27$

$b_7 = \sqrt{(25 \cdot 31 - 9) \cdot 37} =$

$b_9 = -27 = b_7 \cdot 2^2$!!!

$b_{11} = \frac{21}{\left(\frac{1}{\sqrt{12}}\right)^2} = 21 \cdot 12$

$144 \cdot 21 =$
 $\begin{array}{r} \times 21 \\ 144 \\ + 288 \\ \hline 3024 \end{array}$

Ответ: 18; 0.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} - 1$ $\frac{25}{2} - 2^{12}$

$|y+4| + 4|y-5| = 6(1-z^2)$ II

$b_7 = b \cdot 2^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$ $\frac{b_{15}}{b_7} = 2^6 = \frac{25x-9}{(x-6)^3} = \frac{25x-9}{(25x-9)(x-6)}$

$b_2 = b \cdot 2^6 = x+3$

$b_{15} = b \cdot 2^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ $\Rightarrow (2^4(x-6))^4 = 1$

$b^2 - 2^{16} = (x+3)^2 = \frac{b^2}{(x-6)^3}$ $2^4(x-6) = 1 \vee 2^4(x-6) = -1$

$(x+3)^2 \cdot (x-6)^4 = b^2$ $2^4 \sqrt{\frac{1}{(x-6)}}$

$(x+3)(x-6)^2 = b \vee b = -(x+3)(x-6)^2$

$b \cdot 2^6 = \sqrt{(25x-9) \cdot (x-6)} = (x+3)(x-6) \cdot \frac{1}{(x-6)^2} \sqrt{\frac{1}{(x-6)}}$

$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = \frac{x+3}{\sqrt{(x-6)}}$

$(x-6)^2 \cdot (25x-9) = (x+3)^2$

$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = 2^2 = x+3$

$(25x-9)(x-6) \cdot 2^4 = (x+3)^2$

$(25x-9)(x-6) \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = (x+3)^2$

1) $x^2 + 16x + 9 = 25x + 9 \Rightarrow x^2 - 9x = 0$ $x^2 - 16x + 9 = 25x + 9 \Rightarrow x^2 - 41x = 0$

$x^2 - 19x + 16 = 0$ $x^2 + 31x = 0$

~~$x = 0 \vee x = 19$~~ $x = 0 \vee x = -31$

$x = 1$ $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

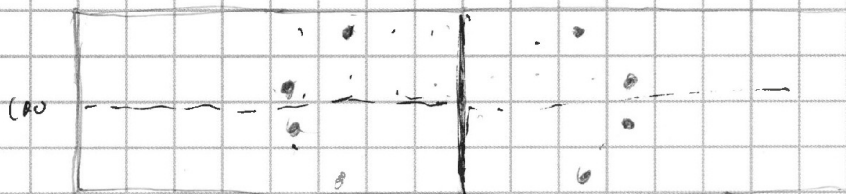
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$+2(A \cap B \cap C) - (A \cap B) - (A \cap C) - (B \cap C)$$

200

Повторенный!!!
 C_{10000}^4 C_{20000}^4 C_{20050}^4

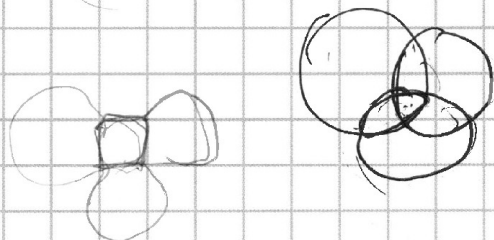


$$2 \cdot 27 \cdot 73$$
$$28 \cdot 26$$

$$\begin{array}{r} 702 \overline{) 2} \\ 35 \overline{) 9} \\ 29 \overline{) 3} \\ 13 \overline{) 73} \end{array}$$

$$1) A \cap B = (A \cap B \cap C)$$

$$2) (C \cap A)$$



$$\begin{array}{l} a \equiv 1 \\ b \equiv 2 \\ c \equiv 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} a \equiv 1 \\ b \equiv 2 \\ c \equiv 3 \end{array}$$

$$3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$$

$$1) a < b$$

$$2) b - a \equiv 3$$

$$3) (a - c)(b - c) = p^2, p \in \mathbb{P} \rightarrow$$

$$4) a^2 + b = 710$$

$$2) b \equiv -1, a - c = -p, c = 2 + a$$

$$\begin{cases} b + 1 - a = p^2 \\ b + 1 - a \equiv 0 \text{ or } b + 1 - a \equiv 2 \\ p^2 \equiv 0 \text{ or } p^2 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \Rightarrow p = 3$$

$$b - a + 1 \geq 9$$

$$b = 8 + a$$

$$a^2 + a - b = 710$$

$$\begin{cases} a \geq -28 \vee a \geq 26 \\ b \geq -18 \vee b \geq 34 \\ c \geq -16 \vee c \geq 35 \end{cases}$$

$$5) a - c \equiv 1, b - c \equiv p^2 \vee a - c \equiv p^2, b - c \equiv 1$$

$$1) \begin{cases} a \geq 1 \\ b \geq c \end{cases} \vee \begin{cases} c \geq a \\ c \geq b \end{cases}$$

$$1) a \geq c + 1$$

$$\begin{aligned} b - a + 1 &\geq p^2 \vee p^2 \equiv 1 \\ b - a + 1 &\geq 9 \vee b - a + 1 \equiv 2 \\ b - a + 1 &\geq 9 \vee p^2 \equiv 1 \Rightarrow p \geq 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b - a + 1 &\geq 9 \\ b - a &\geq 8 \end{aligned}$$

$$a^2 + a - b = 710$$

$$a^2 + a - 710 \geq 0$$

$$a \geq -28 \vee a \geq 26$$

$$b \geq -18 \vee b \geq 34$$

$$c \geq -16 \vee c \geq 35$$

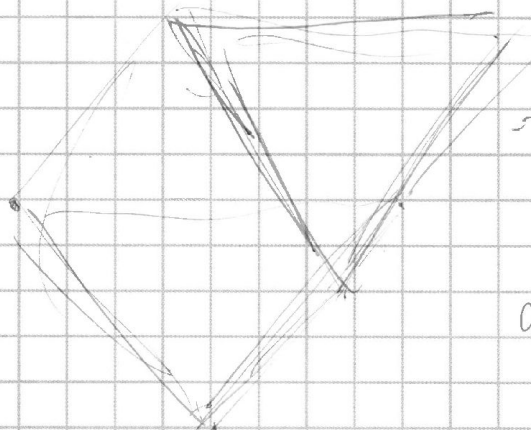
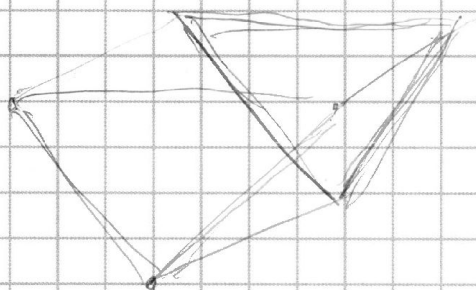


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



a-b

$$V = 1 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

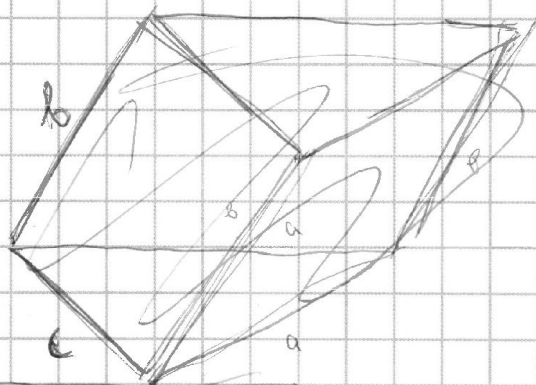
$$c = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \cdot c = 2$$

$$b \cdot c = 2$$

$$a \cdot c = 3$$

$$a = 1,5b$$



$$\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{4}b^2 = 2b^2$$

$$b = \sqrt{2}b$$

$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot \sqrt{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} \cdot b^2 = \sqrt{2}$$
$$b = \sqrt{2}$$

