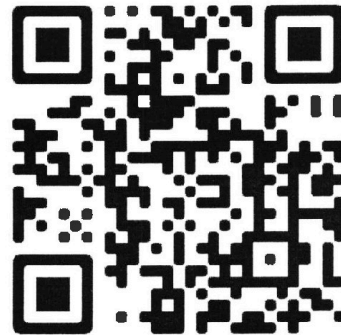




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. $b_1 q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$, $b_1 q^8 = x+3$

$b_1 q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ — по условию.

$\begin{cases} x-6 \neq 0 \\ (25x-9)(x-6) \geq 0 \end{cases}$

При $(25x-9)(x-6) = 0$

$\begin{cases} x = \frac{9}{25} \\ x = 6 \end{cases}$

$\begin{cases} x \neq 6 \\ (x - \frac{9}{25})(x-6) > 0 \end{cases}$

Пока все члены прогрессии ненулевые, но $x+3 \neq 0$ при $x \geq 6$ и $x < \frac{9}{25}$.

$x \in (-\infty, \frac{9}{25}) \cup (6, +\infty)$ (*)

$\frac{b_1 q^{14}}{b_1 q^6} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} : \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{(x-6)^2} = q^8$

$\frac{b_1 q^8}{b_1 q^6} = q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$

$\frac{(x+3)^4}{(25x-9)^2(x-6)^2} = q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \quad | \cdot (x-6)^2 \neq 0 \quad (x \neq 6)$

$\frac{(x+3)^4}{(25x-9)^2} = 1 \quad | \cdot (25x-9)^2 \neq 0 \quad x \neq \frac{9}{25}$

$(x+3)^4 = (25x-9)^2$ $\begin{cases} (x+3)^2 = 25x-9 \\ (x+3)^2 = 9-25x \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+6x+9 = 25x-9 \\ x^2+6x+9 = 9-25x \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-19x+18 = 0 \\ x^2+31x = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)(x-18) = 0 \\ x(x+31) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 - \text{не удов. условию (*)} \\ x = 0 \\ x = 18 \\ x = -31 \end{cases}$

Заметим, что $x+3 = b_1 q^6 \cdot q^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2 > 0$
при $x = -31$ $x+3 < 0$
 $x = -31$ — не подходит

Ответ: 0, 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 2.

Рассмотрим 2-е ур-ние системы:

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-x^2}.$$

При $y > 5$:

$$y+4+4(y-5) = \sqrt{81-x^2}.$$

$$5y-16 = \sqrt{81-x^2}.$$

При $y > 5$, $5y-16 > 9$, $\sqrt{81-x^2} \leq 9$ т.к. $81-x^2 \leq 81$,
равенство не достигается

При $y < -4$:

$$-y-4-4y+20 = \sqrt{81-x^2}.$$

$$-5y+16 = \sqrt{81-x^2}.$$

При $y < -4$, $-5y+16 > 20+16=36$, $\sqrt{81-x^2} \leq 9$,
равенство не достигается

При $-4 \leq y \leq 5$:

$$y+4-4(y-5) = \sqrt{81-x^2}.$$

$$-3y+24 = \sqrt{81-x^2}, \quad f(y) = -3y+24 \text{ — монотонно убывающ. ф-я.}$$

На отрезке $[-4; 5]$ наименьшее значение $f(y) = -3y+24$ достигается при $y=5$.

$$-3 \cdot 5 + 24 = 9$$

Р.о, $|y+4| + 4|y-5| \geq 9$, $\sqrt{81-x^2} \leq 9$

Равенство достигается при $\begin{cases} |y+4| + 4|y-5| = 9 \\ \sqrt{81-x^2} = 9 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z(\text{прод.}) (y+4)/+4/y-5/=9 \text{ при } y=5.$$

$$\sqrt{1-z^2}=9 \text{ при } \sqrt{1-z^2} \neq 1, z \neq 0.$$

Значит исходная система равносильна:

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2-z} \\ y=5 \\ z=0 \end{cases} (1)$$

Подставим значения y и z в ур-ние (1):

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

Ур-ние имеет смысл при:

$$\sqrt{5-4x-x^2} = \sqrt{(x+5)(1-x)} = \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x}$$

т.к. $x+5 \geq 0, 1-x \geq 0$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \\ x^2+4x-5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \\ (x+5)(x-1) \leq 0 (*) \end{cases}$$

$$(*) (x+5)(x-1) \leq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline -5 \quad 1 \end{array} \rightarrow x$$

$$x \in [-5; 1]$$

Решим ур-ние (1)
при $x \in [-5; 1]$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3. $p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$ 1 реш.

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \quad / : 4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0 \quad / : \cos^3 x \neq 0 \quad (\text{при } \cos x = 0$$

$$p = \frac{3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1}{\cos^3 x}$$

ур-ние принимает вид $-1 = 0$ - неверно.)

Пусть $\cos x = t$, $-1 \leq t \leq 1$, $t \neq 0$

Тогда $p = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$. Пусть $f(t) = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$

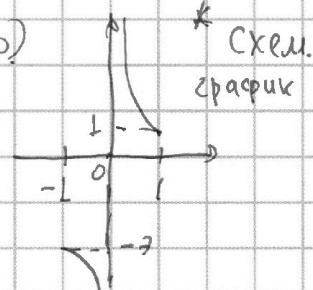
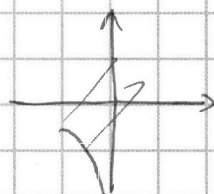
$$f'(t) = \frac{t^3(6t-3) - 3t^2(3t^2-3t+1)}{t^6} = \frac{6t^4 - 3t^3 - 9t^4 + 9t^3 - 3t^2}{t^6} = \frac{-3t^4 + 6t^3 - 3t^2}{t^6} = -3 \cdot \frac{t^2 - 2t + 1}{t^4} = -3 \cdot \frac{(t-1)^2}{t^4} \leq 0$$

При $t \in [-1; 1]$ $f(t)$ монотонно убывает: $t \geq 0$ -

точка разрыва гр-на $f(t)$

$$f(-1) = -7; \quad f(1) = 1. \quad \text{Р.о. } f(t) \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

Значит p может принимать значения в промежутке $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4(прод.) двух четвертей прямоугольника — $C_{2 \cdot 10^4}^4$.

т. е. кол-во способов выбрать 4-х симм. относи-
тельно одной из средних линий — $C_{2 \cdot 10^4}^4$.

Просуммируем кол-во способов выбрать 4-х симм.
отн. одной и второй ср. линии и центра, полу-
чим ~~$5 \cdot 10^4$~~ $3 C_{2 \cdot 10^4}^4$ способов. Заметим, что при
таком подсчете мы 3 раза учли 4-х сим-
метричные относительно двух ср. линий и центра.

Поэтому общее кол-во способов — $3 C_{2 \cdot 10^4}^4 - 2 C_{10^4}^2$

* речь идёт о центрах выбранных клеток
Если 4 клетки симметричны отн. двух ср. линий
или 2-х ср. линий и центра то они образуют
прямоугольник, центр и-го совп. с их центром
центром искомого.

Ответ: $3 C_{2 \cdot 10^4}^4 - 2 C_{10^4}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5. Заметим, что если множество симметрично отн. двух средних линий, то оно симметрично относительно центра и если оно симм. относительно ср. линии и центра, то оно симм. и отн. второй средней линии (тогда какие-то две четверти ~~явля~~^{явля}ются ^{клеток} этого мн-ва образуют прямоугольник, центр к-го совпадает с центром исходного прямоугольника)*. Найдём общее кол-во таких симм. множеств:

Разделим прямоугольник на 4 четверти средними линиями; в каждой по $50 \cdot 200 = 10^4$ клеток. Заметим, что если мы выбрали 2 клетки в одной четверти, то у нас заданы все остальные 6 клеток в трёх других четвертях.

Всего способов выбрать 2 клетки из 10^4 $C_{10^4}^2$.

Кол-во симметричных отн. центра множеств:

Если мы выбрали 4 клетки в

1	2
3	4

двух верхних четвертях, то мы однозначно задали остальные 4 клетки в двух нижних четвертях.

Всего способов выбрать 4 клетки в двух четвертях — $C_{2 \cdot 10^4}^4$ (в одной четверти 10^4 клеток).

Кол-во симметричных отн. средней линии множеств:

Если мы выбрали 4 клетки в двух четвертях выше/ниже или левее/справа от осей симметрии, то мы однозначно задали остальные 4 клетки (каждой из выбранных клеток соответствует единственная симметричная ей отн. данной средней линии). Всего способов выбрать 4 клетки из



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 (прод.) $2845 - 2116 = 729 = 27^2$

$2845 - 1444 = 1401$ — не квадрат

$2845 - 1156 = 1689$ — не квадрат

Т.о., $2845 = 6^2 + 53^2$ или $2845 = 27^2 + 26^2$

В 1-м случае $k = 53$, $a_1 = \frac{53}{2} = 26.5$, $a_2 = \frac{-53}{2} = -26.5$

Во 2-м случае $k = 27$

и удерживаем (a, b, c)

$a_1 = \frac{27}{2} = 13.5$, $a_2 = \frac{-27}{2} = -13.5$

При $a = 27$: $b = 710 - 729 = -19$, $a > b$ — неверно!

При $a = 14$: $b = 710 - 196 = 514$, $k = 3$ — не целое

корней, т.к. $a = 14$

При $a = 26$: $b = 710 - 676 = 34$, при $c = 25$ $(a-c)(b-c) = 9 \cdot 3 = 27$

при $c = 35$ $(a-c)(b-c) = 35 - 26 = 9$

При $a = -27$: $b = -19$

При $c = -28$: $(a-c)(b-c) = 9$, при $c = -18$: $(a-c)(b-c) = 9$

Ответ: $(26, 34, 25)$, $(26, 34, 35)$, $(-27, -19, -28)$, $(-27, -19, -18)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. $(a-c)(b-c)$ если:

$$1) \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b-c=1 \\ a-c=p^2 \end{cases}$$

↓
в этом случае
 $a-b=p^2-1 > 0$
(не уд. усл. $a > b$)

$$2) \begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b-c=-1 \\ a-c=-p^2 \end{cases}$$

↓
в этом сл.
 $a-b=p^2-1 > 0$

p - некоторое
простое число
 $a \neq b, a-c \neq b-c$

$$\begin{cases} a=c+1 \\ b=p^2+c \\ b=c-1 \\ a=c-p^2 \end{cases}$$

$$a^2+b=710 \Rightarrow b=710-a^2$$

$$b-a \div 3 \text{ при } 710-a^2-a \div 3$$

$$710 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow 2-a^2-a \div 3$$

$$\text{Тогда } a^2+a-2 \div 3$$

$$(a-1)(a+2) \div 3$$

$$a-1 \div 3$$

$$\begin{cases} a=c+1 \\ 710-a^2=p^2+c \quad (1) \\ 710-a^2=c-1 \quad (2) \\ a=c-p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+a-710=1-p^2 \quad (1') \\ a^2+a-710=1-p^2 \quad (2') \end{cases}$$

$$a^2+a-711+p^2=0$$

$$D=1+4 \cdot (711-p^2) = 2845-4p^2$$

$$2845-4p^2=k^2, \text{ где } k - \text{целое число}$$

$$2845-(2p)^2=k^2 \Rightarrow 2845=k^2+(2p)^2$$

$$53^2 \geq 2845 \geq 53^2$$

$$a = \frac{-1+k}{2}, a = \frac{-1-k}{2}$$

$$\frac{-1+k}{2} - 1 \div 3$$

$$k \div 3$$

$$\frac{-1-k}{2} - 1 \div 3, k \not\equiv 3$$

p может принимать значения:

$p: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,$

$(2p)^2: 16, 36, 100, 196, 484, 576, 1156, 1444, 2116.$

Ближайшие квадраты к 2845 :

$$53^2 = 2809 = 2845 - 36$$

$$49^2 = 2401 = 2845 - 444$$

$$51^2 = 2601 = 2845 - 244$$

$$47^2 = 2209 = 2845 - 636$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

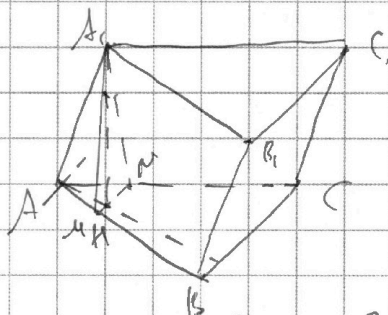
Задание 7. Обозначим нижнее основание призмы за ABC ; верхнее — за $A_1B_1C_1$ (AA_1, BB_1, CC_1 — боц. рёбра призмы). $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$; $AA_1 = BB_1 = CC_1$, как паралл. отрезки между паралл. плоскостями

$$S_{AA_1B_1C_1} = 2S_{AA_1B} \quad (\text{т.к. } AA_1, B_1B \text{ — паралл.});$$

$$S_{AA_1B_1C_1} = AA_1 \cdot AB \cdot \sin \angle A_1AB;$$

$$S_{AA_1B_1C_1} = AA_1 \cdot AC \cdot \sin \angle A_1AC;$$

$$S_{BB_1B_1C_1} = BB_1 \cdot BC \cdot \sin \angle B_1BC.$$



Не умаляя общности будем считать, что $S_{AA_1B_1C_1} = S_{AA_1B_1C_1}$

Тогда $\sin \angle A_1AB = \sin \angle A_1AC$ или $\angle A_1AB = \angle A_1AC$.

(либо $\angle A_1AB = 180^\circ - \angle A_1AC$).

Призма не является прямой, иначе площади боц.

граней были бы равны. Проведём высоту A_1H

призмы ($H \neq A$) и прямую $MN \parallel BC$ через H ($M \in AB$, $N \in AC$)

в $\triangle AMN$ и $\triangle ABC$ ($\angle A$ — общий, $\angle H = \angle B$ (соотв. углы при паралл. $MN \parallel BC$ и секущей AB)). Значит, $\triangle AMN$ — равнобедренный: $AM = AN$.

$\angle AA_1M = \angle AA_1N$ (AA_1 — общ.; $\angle A_1AM = \angle A_1AN$; $AM = AN$) —

по двум сторонам и углу между ними.

Отсюда $A_1M = A_1N$; $\triangle MA_1N$ — равнобедренный. A_1H — высота к основанию ($A_1H \perp MN$); $\Rightarrow MH = NH$.

В $\triangle AMN$ A_1H — медиана; $\Rightarrow$ она явл. биссектрисой $\angle A$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7 (прод.) В ΔABC прямая AM — биссектриса $\Rightarrow$ она является высотой: $AM \perp BC$.

AA_1 — наклонная; A_1M — перпендикуляр к (ABC) ; AM — проекция AA_1 на (ABC) ; $AM \perp BC \Rightarrow AA_1 \perp BC$ по РРР.

$BB_1 \perp BC$, т.е. $BB_1 \parallel AM$ $\Rightarrow BB_1CC$ — прямоугольник: $S_{BB_1CC} = BB_1 \cdot BC = AA_1 \cdot BC$. $S_{ABC} = BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 1 \Rightarrow BC = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

$BB_1 \cdot CC = 2 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot BB_1 = 2 \Rightarrow BB_1 = AA_1 = \sqrt{3}$.

$AB = BC$; $AB \cdot AA_1 \cdot \sin \angle A_1AB = 3 \cdot \sin \angle A_1AB = \frac{3}{2}$ — не возможно.

2) Если AD делит на биссектрисе

внешнего угла ($\angle DAC$), то

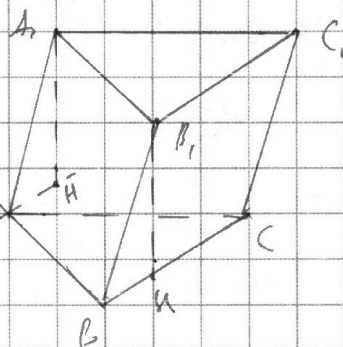
$\angle A_1AD = \angle A_1AC$, $\angle A_1AB = 180^\circ - \angle A_1AD$.

$\angle A_1AC = 180^\circ - \angle A_1AB \Rightarrow S_{AA_1BB_1} = S_{AA_1CC_1}$.

$\angle DAC = 120^\circ$, $\angle A_1AC = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ = \angle ACB \Rightarrow AM \parallel BC$.

Проведём высоту BH , $H \in AC$. $S_{BB_1CC_1} = BC \cdot BH = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot BH = 2 \Rightarrow BH = \sqrt{3}$. Тогда $V = S_{ABC} \cdot BH = 1 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4)\cos x = 6\cos 2x + 10$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 3p\cos x + 12\cos x = 12\cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p\cos^3 x - 12\cos^2 x + 12\cos x - 4 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos x = 12\cos^2 x + 4$$

$$4p\cos^3 x - 12\cos^2 x + 12\cos x - 4 = 0$$

$$4(p\cos^3 x - 1) - 12(\cos^2 x - \cos x) = 0$$

$$4p\cos^3 x - 4 = 4p\cos x - 12 + \frac{12}{\cos x}$$

$$4p + 3\cos$$

$$(p = -2)!$$

$$\cos^3 x = 1$$

$$12 - 4 = 8$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{2}{5} \quad AD = AE?$$

$$CD^2 = CB \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x = 14x^2$$

$$\frac{3+3+1}{-1} = -2$$

$$\frac{3-3+1}{1} = 1$$

$$4p\cos^3 x - 4 = 12(\cos^2 x - \cos x)$$

$$4(p\cos^3 x - 1) = 12$$

$$p\cos^3 x - 1 = 3\cos^2 x - 3\cos x$$

$$p\cos^3 x - 3\cos^2 x + 3\cos x - 1 = 0$$

$$p\cos^3 x - \dots$$

$$\frac{1}{3}p = \frac{3}{4}$$

$$(t=1)$$

$$(1-t)^2$$

$$(p=1)$$

$$\frac{(1-t)^2}{t^4} \geq 0$$

$$p = \frac{3}{\cos^3 x} - \frac{3}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos x}$$

$$p = \frac{3\cos^2 x - 3\cos x + 1}{\cos^3 x}$$

$$(1) (-1)$$

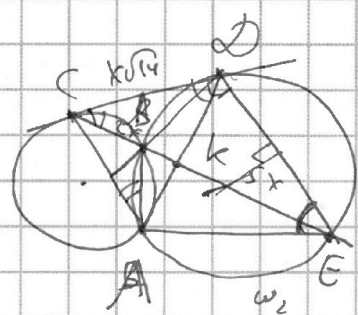
$$\frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$$

$$\frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$$

$$f'(t) = (3t^2 - 3t + 1) \cdot (3t^2) - t^3(6t - 3)$$

$$f''(t) = (3t^2 - 3t + 1) \cdot (3t^2) - t^3(6t - 3)$$

$$= 9t^4 - 9t^3 + 3t^2 - 6t^4 + 3t^3$$



① 4.9.25

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+5+8\sqrt{x+5}+16=4(5-4x+x^2)+4\sqrt{(1-x)^2(x+5)}(1-x)$$

$$2x+4+16+8\sqrt{x+5}=20-16x+4x^2+4(1-x)\sqrt{x+5}$$

$$2x+4+8x+8\sqrt{x+5}=4x^2-16x+(4-4x)\sqrt{x+5}$$

$$2x+8\sqrt{x+5}=4x^2-16x+4\sqrt{x+5}-4x\sqrt{x+5}$$

$$2x+4\sqrt{x+5}=4x^2-16x-4x\sqrt{x+5}$$

$$4x^2+18x+4\sqrt{x+5}=4x\sqrt{x+5}$$

$$\sqrt{x+5}-\sqrt{1-x}+4=2\sqrt{5-4x+x^2}$$

$$a-b=2p \quad t-k+4=2(t-k)$$

$$\sqrt{x+5}=t$$

$$t=\sqrt{6-t^2}+4=2+\sqrt{6-t^2}$$

$$(t-2)^2=6-t^2$$

$$c+p^2=c+1$$

$$t+4=2+\sqrt{6-t^2}+\sqrt{6-t^2}$$

$$t+4=2\sqrt{6-t^2}+2$$

$$210-a^2-a=p^2-1$$

$$a^2+a-210+p^2-1$$

$$a^2+a+p^2-211=0$$

$$D=1+4(211-p^2)$$

$$=1+4p^2=2844$$

$$2845-4p^2$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$t^2=4p^2$$

$$\sqrt{6-t^2}$$

$$t-k+4=2(t-k)$$

$$t+4=2(t-k)$$

$$t+4=2(2-t)$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

$$\frac{2845}{4}$$

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.

Монот. б.р.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$ $\angle 345$ $y=5!$

$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$ (2) $z=0!$ $\frac{2845}{2116} \frac{229}{229}$

$\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\frac{49}{49}$ $\frac{49}{49}$ $[-4; 5]$ $|y+4| + 4|y-5| = 9$ $\frac{22}{22}$

$x < -4$ $y+4+4y-20=9$ $5y-16=9$ $y=5$

$-y-4-4y+20 = \sqrt{81-z^2}$ $y+4-4y+20 = \sqrt{81-z^2}$ $5y-16=9$ $y=5$

$-5y+16 = \sqrt{81-z^2}$ $44-5y+24 = \sqrt{81-z^2}$ $5y-16=9$ $y=5$

$(5y-16)^2 + z^2 = 81$ $(5y-24)^2 + z^2 = 81$ $3y+24=9$ $3y=15$ $y=5$

$y > 5$ $5y-16 = \sqrt{81-z^2}$ $3y+24$ $y \in [5; 5.5]$ $5y+16$ $y < -4$

$(5y-16)^2 + z^2 = 81$ $-15+24$ $-x \geq 4z$ (36)

$(5y-16)^2 + z^2 = 81$ $24+5-3y-24$ $y \in [5; 5.5]$ $5y-16$ $y > 5$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$ $\angle 4$

$\frac{2845}{2845} \frac{2661}{244} \frac{441}{136} \frac{24}{15} \frac{2401}{2401}$ $2\sqrt{y+z-(x+z)^2+4}$ $5y+16=4$ $5y=16-9$

$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} + \sqrt{1-x-4z}$ $\frac{515}{14} a=13$

50^2-47^2 $5y+16 = \sqrt{81-\frac{9}{4}}$ $\frac{210}{196} \frac{55}{159} \frac{268}{2508}$ $C=18? \quad 1-x \geq 4z$ $x \geq -5$ $b=c-1$ $a=$

$5y \geq 16 - \sqrt{81-\frac{9}{4}}$ $\frac{47}{47} \frac{47}{47} \frac{329}{329}$ $15x+4z \leq 1$ $(a-c)(b-c)$ $1-x \leq 6$ $4z \leq 6; z \leq \frac{3}{2}$

$3y \leq 16$ $(a-c)(b-c)$ $z=0$ $4z \leq 6; z \leq \frac{3}{2}$

$(y+4) + 4|y-5| = ?$ $y-4x-x^2+z \geq 0$ $\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$

$y \leq -4$ $y+4 \geq x^2+4x$ $x+5+2\sqrt{x+5}+4 =$

$y+4$ $y+4 \geq (x+2)^2$ $2\sqrt{5-4x-x^2}+4$

$(27-c)(-19-c) \geq 9$ $-9 \leq z \leq 9$

