



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1
Пусть геом. прогрессия: $b, bq^2, bq^3, bq^4, \dots$; тогда из
условия (1) $bq^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$
(2) $bq^8 = x+3$
(3) $bq^{14} = \sqrt{(25x-9)(x-6)^3}$

$\Rightarrow x \neq 6$ т.к. $q^6 \geq 0$, и
 $(25x-9)(x-6) \geq 0 \Rightarrow b \geq 0$
 $\Rightarrow bq^8 \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

если $b=0$, решение, если $q=0$ решение $\Rightarrow b \neq 0$
пр. $q \neq 0$
 $(25x-9)(x-6) \geq 0$, $x \in (-\infty, \frac{9}{25}) \cup (6, +\infty)$

Решим $x > 6$, (3): (1) $\frac{bq^{14}}{bq^6} = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)^3}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$
 $q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$, $q^4 = \frac{1}{x-6}$, $q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$

(2): (1) $q^2 = x+3$
приравняем:
 $\frac{1}{\sqrt{x-6}} = x+3$
 $\sqrt{x-6} = \frac{1}{x+3}$
 $x^2 - 19x + 18 = 0$
 $x = 18$ или $x = 1$ решение сов. $\Rightarrow x = 18$

(3): (1) $\frac{bq^{14}}{bq^6} = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)^3}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$
 $q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$, т.к. $q^4 > 0$ $|x-6|$, $q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$$(2) : (1) \frac{bq^8}{bq^6} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \quad q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

приравняем

$$\frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}} \quad (x+3)\sqrt{|x-6|} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad | \cdot 12$$

$x > -3$

$$(|x-6|)(x^2+6x+9) = (25x-9)(x-6)$$

1) $x \geq 6$ делим на $x-6 \neq 0$

$$x^2+6x+9 = 25x-9 \quad x^2-19x+18=0 \quad \begin{cases} x=1 \text{ не подходит} \\ x=18 \end{cases}$$

2) $x < 6$

делим на $x-6$

$$-x^2-6x-9 = 25x-9 \quad x^2+31x=0 \quad x(x+31)=0$$

12 $x=0$
 13 $x=-31$

проверка 1.2 $x=0$

$$bq^6 = \sqrt{9 \cdot 6} \quad bq^6 = 3\sqrt{6}$$

$$bq^8 = 3 \quad bq^8 = 3$$

$$bq^{16} = \sqrt{9} \quad bq^{14} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$$

$$bq^6 = bq^8 \cdot \sqrt{6} \quad \sqrt{6} \neq 0$$

$$1 = q^2 \cdot \sqrt{6} \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \quad q = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$$

ошибки, что m $\neq$ $\frac{1}{6}$

система имеет решение

$$1.4. x=18 \quad bq^6 = \sqrt{9 \cdot 49 \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot 49 \cdot 4 \cdot 3} = 3 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$bq^8 = 21$$

$$bq^{14} = \sqrt[4]{\frac{21^4}{12 \cdot 12 \cdot 12}} = \frac{3 \cdot 7}{8\sqrt{3}}$$

ошибки, что система не имеет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.2 $\sqrt[6]{q^6} = 3\sqrt{6}$ $\sqrt[6]{q^8} = 3$ $\sqrt[6]{q^{14}} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$

подставляем $\sqrt[6]{q^6} = \sqrt[6]{q^8 \sqrt{6}} \quad | : \sqrt[6]{q^6} \neq 0$

$1 = \sqrt[6]{6} q^{\frac{2}{3}}$, $q^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[6]{6}}$, $q^{\frac{4}{3}} = \frac{1}{6}$ $\Rightarrow q^{\frac{6}{3}} = \frac{1}{6\sqrt{6}}$

$\frac{b}{6\sqrt{6}} = 3\sqrt{6}$, $b = 18 \cdot 6$ $q^8 = (q^{\frac{4}{3}})^2 = \frac{1}{36}$, $q^{14} = q^{\frac{4}{3}} (q^{\frac{6}{3}})^2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{36 \cdot 6} = \frac{1}{36 \cdot 6\sqrt{6}}$

проверим $\frac{18 \cdot 6}{6\sqrt{6}} = 3 \cdot \sqrt{6}$ $| 18 \cdot 6 = 18 \cdot 6$

$\frac{18 \cdot 6}{3 \cdot 6} = 3$ $| 18 \cdot 6 = 18 \cdot 6$

$\frac{18 \cdot 6}{36 \cdot 6\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$ $| 18 \cdot 6 \cdot 6\sqrt{2} = 36 \cdot 6 \cdot 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow n=0$ подходит

1.1 $n=18$

$\sqrt[6]{q^6} = \sqrt[6]{3 \cdot 49 \cdot 3 \cdot 4} = 3 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3} = 21 \cdot 2\sqrt{3}$

$\sqrt[6]{q^8} = 21$

$\sqrt[6]{q^{14}} = \sqrt[6]{9 \cdot 49} = \frac{3 \cdot 7}{12 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}}$ $\Rightarrow q^6 = 24\sqrt{3}$

подставляем $\sqrt[6]{q^6} = \sqrt[6]{q^8 \cdot 2\sqrt{3}}$, $q^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$, $q^{\frac{4}{3}} = \frac{1}{12}$, $q^{\frac{6}{3}} = \frac{1}{144}$

$b = 21 \cdot 144$ проверим $21 \cdot 144 = 21 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$ ОК

$q^{\frac{4}{3}} = q^{\frac{2}{3}} \cdot q^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{12 \cdot 12} = \frac{1}{144}$ $21 \cdot 144 = 21 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$ ОК

(2) $\frac{21 \cdot 144}{144} = 21$ ОК

(3) $\frac{21 \cdot 144}{12 \cdot 24\sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}}$ не подходит



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

1.3 $x = -31$ не подходит т.к. $x > -3$

Ответ: $x = 0$ $q = 9 \cdot 9 = \frac{1}{144} \cdot \frac{1}{24\sqrt{3}}$

1.1 $x = 18$ (3) $\frac{21 \cdot 144}{144 \cdot 24 \cdot \sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}}$ $ah \Rightarrow x = 18$ подходит

1.3 $x = -31$ не подходит т.к. $x > -3$

$\Rightarrow$ Ответ: $a = 0$; $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$(y+4) + 4(y-5) = \sqrt{81-z^2}$$

сл: $y \geq -5$ $\sqrt{81-z^2} \in [0; 9]$
 $[z \in [-9; 9]]$

1) случай $y \geq 5$

$$y+4 - 4y+20 = \sqrt{81-z^2} \Rightarrow 5y-16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$5y-16 \geq 0, \text{ а } \sqrt{81-z^2} \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} 5y-16=9 \\ \sqrt{81-z^2}=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

2) случай $-4 \leq y < 5$

$$y+4 - 4y+20 = \sqrt{81-z^2}, -3y+24 = \sqrt{81-z^2},$$

$$-3y+24 \in [9; 36], \text{ а } \sqrt{81-z^2} \in [0; 9] \Rightarrow \text{реш. нет}$$

3) случай $y < -4$

$$-y-4 - 4y+20 = \sqrt{81-z^2},$$

$$-5y+16 = \sqrt{81-z^2}, -5y+16 \in (36; +\infty) \Rightarrow \text{реш. нет}$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9 \Rightarrow \text{реш. нет}$$

$\Rightarrow y=5$ подставим $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$
 $z=0 \Rightarrow 1-x \geq 0, x \leq 1$
 т.к. $x+5 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1-x} \sqrt{x+5} = \sqrt{(1-x)(x+5)}$
 $1-x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{(1-x)(x+5)} = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{x+5}$

Пусть $\sqrt{x+5} = a, \sqrt{1-x} = b, a-b+4 = 2ab$ и $a^2+b^2=6$

$$\begin{cases} a-2ab-b+4=0 \\ a^2+b^2=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2-2ab+b^2+a-b+4=0 \\ a^2+b^2=6 \end{cases}$$

$$-2ab+a-b+4=0 \Rightarrow (a-b)^2+(a-b)-2=0$$

$$a-b=t, t^2+t-2=0, \begin{cases} t=-2 \\ t=1 \end{cases} \begin{cases} a-b=-2 \\ a-b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+2=b \\ a=b+1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12

(1) $\begin{cases} a = b - 2 \\ a = b + 1 \end{cases}$ (1) $\sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2 \quad | \cdot 12$ $x+5 = 1-x-4\sqrt{1-x}+4$

$2x = -4\sqrt{1-x}$ $x = -2\sqrt{1-x}$ $x \leq 0$

$x^2 = 4 - 4x$ $x^2 + 4x - 4 = 0$ $x^2 + 4x + 4 - 8 = 0$ $(x+2)^2 - 8 = 0$

$(x+2-2\sqrt{2})(x+2+2\sqrt{2}) = 0$

$\begin{cases} x = 2\sqrt{2} - 2 \rightarrow 0 \text{ не подходит} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$

$t = t$ (2) $a = b + 1$ $\sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} + 1 \quad | \cdot 12$

$x+5 = 1-x+2\sqrt{1-x}+1$ $2x+3 = 2\sqrt{1-x} \quad | \cdot 12$ $x \geq -\frac{3}{2}$

$4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x$ $4x^2 + 16x + 5 = 0$

$4(x^2 + 4x + 4) - 16 + 5 = 0$ $4(2x+4)^2 - 11 = 0$

$(2x+4-\sqrt{11})(2x+4+\sqrt{11}) = 0$

$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{11}-4}{2} \text{ ok} \\ x = -4 - \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ не ok} \end{cases}$

исходное уравнение имеет 2 л.ч. каждое из которых равно нулю или нет с переводом а.в.

Ответ: $x = 2\sqrt{2} - 2$; $x = -2 - 2\sqrt{2}$; $x = \frac{\sqrt{11}-4}{2}$ и $y = 5$; $z = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 3

$$p \cos 3x + (3p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

Пусть $\cos x = t, t \in [-1; 1]$

$$p(4t^3 - 3t) + 3pt + 12t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 + 4$$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0 \quad | : 4 \quad pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$pt^3 = 3t^2 - 3t + 1 \quad y = pt^3$$

изменим название

$$y = 3t^2 - 3t + 1 \quad pt^3 = 3t^2 - 3t + 1$$

$$3pt^2 = 6t - 3, \quad pt^2 = 2t - 1$$

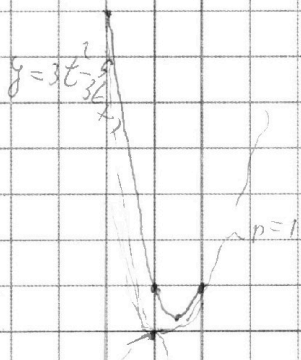
$$pt^2 = 3t - \frac{3+1}{t}, \quad 3t - 3 + \frac{1}{t} = 2t - 1$$

$$t + \frac{1}{t} - 2 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ корень}$$

$$p = 3 - 3 + 1 = 1$$

$\Rightarrow$ при $p = 1$ применим косинус
 $\Rightarrow p \geq 1$ будет решение

* косинус применим когда
 функция и ее производная равны.



т.к. косинус на $t \in [-1; 0]$ убывает, значит, чем
 $pt^3 \Rightarrow$ при отрицательном p , решение будет

$$\text{при } p \leq -7 \quad 1) \quad p \geq 1, \quad pt^3 - t^3 + 1(t-1)^3 = 0$$

$$t^3(p-1) + (t-1)^3 = 0 \quad | : (t-1)^3 \quad (t\sqrt[3]{p-1} + t-1) = 0$$

$$2) \quad t\sqrt[3]{p-1} - (t-1)\sqrt[3]{p-1} + (t-1)^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☒ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt[3]{t(\sqrt[3]{p-1}+1)} - 1 = 0, \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \text{ при } p \geq 1$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{при } p \geq 1 \quad \sqrt[3]{p-1} = a$$

$$2) t^2 a - t(t-1)a + t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^2(a+1) - at^2 + at + t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^2 + at + t^2 - 2t + 1 = 0, 2t^2 + t(a-2) + 1 = 0$$

$$D = a^2 - 4a + 4 - 8 = a^2 - 4a - 8$$

$$t = \frac{2-a \pm \sqrt{a^2 - 4a - 8}}{4}, \text{ где}$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{2-a \pm \sqrt{a^2 - 4a - 8}}{4}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{где } a = \sqrt[3]{p-1}$$

$$\text{Ответ: } p \geq 1 \quad p \in (-\infty) - \{0\} \cup (1) + \emptyset$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n 6

1) $a \leq b$

2) $b - a \neq 3$

3) $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое

4) $a^2 + b = 710$

3) Т.к. p^2 - квадрат простого, то возможные случаи

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p^2 \end{cases} \Rightarrow a = b - p^2 + p$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad b-a = p^2 - 1 \quad \begin{matrix} p \\ 0 \\ 10 \\ 20 \end{matrix} \quad p^2 - 1 \pmod 3 \quad \text{т.к. (2)}$$

$$\Rightarrow 2 \pmod 3 \Rightarrow p^2 \equiv 3 \Rightarrow p = 3 \quad \text{получаем}$$

$$\begin{cases} b-a = 8 \\ a^2 + b = 710 \end{cases} \quad a^2 + a = 702 \quad a^2 + a - 702 = 0$$

$$a = 53^2; \quad a = \frac{-1 \pm 53}{2} \quad \text{или } a = -27$$

$$a = -27 \quad a = -27 \Rightarrow b = 8 - 27 = -19$$

$$a = 26 \quad a = 26 \Rightarrow b = 34$$

$$(3) (-27-c)(-19-c) = 9; \quad 27 \cdot 19 + 27c + 19c + c^2 - 9 = 0$$

$$c^2 + 46c + 504 = 0 \quad D = 46^2 - 4 \cdot 504 = -18$$

$$(3) (26-c)(34-c) = 9; \quad 26 \cdot 34 - 60c + c^2 = 9$$

$$c^2 - 60c + 875 = 0; \quad D = 30^2 - 4 \cdot 875 = -15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6
случай $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \quad b-a=1-p^2 \Rightarrow 1-p^2 \neq 3 \Rightarrow p^2 \neq 3$
 $\Rightarrow p=3, \quad b-a=-8$!!!

случай $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases} \quad b-a=-p^2+1, \quad b-a \Rightarrow p=3$
 $b-a=-8$!!!

случай $\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases} \quad b-a=-1+p^2 \Rightarrow p=3$
 $b-a=8$

аналогичный случай для $b-a=8$ аналогично

$\Rightarrow$ Ответ: $(26, 34, 45); (26, 34, 15)$

$(-27, -19, -18); (-27, -19, -28)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

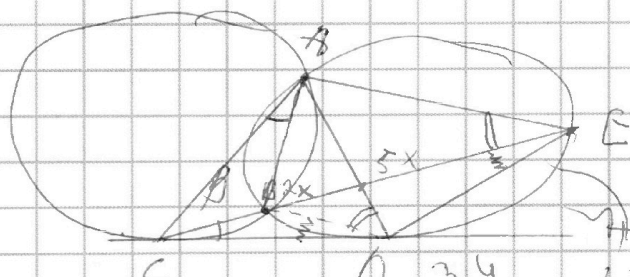
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{3}}}, q^2 = \frac{1}{\sqrt{6}}, q^4 = \frac{1}{6}, q^8 = \frac{1}{36}, 6q^8 = 3$$
$$3. q^4 \cdot q^2 = q^6 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{3 \cdot 36}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$
$$\begin{array}{r} 26 \\ 342 \\ \hline 104 \\ 78 \\ \hline 2200 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 26 \\ 46 \\ \hline 104 \\ 276 \\ \hline 3600 \\ 2700 \\ \hline 900 = 30 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 6020 \\ 400 \\ \hline 30 \\ 900 \\ 1600 \\ 2600 \\ \hline 504 \\ 4 \\ \hline 2016 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 26 \\ 342 \\ \hline 104 \\ 78 \\ \hline 2200 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 26 \\ 46 \\ \hline 104 \\ 276 \\ \hline 3600 \\ 2700 \\ \hline 900 = 30 \end{array}$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$
$$b - a = -p^2 + 1$$
$$b - a = p^3 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1 - t^3 = 0$$
$$t^3(p-1) + (t-1)^3 = 0, (t(\sqrt[3]{p-1}) + t-1)(t^2(p-1)^2 - 4t + 1) = 0$$
$$3 + t^3 = (a+t)(a^2 - at + t^2)$$
$$a = t(\sqrt[3]{p-1}) + t^2 \sqrt[3]{p-1}^2 - (p-1)(t-1) + t^2 - 2t + 1 = 0$$



$$a^2 - 4a + 4 = 10$$
$$a - 2 = 2\sqrt{3}$$
$$a - 2 + 2\sqrt{3}$$
$$2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3}$$
$$4\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = 1 \cdot p^2, \quad 1) \quad a-c=1, \quad b-c=p^2, \quad b-a=p^2-1$$
$$0 \quad b-12 = p^2:3, \Rightarrow p=3, \quad a-c=1$$
$$\begin{array}{r} 1 \quad 1-1 \quad 0 \\ 2 \quad 1-1 \quad 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} a^2-b=9+c \\ a^2-c=1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} b-c=9 \\ a^2+b=710 \end{array} \right|$$
$$a+c=70, \quad a^2+a-702=0$$
$$a-c=p^2, \quad b-c=1, \quad b-a=1-p^2$$
$$a^2+b=6$$
$$p=0, \quad p=1, \quad p=-1$$
$$a-b=8, \quad a^2+a-718=0$$
$$a^2+b=710$$
$$\sqrt{9} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{1}{4 \cdot 6} = \frac{1}{24} = \frac{1}{6 \cdot 4} = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$
$$6\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot 3$$
$$\frac{18}{200} = \frac{9}{100}$$
$$\frac{21+44}{2} = \frac{17}{8}$$
$$\frac{12 \cdot 24 \sqrt{3}}{2} = \frac{80 \sqrt{3}}{3}$$
$$\frac{3 \cdot 7 \cdot 7}{2} = \frac{17}{8}$$
$$\frac{21}{13} a = 2b$$
$$-3y \leq 12$$
$$-3y > -15$$
$$-3y \leq 36$$
$$-3y > \dots$$
$$a+4 = 2ab+b$$
$$a^2+8a+6 = 4a^2b^2+4ab^2+b^2$$
$$-(x^2+4x-5)$$
$$-(x-1)(x+5)$$
$$-5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 6 & 6q & 6q^2 & 6q^3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

$$6q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad x \neq 6$$

$$6q^8 = x+3 \quad x = 6q^8 - 3$$

$$6q^{14} = \sqrt{25x-9} \cdot \sqrt{(x-6)^3}$$

$$6q^{20} = \sqrt{(25x-9)(x-6)(25x-9)} = \frac{25x-9}{(x-6)^2}$$

$$6q^{20} = \frac{25(6q^8-3)-9}{(6q^8-9)^2} \quad \xrightarrow{25} \quad \xrightarrow{6} \quad x$$

$$6q^{20} = \frac{25x-9}{(x-6)^2}, \quad 6q^{16} \cdot q^4 = (x+3)^2 q^4$$

$$6q^{14} = \sqrt{(x-6)(25x-9)(x+3)}, \quad 6\sqrt{25x-9} = (x+3)\sqrt{(x-6)(25x-9)}$$

$$1) x > 6$$

$$\frac{6}{(x-6)} = (x+3)(x-6) \quad 6 = (x+3)(x-6)^2$$

$$q^{14} \frac{6}{(x+3)(x-6)} = \sqrt{25x-9} \quad 6q^{10} = 256q^8 - 84$$

$$-75 \quad (x-6)\sqrt{x-6} \quad \pm 6q^{16} - 186q^8 + 84$$

$$6q^{16} - 186q^8 + 846q^{10} - 256q^8 + 84 = 0$$

$$\frac{6q^{14}}{6q^6} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{(x-6)^2} \quad (x-6)^2 q^8 = 1$$

$$q^4 = \frac{1}{(x-6)} \quad 6 = (x+3)(x-6)^2 \quad q^6 = \frac{1}{(x-6)^3} \quad q^6 = \frac{1}{(x-6)(x-6)^2}$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \quad (a-l)(b-c) = p$$
$$|y+4| + 4/|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad \begin{matrix} a-l=1 \\ b-c=p^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a+l=b \quad a-l=0 \\ b-l=p \end{matrix}$$

$$x \geq -5 \quad y-4x-x^2+z = y-(x^2+4x+4)+4+z$$
$$= y-(x+2)^2+4+z \quad b-a=p^2-1$$

$$(\sqrt{x+5} - \sqrt{1-(x+4z)} + 4 = 2\sqrt{y-(x+2)^2+4+z} \quad \begin{matrix} p^2-1 \neq 3 \\ p^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$
$$|y+4| + 4/|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad \begin{matrix} z \in [-9; 9] \\ x \geq -5 \end{matrix} \quad \begin{matrix} p^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

$$1-36-z^2 \geq 0, \quad x \neq$$

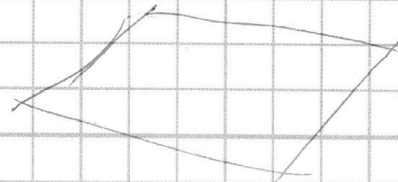
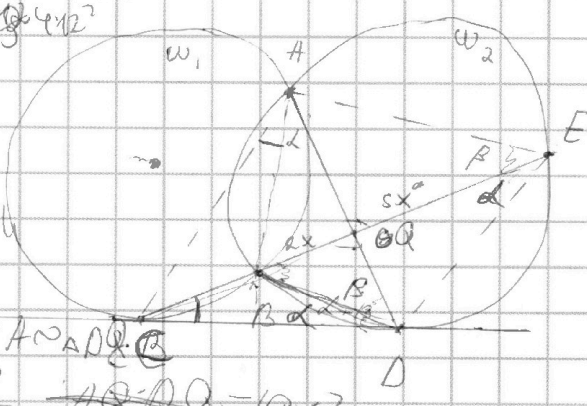
$$\frac{y+4}{y-5} + \frac{4}{y-5} = \sqrt{81-z^2} \quad y \geq 5 \quad y+4+4y-20 = \sqrt{81-z^2}$$
$$5y = \sqrt{81-z^2} + 16 \quad \begin{matrix} 425 \\ 8 \\ 200 \end{matrix} \quad x=18$$

$$5y \leq 16 \quad (x+2)^2 \leq y+4+z \quad y+z \leq \frac{4}{5}$$
$$1-x-4z \geq 0, \quad x+4z \leq 1 \quad z \in [-9; 9]$$
$$\frac{441}{2.22} = \frac{9.49.81}{3.42^2}$$

$$b/a = 2\sqrt{36.82}$$

$$1 = 20\sqrt{2}, \quad q^2 = \frac{1}{20\sqrt{2}}, \quad q = \frac{1}{20\sqrt{2}}$$
$$q^2 = \frac{1}{20\sqrt{2}}, \quad q^6 = \frac{1}{12}, \quad q^8 = \frac{1}{144}, \quad b = 22.666$$

$$q^6 = \frac{1}{20\sqrt{2}}, \quad EQ = QA \cdot \frac{2x}{bQ}, \quad \frac{EQ}{bQ} = \frac{QA}{QD}, \quad \frac{EQ}{bQ} = \frac{QA}{QD} = \frac{10x}{?}$$
$$21.744 \cdot 20\sqrt{2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad \geq 1 \text{ релл}$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 0 = 1 \quad \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{-\sqrt{2}}{2} \quad \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} \quad \frac{3 \sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2} - 3 \sqrt{2}}{2} =$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$\cos x = t \quad p(4t^3 - 3t) + (3p+4)t = 12t^2 + 4$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 + 4$$

$$pt^3 + 3t = 3t^2 + 1; \quad pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad \geq 1 \text{ релл} \quad 1-p \leq 0, p \geq 1$$

$$3pt^2 - 6t + 3 = 0; \quad \Delta = 36 - 4 \cdot 9p = 36(1-p) \geq 0$$

$$p \leq 1 \quad t = \frac{6 \pm 6\sqrt{1-p}}{6} \quad 1 \pm \sqrt{1-p} = t \quad t \in [-1, 1]$$



$$\begin{cases} t = 1 + \sqrt{1-p} & 1-p=0, p=1 \\ t = 1 - \sqrt{1-p} & \sqrt{1-p} \geq 0 \end{cases}$$

$$t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t = 1$$

$$p=0$$

$$3t^2 - 3t + 1 = 0 \text{ with rel}$$

$$p \neq 0$$

$$p=1$$

$$1-p=0,5$$

$$1-p=1$$

$$1-p=2$$

$$1-p=0,5$$

$$p \geq 1$$

$$pt^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t^3 - 1 - 3t(t-1) = 0; \quad (t-1)(t^2 + t + 1 - 3t) = 0 \quad (t-1)^2 = 0$$

$$t=1 \quad p=1 \text{ по условию} \quad p \leq 1 \quad p < 1 \quad 1 - \sqrt{1-p} \geq 4$$

$$p=1$$

$$\cos x = 1$$

$$1 - \sqrt{1-p} \leq 1$$

$$1 - \sqrt{1-p} \geq -1$$

$$1 - \sqrt{1-p} \geq 0$$

$$1 - \sqrt{1-p} \leq 2$$

$$1-p=0$$

$$p \leq 1$$

$$p \geq -3$$

$$p \in (-3, 1)$$

$$2 \sqrt{1-p}$$

$$2 \sqrt{1-p}$$

$$2 \sqrt{1-p}$$

$$2 \sqrt{1-p}$$

$$2 \sqrt{1-p}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{9^6} = \sqrt[6]{(25x-9)(x-6)^3} \quad \sqrt[8]{9^8} = \sqrt[8]{(25x-9)(x-6)^3(25x-9)(x-6)} \\ & \sqrt[6]{9^8} = x+3 \quad \sqrt[8]{9^8} = \frac{1}{(x-6)^2} \quad \sqrt[6]{9^{14}} = \sqrt[6]{(25x-9)(x-6)^3} \quad q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \\ & \sqrt[6]{9^6} = (x+3)(x-6)^2 \quad q^2 = \frac{1}{(x-6)} \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}} \\ & q^6 = \frac{1}{(x-6)\sqrt{x-6}} \quad x \geq 6 \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}} \quad q^6 = \frac{1}{(x-6)\sqrt{x-6}} \\ & \sqrt[6]{9^6} = \sqrt[6]{(x+3)(x-6)^2} \sqrt[6]{(x+3)\sqrt{x-6}} = \sqrt[6]{(25x-9)(x-6)} \\ & (x+3)\sqrt{x-6} = (25x-9)(\sqrt{x-6})(\sqrt{x-6}) \\ & x+3 = (25x-9)\sqrt{x-6} \quad x^2+6x+9 = (625x^2-450x+81)(x-6) \\ & x^2+6x+9 = 625x^3-450x^2+81x-6 \cdot 625x^2+6 \cdot 450x-6 \cdot 81 \\ & 625x^3-4201x^2+277x-972=0 \\ & q^2 = \frac{(x+3)}{\sqrt{25x-9}\sqrt{x-6}} \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}} \frac{(x+3)}{\sqrt{25x-9}\sqrt{x-6}} = \frac{1}{\sqrt{x-6}} \\ & x+3 = \sqrt{25x-9} \quad x^2+6x+9 = 25x-9 \\ & x^2-19x+18=0 \quad \text{т.к. } x \geq 6 \quad \sqrt{x-6} = 18 \\ & x=1 \quad \sqrt[6]{9^6} = \sqrt[6]{(6-5)^3} \quad 450 \cdot 12 = 9 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2 \\ & \sqrt[6]{9^8} = 21 \quad 9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = \\ & \sqrt[6]{9^{14}} = \sqrt[6]{650} = 1 \quad 350 \quad 25 \quad 450 \quad 30 \sqrt{6} \quad q^8 = \frac{1}{68.3} \\ & \frac{502}{805} \quad 803 \quad 30 \sqrt{6} \quad 8 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4z+4} = 2\sqrt{9-(x+2)^2+4+z} \quad z \in [-9, 9] \\ x \leq -5$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$y \geq 5 \quad 5y-16 = \sqrt{81-z^2} \quad 5y-16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$5y \geq 25 \quad 5y-16 \geq 9 \quad y+4 = 1 \quad + \quad + \quad + \quad \frac{1}{2} \sqrt{81-z^2} \leq 7$$

$$5y-16=9 \quad y=5 \quad -4 \quad -5 \quad + \\ \sqrt{81-z^2}=9 \quad (z=0) \quad y=5$$

$$-4 \leq y \leq 5 \quad y+4-6y+20 = \sqrt{81-z^2} \quad \frac{24}{15}$$

$$-3y+24 = \sqrt{81-z^2} \quad -3y+24=9$$

$$36-3y+24 \leq 36 \quad -3y = -15$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9 \quad y=5 \quad z=0$$

$$y \leq -4$$

$$-y-4-4y+20 = \sqrt{81-z^2} \quad -5y+16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$36 \leq -5y+16 \leq 36 \quad \sqrt{81-z^2} \in [0, 9]$$

$$z=0 \quad y=5 \quad \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{9-(x+2)^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{(3-x-2)(3+x+2)} \\ (1-x)(5+x)$$

