

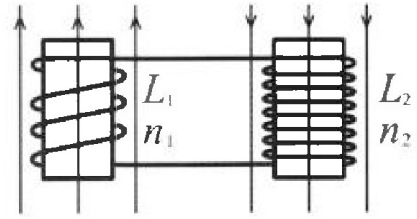
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

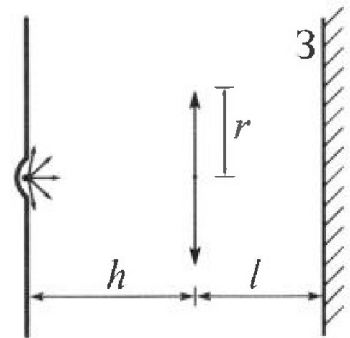


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало $З$. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



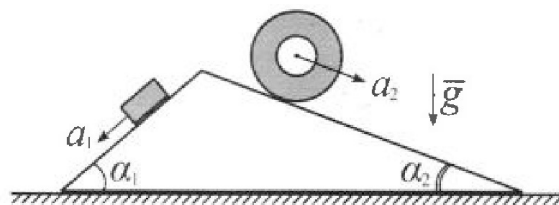
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

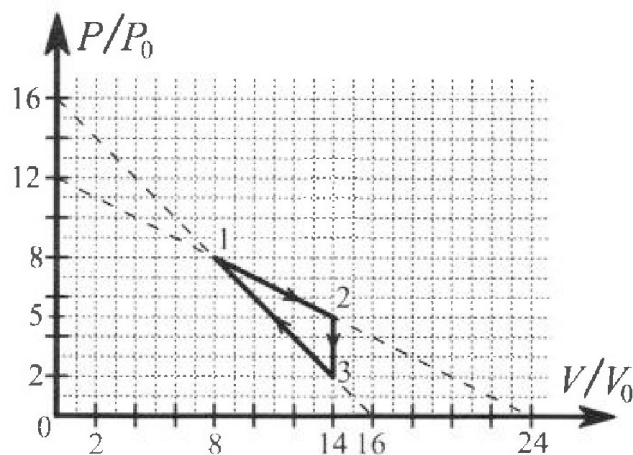


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

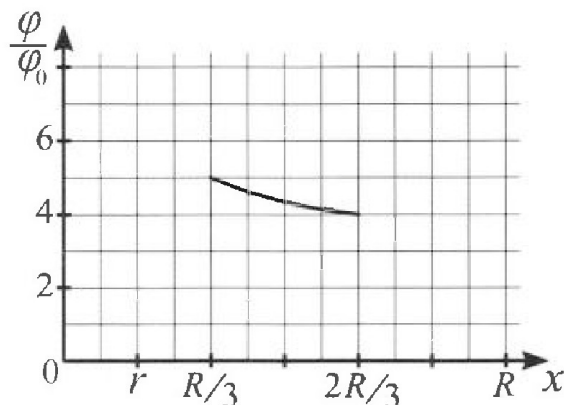
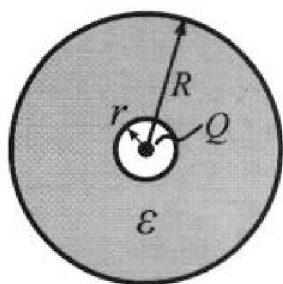
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала ϕ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь ϕ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

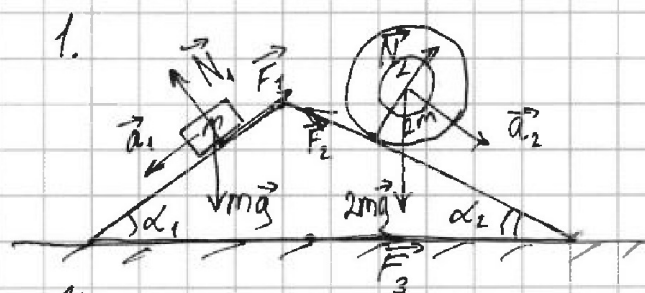




1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} N_1 = mg \cos \alpha_1 \\ N_2 = 2mg \cos \alpha_2 \\ ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \\ 2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2 \end{cases}$$

Усл-е неподвижности клина:

$$F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 + 2mg \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 - mg \sin \alpha_1 \cos \alpha_1$$

$$F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1, \text{ после подстановки значений: } \sin \alpha_1, \cos \alpha_1, \sin \alpha_2, \cos \alpha_2, a_1 \text{ и } a_2, \text{ получим:}$$

$$F_1 = \left(\frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) mg = \frac{9}{65} mg; F_2 = \left(\frac{10}{13} - \frac{2}{4} \right) mg = \frac{14}{52} mg$$

$$\Rightarrow F_3 = \left(\frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{14}{52} \cdot \frac{12}{13} + \frac{2 \cdot 12 \cdot 5}{13^2} - \frac{3 \cdot 4}{5^2} \right) mg =$$

$$= \left(\frac{36}{13 \cdot 5^2} - \frac{168}{13^2 \cdot 4} + \frac{120}{13^2} - \frac{12}{5^2} \right) mg = \left(\frac{36}{13^2 \cdot 5^2} + \frac{468}{13^2 \cdot 5^2} - \frac{12 \cdot 13^2}{13^2 \cdot 5^2} \right) mg =$$

$$= \left(\frac{12(36 + 468 - 169)}{13^2 \cdot 5^2} \right) mg = \frac{12 \cdot 335}{13^2 \cdot 5^2} mg = \frac{312}{13^2 \cdot 5} mg =$$

$$= \frac{112}{845} mg \Rightarrow \text{сила направлена вправо}$$

Ответ: $F_1 = \frac{9}{65} mg$; $F_2 = \frac{14}{52} mg$; $F_3 = \frac{112}{845} mg$

$F_3 = \frac{112}{845} mg$ Ответ: $F_1 = \frac{9}{65} mg$; $F_2 = \frac{7}{26} mg$; $F_3 = \frac{112}{845} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Работа за цикл - это площадь фигур на графике. $\frac{p}{p_0}$ от $\frac{V}{V_0}$.
 $\Rightarrow A_0 = 9p_0V_0$ - работа за цикл.

$$\Delta U_{12} = -\frac{3}{2}(p_1V_1 - p_2V_2) = 9p_0V_0 \Rightarrow \frac{|\Delta U_{12}|}{A_0} = 1$$

$pV = \nu RT \Rightarrow$ тем-ра макс., когда pV макс.

$$\Rightarrow T_3 = \frac{28p_0V_0}{\nu R}; \text{ Зависимость } p(V) \text{ в процессе 1-2:}$$

$$p(V) = 12p_0 - \frac{1}{2}\frac{p_0}{V_0}V \Rightarrow pV = 12p_0V - \frac{1}{2}\frac{p_0}{V_0}V^2$$

$$(pV)'_V = 12p_0 - \frac{p_0}{V_0}V = 0 \Rightarrow V = 12V_0$$

$\Rightarrow$ Макс. знач. pV достигается при $V = 12V_0$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{42p_0V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{18}{7}$$

$$\eta = \frac{A_0}{Q} ; Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 48p_0V_0$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} = \frac{3}{2}(64 - 28)p_0V_0 - 24p_0V_0 = 30p_0V_0$$

$$Q = Q_{12} + Q_{31} = 78p_0V_0 \Rightarrow \eta = \frac{9}{78}$$

$$\text{Ответ: } \frac{|\Delta U_{12}|}{A_0} = 1 ; \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{18}{7} ; \eta = \frac{9}{78}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Диэлектрик ослабляет поле в ϵ раз.

Поле от точечного заряда: $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \vec{r} \Rightarrow$ поле в диэл-ке:
 $\vec{E}_g = \frac{kQ}{\epsilon r^2} \vec{r}$

Потенциал у пов-ти шара: $\varphi_m = \frac{kQ}{R}$

Потенциал в т. удаленной на $(R-x)$ от пов-ти шара:

$$\varphi_x = \varphi_m + E_g(R-x) = \varphi_x = \varphi_m + \int E_g(r) dr = \varphi_m + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R-x} \right)$$

$$\varphi_x = \varphi_m + \frac{kQ}{\epsilon R(R-x)} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{x}{\epsilon(R-x)} \right)$$

$$\varphi_x = \varphi_m + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{R}{x} - 1 \right) \right)$$

$$\text{Для } x = \frac{5}{6}R : \varphi_x = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{6\epsilon} \right)$$

Для точек 1 и 2 с координатами $\left(\frac{R}{3}; 5\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)$ и $\left(\frac{2R}{3}; 4\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)$ соотв-но:

$$\varphi_1 = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\epsilon} \right); \varphi_2 = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\epsilon} \right)$$

$$\text{Также } \varphi_1 = 5\frac{\varphi}{\varphi_0}; \varphi_2 = 4\frac{\varphi}{\varphi_0} \Rightarrow \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{5}{4} = \frac{1 + \frac{2}{\epsilon}}{1 + \frac{1}{2\epsilon}}$$

$$\Rightarrow 5(2\epsilon + 1) = 8(\epsilon + 2)$$

$$10\epsilon + 5 = 8\epsilon + 16$$

$$2\epsilon = 11$$

$$\epsilon = 5,5$$

$$\text{Ответ: } \varphi_x = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{6\epsilon} \right); \epsilon = 5,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.

ЭДС индукции во второй катушке: $\mathcal{E}_2 = L_2 \dot{I}$

ЭДС индукции в первой катушке: $\mathcal{E}_1 = -\mathcal{E}_2 = -\mu_1 n_1 S \dot{B} = -n_1 S \dot{\mu}_1$

$\Rightarrow \dot{I} = \frac{\mu_1 n_1 S \dot{\mu}_1}{L_2}$; Изменяемое поле не окажет влияния на вторую катушку.

Энергия катушки: $W = \frac{LI^2}{2} = SI \frac{B^2}{2\mu_0}$; $B = \frac{nI\mu_1}{L}$

$$\Rightarrow \frac{L_1 I^2}{2} = SI \frac{n^2 \mu_1^2}{2L} \Rightarrow L_1 = \frac{n^2 \mu_1^2 S}{L}$$

$$L_1 = \frac{\mu_0 n_1^2 S}{l_1}; L_2 = \frac{\mu_0 n_2^2 S}{l_2}, \text{ из усл. } \frac{L_2}{L_1} = \frac{n_2^2}{n_1^2} \Rightarrow \frac{\mu_1}{L_1} = \frac{\mu_2}{L_2}$$

Т.к. в катушках и проводах нет сопротивления, то суммарный магнитный поток ч/з них не изменяется

Поток в начале: $\Phi_1 = \mu_1 n_1 S B_0 + n_2 S 3 B_0 \mu_2$

Поток в конце: $\Phi_2 = \mu_1 n_1 S \frac{B_0}{3} + n_2 S \frac{3 B_0 \mu_2}{4} + \cancel{\mu_1 n_1 S \frac{3 B_0 \mu_2}{4}} (B_1 + B_2) S$
где B_1 и B_2 - поля созданные 1 и 2 катушками соотв-но.

$$\Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow \left(\frac{2n_1 \mu_1}{3} + \frac{3n_2 \mu_2}{4} \right) S B_0 = (B_1 + B_2) S = \frac{\mu_1 \mu_0}{L_1} (n_1 I + n_2 I) S$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2n_1 l_1}{3} + \frac{3n_2 l_2}{4}}{n_1 + n_2} \frac{S B_0}{\mu_0} = IS; \text{ Предполагая } l_1 = l_2 = l, \mu_1 = \mu_2 = \mu = 1$$

$$l = \left(\frac{L}{n^2 S \mu_0} \right)^{-1}, \text{ получим } I = \frac{11}{15} \frac{B_0 S^2}{L} n^2$$

$$\dot{I} = \frac{n_1 S \dot{\mu}_1}{16 L_1}$$

$$\text{Ответ: } \dot{I} = \frac{n S \dot{\mu}_1}{16 L_1}; I = \frac{11}{15} \frac{B_0 S^2}{L} n^2$$

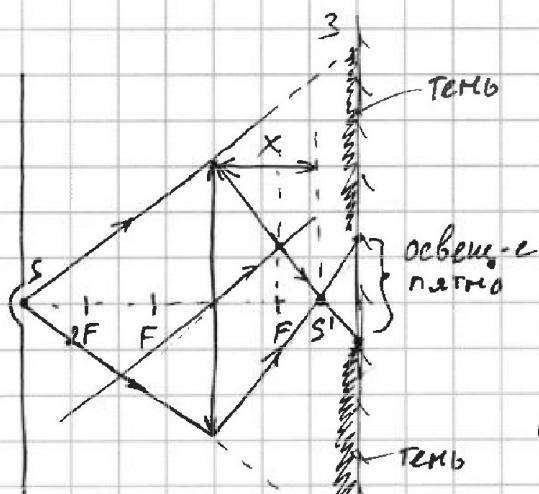


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.



Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{x}$$

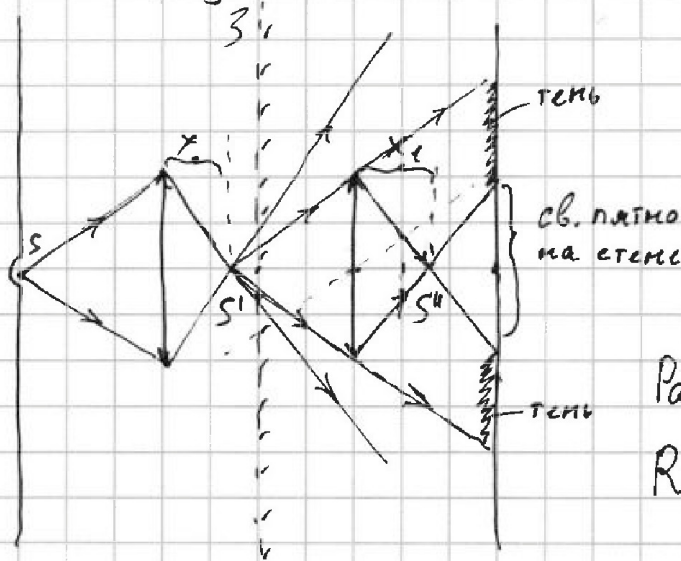
$$\Rightarrow x = \frac{Fh}{h-F} = \frac{1}{2}h < l$$

Радиус освещаемого пятна на зеркале R:

$$\frac{R}{l-x} = \frac{r}{x} \Rightarrow R = \frac{l-x}{x} r = \frac{1}{3}r$$

Внешний радиус тени: $R_T = r \frac{h+l}{h} = \frac{5}{3}r$

$$\Rightarrow \text{Площадь тени: } S_T = \pi R_T^2 - \pi R^2 = \frac{24}{9} \pi r^2 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2l-x} + \frac{1}{x_1}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{F(2l-x)}{2l-x-F} = \frac{5h \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{2}h}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{5}{3}h$$

Радиус св. пятна на стене:

$$R_1 = r \frac{h-x_1}{x_1} = \frac{4}{5}r$$

Внешний радиус тени на стене: $R'_T = r \frac{h+\frac{1}{2}-x}{2l-x} = \frac{11}{5}r$

$$\text{Площадь тени на стене: } S'_T = \pi R'^2_T - \pi R_1^2 = \frac{105}{25} \pi r^2$$

$$S'_T = 105 \pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } S_T = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2; S'_T = 105 \pi \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

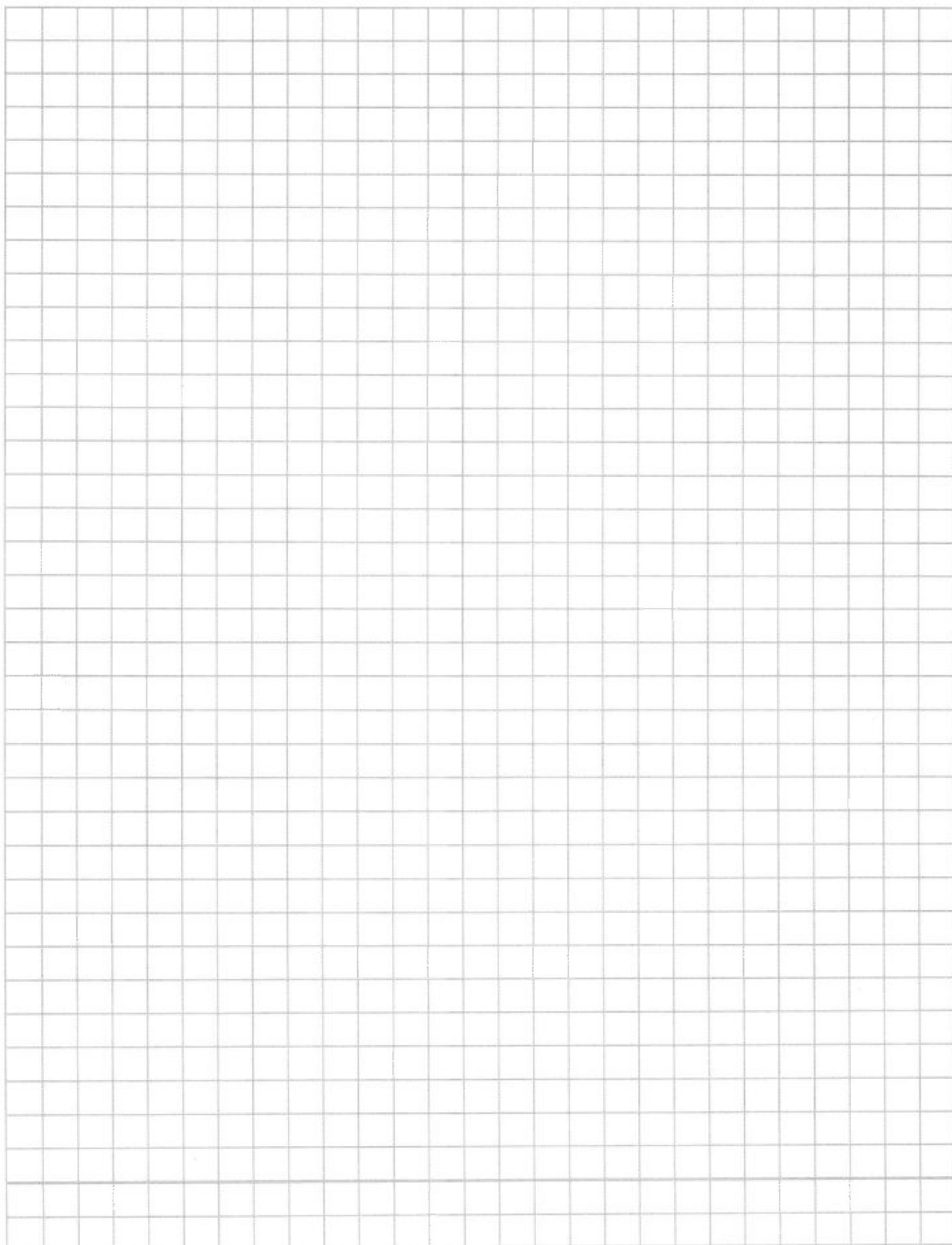
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. Т.к. поле есть и внутри и снаружи катушки, то

3-й Эм-нап индукции примет вид: $\mathcal{E}_i = -\dot{\Phi} = -n S (\mu-1) \dot{B}$
для первой катушки: $\mathcal{E}_1 = -n_1 S (\mu_1-1) \dot{B} = -n_1 S (\mu_1+1) \alpha$

$$L = \frac{n^2 \mu \mu_0 S}{L_1}$$

$$\mu_1 \cdot B = \mu \mu_0 n I$$

$$\mu_1 = \frac{L}{S \mu_0 n^2}$$

$$\frac{18 B_0}{\mu_0}$$

$$5280 \cdot$$

$$\frac{\mu_0}{c} \cdot m^2$$

$$\begin{array}{r} 312 \\ 75 \\ \hline 1560 \\ 624 \\ \hline 7500 \end{array}$$

$$\mu_1 n_1 B_0 S$$

$$\frac{L}{n^2 S \mu_0 \mu}$$

$$\frac{1320}{12^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{312}{13^2 \cdot 4}$$

$$B L \sim \mu^2 \sim n^3 \sim I \sim S \sim l^{-2}$$

$$\left(\frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{4}{26} \cdot \frac{12}{13} + \frac{2 \cdot 12 \cdot 5}{13^2} + \frac{12}{5^2} \right)$$

$$120 \cdot 5^2 \cdot 12 \cdot 13^2$$

$$12(250 - 169)$$

$$12 \cdot 71$$

$$13^2 \cdot 5^2 \quad 175$$

$$\frac{2(36 \cdot 13 + 12 \cdot 71)}{2 \cdot 13^2 \cdot 5^2} \quad \frac{4 \cdot 12 \cdot 5^2}{13^2 \cdot 2 \cdot 5^2}$$

$$142 -$$

$$-73 + 36 \cdot 26$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 36 \\ -26 \\ \hline 216 \\ 72 \\ \hline 936 \end{array}$$

$$\frac{863}{13^2 \cdot 5^2 \cdot 2}$$

$$54$$

$$408$$

$$540$$

$$5^2 \cdot 13^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 36 \\ 13 \\ \hline 108 \\ 36 \\ \hline 468 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \\ 12 \\ \hline 142 \\ 71 \\ \hline 852 \end{array}$$

$$320$$

$$2100$$

$$1320 \cdot 2 - 7 \cdot 300$$

$$2640 - 2100$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

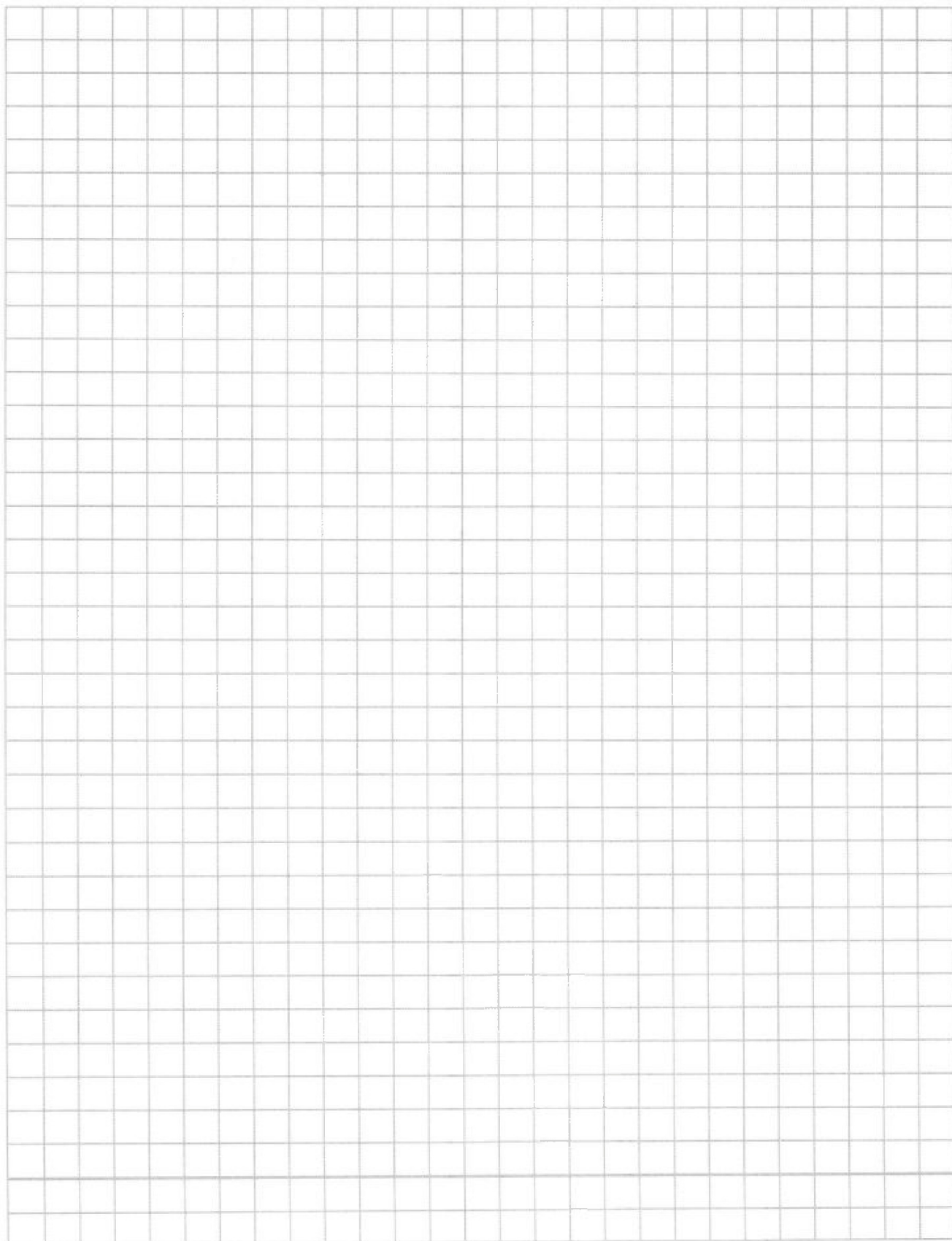
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

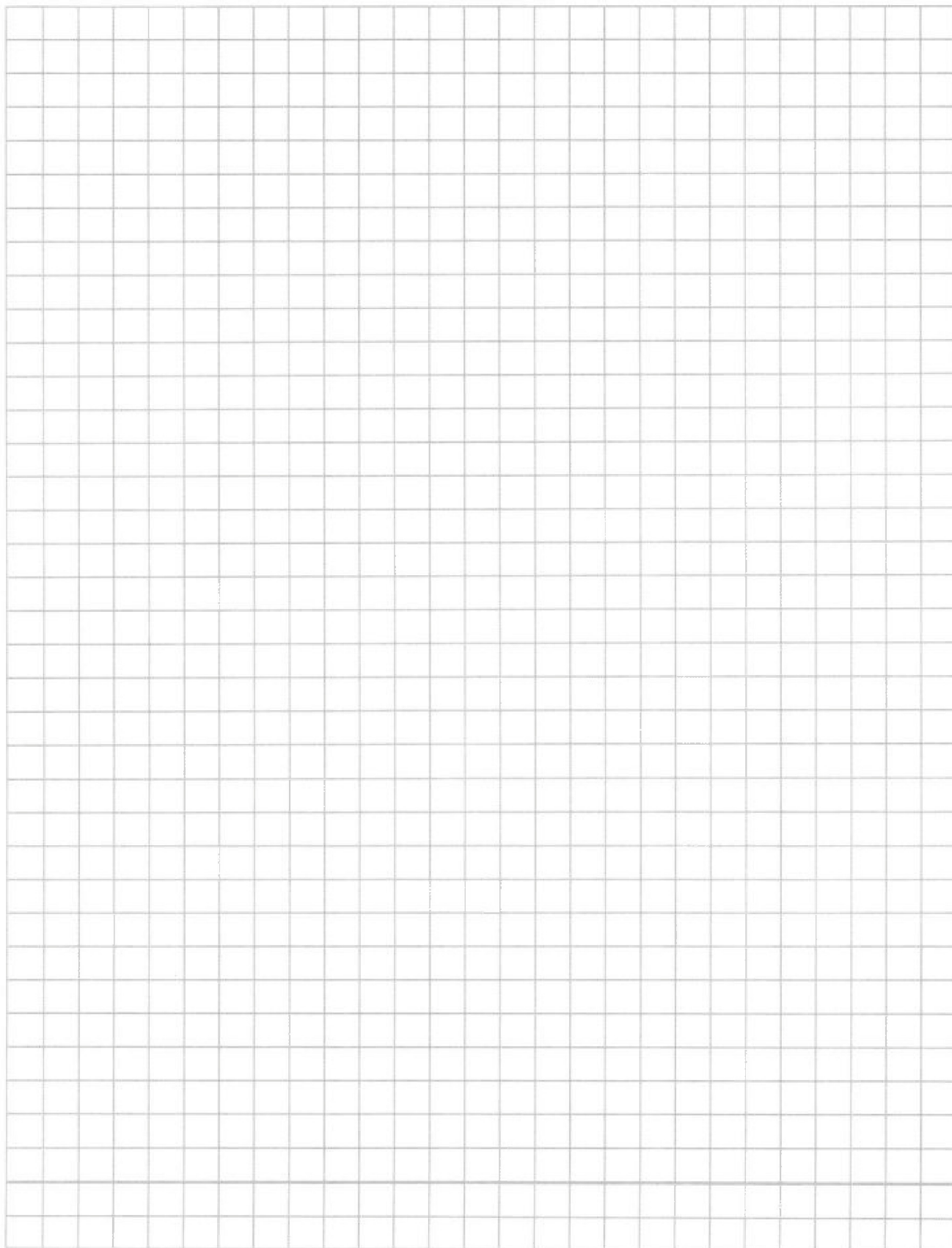
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

