



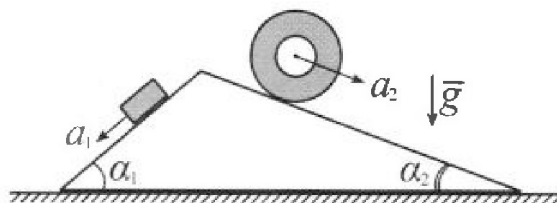
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



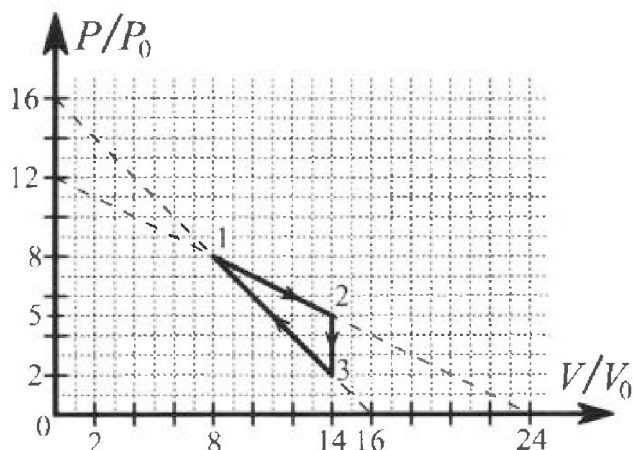
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

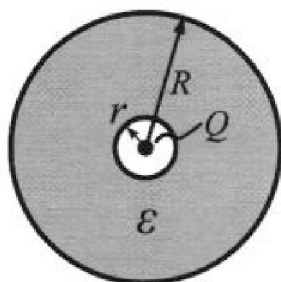
2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.



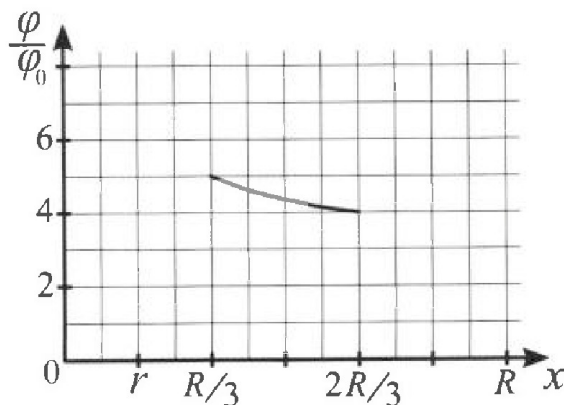
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала ϕ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь ϕ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.



- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





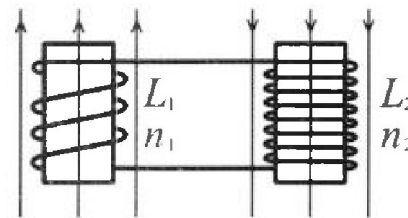
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

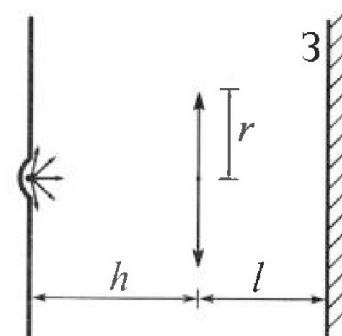


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) a_1 = \frac{6g}{13}$$

$$a_2 = \frac{g}{4}$$

m

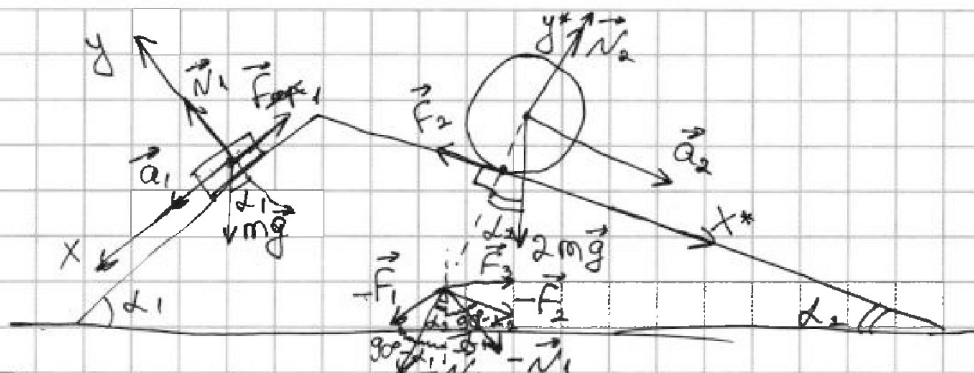
$$\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{5}{13}$$

$$F_1 - ?$$

$$F_2 - ?$$

$$F_3 - ?$$



1) II закон Ньютона для бруска:

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1 = m\vec{a}_1$$

$$y: mg \cos \alpha_1 = N_1$$

$$x: mg \sin \alpha_1 - F_1 = ma_1$$

$$F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{6g}{13} \right) = \frac{3mg}{65} \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{13} \right) =$$

$$= 3mg \frac{13-10}{5 \cdot 13} = \frac{9mg}{65} = \frac{9}{65} mg$$

2) II закон Ньютона для цилиндра:

$$2m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 = 2m\vec{a}_2$$

$$x^*: 2mg \sin \alpha_2 - F_2 = 2ma_2 \Rightarrow$$

$$y^*: 2mg \cos \alpha_2 = N_2$$

$$\Rightarrow F_2 = 2mg \sin \alpha_2 - 2ma_2 = 2m \left(g \cdot \frac{5}{13} - \frac{g}{4} \right) =$$

$$= 2mg \left(\frac{5}{13} - \frac{1}{4} \right) = 2mg \cdot \frac{20-13}{24 \cdot 13} = \frac{7}{26} mg$$

$$F_2 > 0 \Rightarrow \vec{F}_2 \text{ направлен правильно.}$$

3) По III закону Ньютона брусок и цилиндр действуют на клин с силами $-\vec{N}_1, -\vec{F}_1, -\vec{N}_2, -\vec{F}_2$

4) II закон Ньютона для клина в проекции на ось x^{**} :



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 + F_2 \sin(90^\circ - \alpha_2) + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 - F_1 \sin(90^\circ - \alpha_1) = 0$$

$$F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + 2mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 - mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1$$

$$F_3 = \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + 2mg \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} - \frac{7}{26} mg \cdot \frac{12}{13} - mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$= \frac{4}{13} mg \left(\frac{9}{5 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{13} - \frac{7 \cdot 3}{26} - \frac{13 \cdot 3}{25} \right) =$$

$$= \frac{4}{13} mg \left(\frac{60 - 21}{26} - \frac{30}{25} \right) = \frac{4}{13} mg \left(\frac{39}{26} - \frac{6}{5} \right) = \frac{4}{13} mg \left(\frac{23}{2} - \frac{6}{5} \right) =$$

$$= \frac{4}{13} mg \frac{15 - 12}{10} = \frac{4^2}{13} \cdot \frac{3}{25} mg = \frac{6}{65} mg$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \frac{9}{65} mg; F_2 = \frac{7}{26} mg; F_3 = \frac{6}{65} mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$i = 3$

1) $\frac{\Delta U_{12}}{A_4} = ?$

2) $\frac{T_m}{T_3} = ?$

3) $\eta = ?$

1) T_m - максимальная температура газа в процессе 1-2

$$|\Delta U_{12}| = |U_2 - U_1| = \left| \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 \right|$$

Уравнение Менделеева - Клапейрона

$$p_2 V_2 = \nu R T_2, \quad p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\Delta U_{12}| = \left| \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 \right| = \frac{3}{2} |5p_0 \cdot 14V_0 - 8p_0 \cdot 8V_0| =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 8p_0 V_0 = 9p_0 V_0$$

Работу газа за цикл посчитаем как площадь цикла.

$$A_4 = \frac{1}{2} \cdot (p_2 - p_3) \cdot (V_2 - V_1) = \frac{3}{2} \cdot (5p_0 - 2p_0) \cdot (14V_0 - 8V_0) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3p_0 \cdot 6V_0 = 9p_0 V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta U_{12}|}{A_4} = \frac{9p_0 V_0}{9p_0 V_0} = 1$$

2) Выведем функцию давления газа от его объема

в процессе 1-2

$$\frac{p_{12}}{p_0} \left(\frac{V_{12}}{V_0} \right) = k \cdot \frac{V_{12}}{V_0} + b, \text{ где } k, b - \text{некоторые константы}$$

$$b = 12 \quad 0 = k \cdot 24 + 12 \rightarrow k = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_{12}}{p_0} = -\frac{1}{2} \frac{V_{12}}{V_0} + 12 \rightarrow p_{12} = -\frac{p_0}{2V_0} \cdot V_{12} + 12p_0 \rightarrow$$

$$\rightarrow dV \quad dp_{12} = -\frac{p_0}{2V_0} dV_{12}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$u = \frac{3}{2} \nu R T \Rightarrow du = \frac{3}{2} \nu R dT$$

$$pV = \nu R T \Rightarrow p dV + V dp = \nu R dT \Rightarrow$$

$$\Rightarrow du = \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{p_0}{2V_0} V + 12 p_0 \right) dV + \frac{3}{2} V \cdot \left(-\frac{p_0}{2V_0} \cdot dV \right) =$$

$$= -\frac{3p_0}{4V_0} V dV + 18 p_0 dV - \frac{3p_0}{4V_0} V dV = -\frac{3p_0}{2V_0} V dV + 18 p_0 dV$$

Если $dT > 0 \Rightarrow du > 0$ Найдем го какое состояние

в процессе 1-2 $du > 0$

$$du = -\frac{3p_0}{2V_0} V dV + 18 p_0 dV = 3 p_0 dV \left(6 - \frac{V}{2V_0} \right)$$

$$du > 0 \Rightarrow 3 p_0 dV \left(6 - \frac{V}{2V_0} \right) > 0$$

$$dV > 0 \Rightarrow 6 - \frac{V}{2V_0} > 0 \Rightarrow V < 12 V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{при } V_m = 12 V_0 \quad T = T_m \quad p_m = p_{12} (12 V_0) = 6 p_0$$

$$\text{УМК: } p_m V_m = \nu R T_m \rightarrow T_m = \frac{6 p_0 \cdot 12 V_0}{\nu R}$$

$$\text{УМК для состояния 3: } p_3 V_3 = \nu R T_3 \rightarrow T_3 = \frac{2 p_0 \cdot 14 V_0}{\nu R}$$

$$\frac{T_m}{T_3} = \frac{6 \cdot 12 p_0 V_0 \cdot \nu R}{\nu R \cdot 2 p_0 \cdot 14 V_0} = \frac{18}{7}$$

3) 1 начало термодинамики:

$$\delta Q = du + \delta A, \quad du = \frac{3}{2} \nu R dT, \quad \delta A = p dV$$

$$\nu R dT = p dV + V dp$$

$$\delta Q = \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp + p dV = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp$$

$$\delta Q_{12} = \frac{5}{2} p_{12} dV_{12} + \frac{3}{2} V_{12} dp_{12}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}\delta Q_{12} &= \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{p_0}{15V_0} \cdot V_{12} + 12p_0 \right) dV_{12} + \frac{3}{2} V_{12} \cdot \left(-\frac{p_0}{2V_0} dV_{12} \right) = \\ &= -\frac{5p_0}{4V_0} V_{12} dV_{12} + 30p_0 dV_{12} - \frac{3p_0}{4V_0} V_{12} dV_{12} = \\ &= -2 \frac{p_0}{V_0} V_{12} dV_{12} + 30p_0 dV_{12} = 2p_0 dV_{12} \left(15 - \frac{V_{12}}{V_0} \right)\end{aligned}$$

$$\delta Q = 2p_0 dV_{12} \left(15 - \frac{V_{12}}{V_0} \right), \quad dV_{12} > 0$$

$$\delta Q > 0, \quad \text{при} \quad 15 - \frac{V_{12}}{V_0} > 0, \quad V_{12} < 15V_0$$

$V_{12}^* = 15V_0$, в процессе 1-2* газ получает тепло.

$$\delta Q_{13} = \frac{5}{2} p_{13} dV_{13} + \frac{3}{2} V_{13} dp_{13}$$

$$p_{13}(V_{13}) = -\frac{p_0}{V_0} V_{13} + 16p_0$$

$$dp_{13} = -\frac{p_0}{V_0} dV_{13}$$

$$\begin{aligned}\delta Q_{13} &= \frac{5}{2} \left(-\frac{p_0}{V_0} V_{13} + 16p_0 \right) dV_{13} + \frac{3}{2} V_{13} \left(-\frac{p_0}{V_0} dV_{13} \right) = \\ &= -\frac{5p_0}{2V_0} V_{13} dV_{13} + 40p_0 dV_{13} - \frac{3p_0}{2V_0} V_{13} dV_{13} = \\ &= -\frac{4p_0}{V_0} V_{13} dV_{13} + 40p_0 dV_{13} = 4p_0 dV_{13} \left(10 - \frac{V_{13}}{V_0} \right)\end{aligned}$$

$$dV_{13} < 0$$

$$\delta Q > 0, \quad \text{при} \quad 10 - \frac{V_{13}}{V_0} < 0, \quad V_{13} > 10V_0$$

$$V_{13}^* = 10V_0$$

В процессе 3-3* газ получает тепло!

$Q_K = Q_{1-2^*} + Q_{3-3^*}$, Q_K - количество теплоты нагревателя.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_{1-2*} = -2 \frac{p_0}{V_0} \int_{V_1}^{V_2*} V_{12} dV_{12} + 30 p_0 \int_{V_1}^{V_2*} dV_{12}$$

$$V_2* = 15V_0, V_1 = 8V_0$$

$$Q_{1-2*} = -\frac{2p_0}{2 \cdot V_0} (V_2^{*2} - V_1^2) + 30 p_0 (V_2* - V_1) =$$

$$= -\frac{p_0}{V_0} \cdot (225V_0^2 - 64V_0^2) + 30 p_0 \cdot 7V_0 =$$

$$= 210 p_0 V_0 - 161 p_0 V_0 = 49 p_0 V_0$$

$$Q_{3-3*} = -\frac{4p_0}{V_0} \int_{V_3}^{V_3*} V_{13} dV_{13} + 40 p_0 \int_{V_3}^{V_3*} dV_{13}, V_3 = 14V_0, V_3* = 10V_0$$

$$Q_{3-3*} = -\frac{4p_0}{V_0 \cdot 2} (V_3^{*2} - V_3^2) + 40 p_0 (V_3* - V_3) =$$

$$= -\frac{2p_0}{V_0} \left(\frac{100}{2} V_0^2 - \frac{196}{2} V_0^2 \right) + 40 p_0 \cdot (-4V_0) = 192 p_0 V_0 - 160 p_0 V_0 =$$

$$= 32 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A_4}{Q_k} \quad A_4 = 9 p_0 V_0, Q_k = Q_{1-2*} + Q_{3-3*} = 49 p_0 V_0 + 32 p_0 V_0 = 81 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{9 p_0 V_0}{81 p_0 V_0} = \frac{1}{9}$$

$$\text{Ответ: } \left| \frac{A_{12}}{A_3} \right| = 1; \quad \frac{T_m}{T_3} = \frac{18}{4}; \quad \eta = \frac{1}{9}$$



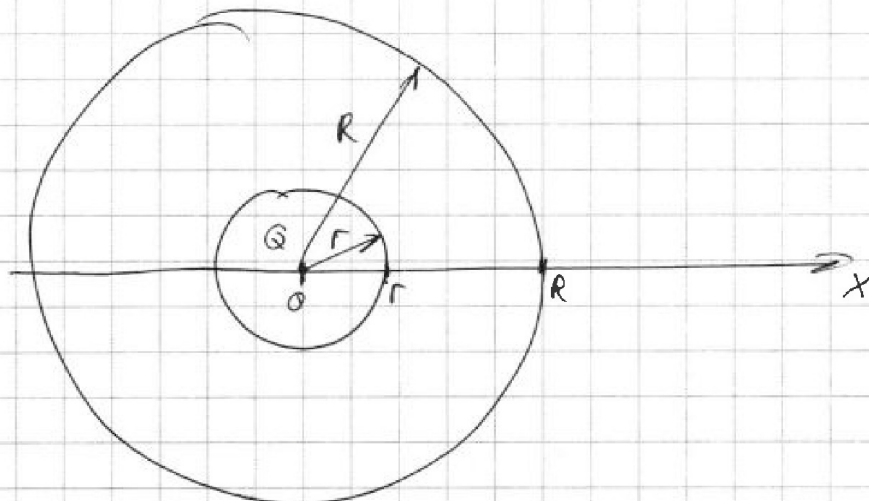
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
 r, R, Q



$$\varphi(x) = \frac{kQ}{x}, \text{ если } x < r$$

$$\varphi(r) = \frac{kQ}{r}$$

$$E(x) = \frac{kQ}{\epsilon x^2}, \text{ при } r < x < R \quad E - \text{ напряжённость.}$$

$$\varphi(x_1) - \varphi(x_2) = \int_{x_1}^{x_2} E(x) dx = \frac{kQ}{\epsilon} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = - \frac{kQ}{\epsilon x} \Big|_{x_1}^{x_2} =$$

$$= - \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$$

$$\varphi(r) - \varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{r} - \frac{6}{5R} \right)$$

$$\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{\epsilon r} + \frac{6kQ}{5\epsilon R}$$

$$\begin{cases} \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi_0} = 5 \\ \frac{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)}{\varphi_0} = 4 \end{cases}$$

Поделим первое на второе

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{5}{4} \rightarrow 4\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 5\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) \quad (1)$$

$$\varphi(r) - \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{R} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{\epsilon r} + \frac{3kQ}{\epsilon R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = kQ\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{Er} + \frac{3}{Er}\right) = kQ \frac{Er - R + 3r}{ErR}$$

$$\varphi(r) - \varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{kQ}{E}\left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R}\right)$$

$$\begin{aligned}\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) &= \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{Er} + \frac{3kQ}{2Er} = kQ\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{Er} + \frac{3}{2Er}\right) = \\ &= kQ \frac{2Er - 2R + 3r}{2ErR}\end{aligned}$$

Подставим $\varphi\left(\frac{R}{3}\right)$ и $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)$ в формулу (1)

$$4 \cdot kQ \frac{Er - R + 3r}{ErR} = 5 \cdot kQ \frac{2Er - 2R + 3r}{2ErR}$$

$$4Er - 4R + 12r = 10Er - 10R + 15r$$

$$4 \quad 6Er = 6R - 3r \rightarrow 2Er = 2R - r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{2R - r}{2R}$$

$$\text{Ответ: } \varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{kQ}{rR} - \frac{kQ}{ErR} + \frac{6kQ}{5Er}$$

$$E = \frac{2R - r}{2R}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

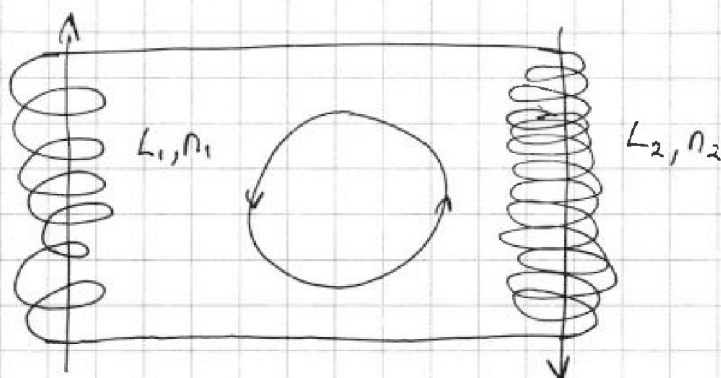
$$L_1 = L$$

$$L_2 = 16L$$

$$n_1 = n$$

$$n_2 = 4n$$

$$S$$



Из-за изменения магнитного поля возникает ЭДС (ЭДС индукции) в контуре.

$$2) |\mathcal{E}_i| = |-\dot{\Phi}| \quad \Phi - \text{магнитный поток}$$

$$|\mathcal{E}_i| = |\dot{\Phi}| = \frac{d(\sum n_i S B)}{dt} = n_1 S \frac{dB}{dt} = n_1 \Delta S = n \Delta S$$

Запишем 2 правила Кирхгофа для контура

$\mathcal{E}_i = U_{L1} + U_{L2}$, U_{L1}, U_{L2} — напряжения на катушках индуктивности $U_{L1} = L_1 \dot{I}$, $U_{L2} = L_2 \dot{I}$

I — сила тока

$$\Delta n S = L_1 \dot{I} + L_2 \dot{I} = \dot{I} (L_1 + L_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{I} = \frac{\Delta n S}{L_1 + L_2} = \frac{\Delta n S}{17L}$$

2) Магнитный поток через катушки уменьшается

$\Rightarrow$ ЭДС индукции в обеих катушках заставляла течь ток по часовой стрелке $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ЭДС индукции в контуре равна сумме ЭДС



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

индукций в катушках

$$\mathcal{E}_i^* = |\mathcal{E}_{i1}| + |\mathcal{E}_{i2}| = |\dot{\Phi}_1| + |\dot{\Phi}_2| = |n_1 S \frac{dB_1}{dt}| + |n_2 S \frac{dB_2}{dt}| =$$

$$= \frac{S}{dt} (|n_1 dB_1| + |n_2 dB_2|)$$

2 правило Фарадея:

$$\mathcal{E}_i^* = U_{L1} + U_{L2}$$

$$U_{L1} = L_1 \frac{dI}{dt}, U_{L2} = L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{S}{dt} (|n_1 dB_1| + |n_2 dB_2|) = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$S(n_1 |dB_1| + n_2 |dB_2|) = dI(L_1 + L_2)$$

Продифференцируем полученное выражение:

$$S(n_1 |dB_1| + n_2 |dB_2|) = I(L_1 + L_2)$$

$$S(n_1 (B_0 - \frac{B_0}{3}) + n_2 (3B_0 - \frac{9}{4} B_0)) = I(L_1 + L_2)$$

$$S(n_1 \cdot \frac{2}{3} B_0 + n_2 \cdot \frac{3}{4} B_0) = I(L_1 + L_2)$$

$$S(\frac{2}{3} n B_0 + 3 n B_0) = I \cdot 17 L$$

$$\frac{11}{3} S n B_0 = 17 I L$$

$$I = \frac{11 S n B_0}{51 L}$$

Ответ: 1) $I = \frac{11 S n B_0}{51 L}$; $I = \frac{11 S n B_0}{51 L}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

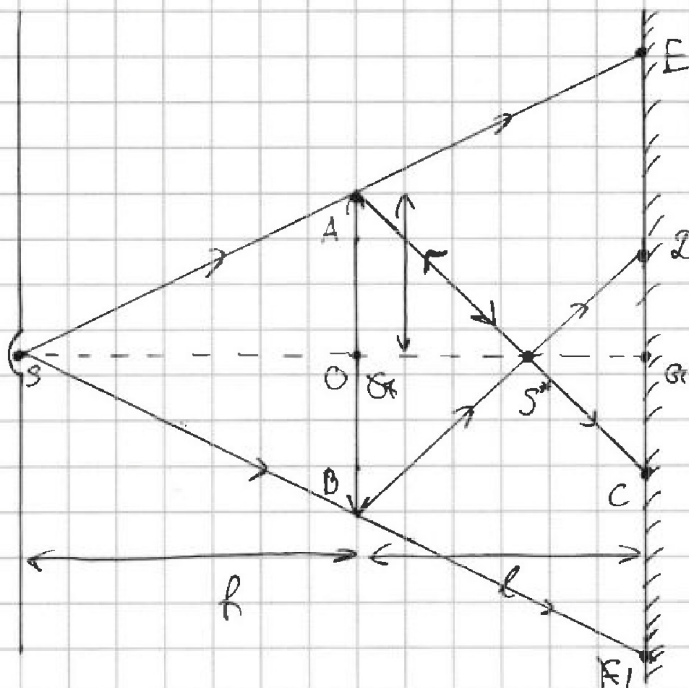
$$F = \frac{h}{3}$$

$$r = 5 \text{ см}$$

$$l = \frac{2h}{3}$$

$$S_3 - ?$$

$$S_{\text{см}} - ?$$



Найдем изображение лампы, даваемое линзой

Формула тонкой линзы:

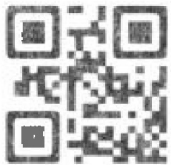
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{d} \rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{h} = \frac{3}{h} - \frac{1}{h} = \frac{2}{h} \Rightarrow d = \frac{h}{2}$$

d - расстояние от изображения лампы S^* , даваемого линзой до линзы.

Части
Граница зеркала выше E, ниже FL и между C и D освещены

Неосвещенные части ED, CFL

Чтобы найти площадь неосвещенной части зеркала, нужно из окружности с диаметром EL вычесть площадь окружности с диаметром CD.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle ABS \sim \triangle ELS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h}{h+l} = \frac{2r}{EL} \Rightarrow EL = 2r \frac{h+l}{h} = 2r \cdot \frac{R + \frac{2}{3}h}{R} = \frac{10}{3}r$$

S_{EL}, S_{CD} - площади окружностей с диаметрами EL и CD

$$S_{EL} = \frac{\pi EL^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{100}{9} r^2 = \frac{25}{9} r^2 \pi$$

$$\triangle ABS^* \sim \triangle CDS^*, OS^* = d, S^*G = l-d$$

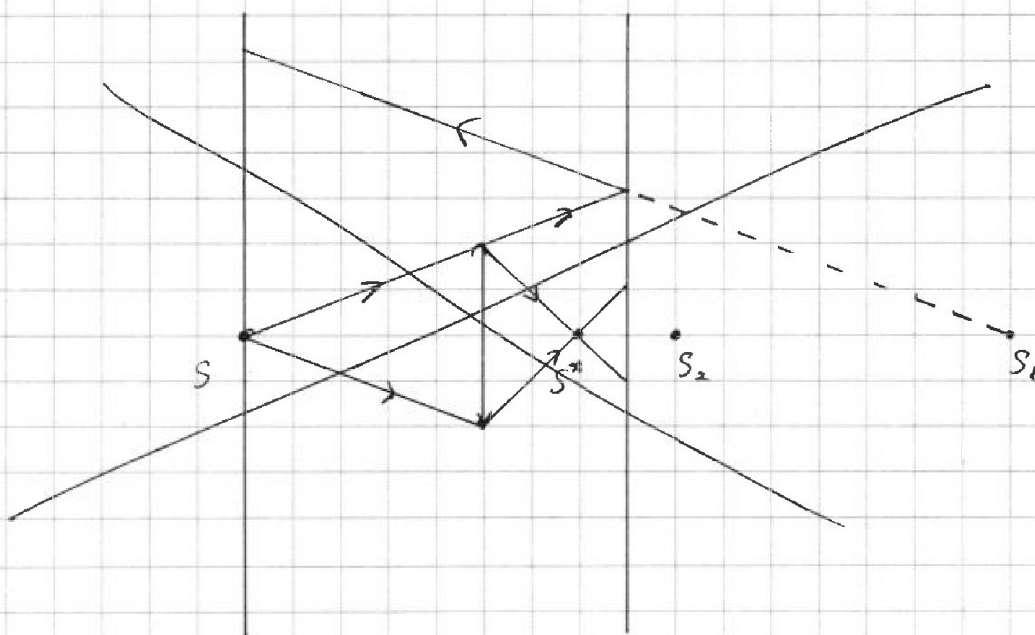
$$\frac{d}{l-d} = \frac{2r}{CD} \rightarrow CD = 2r \frac{l-d}{d} = 2r \frac{\frac{h}{2} - (\frac{2}{3}h - \frac{h}{2})}{\frac{h}{2}} =$$

$$= 2r \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}r$$

$$S_{CD} = \frac{\pi CD^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{4}{9} r^2 = \frac{1}{9} r^2 \pi$$

$$S_3 = S_{EL} - S_{CD} = \frac{25}{9} r^2 \pi - \frac{1}{9} r^2 \pi = \frac{24}{9} r^2 \pi = \frac{8}{3} r^2 \pi =$$

$$= \frac{8}{3} \cdot 25 \pi \text{ см}^2 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$





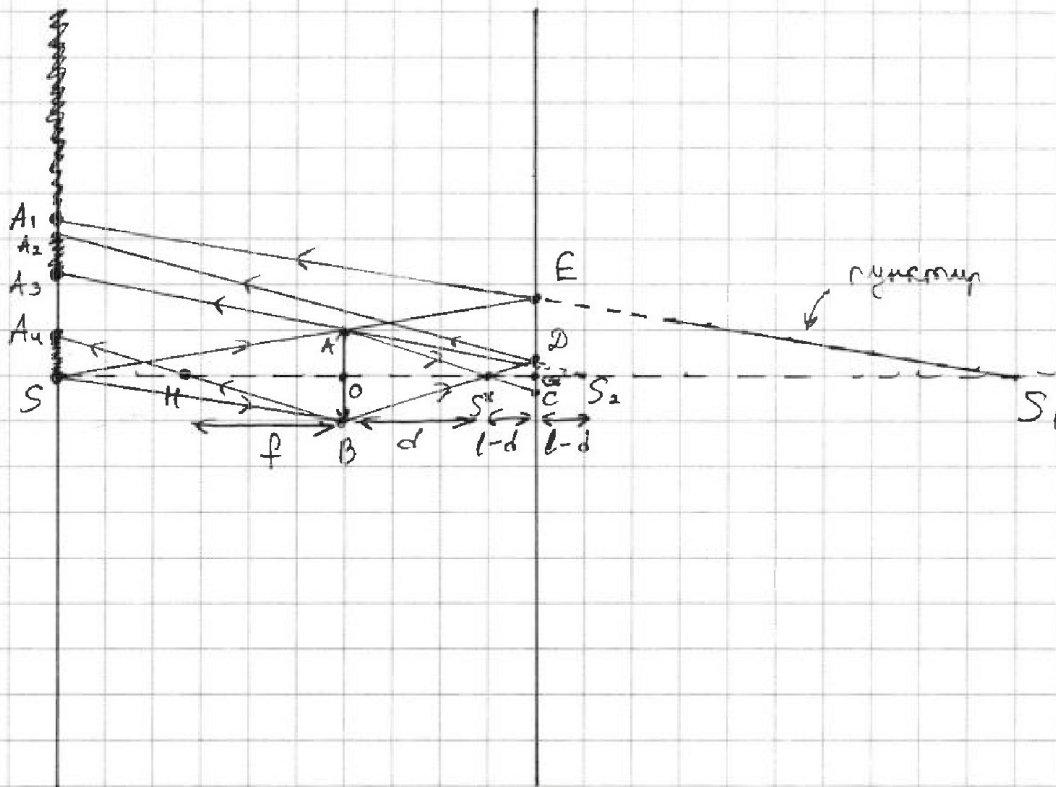
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Затраченные части стены освещённые

S_1 - изображение лампы в зеркале

S_2 - изображение S^* в зеркале

S_2^* - изображение S_2 в линзе.

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d+l-d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{2l-d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2l-d} =$$

$$= \frac{3}{R} - \frac{1}{\frac{4}{3}h - \frac{h}{2}} = \frac{3}{R} - \frac{6}{5h} = \frac{15-6}{5h} = \frac{9}{5h} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{5h}{9}$$

f - расстояние от S_2^* до линзы



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle AOS \sim \triangle EGS:$$

$$\frac{EG}{AO} = \frac{SG}{SO} \rightarrow EG = \frac{h+l}{h} \cdot r = \frac{5}{3}r$$

$$\triangle S, EG \sim \triangle S, AS$$

$$A_1S = 2EG = \frac{10}{3}r$$

$$\frac{OG}{r} = \frac{l-d}{d} \rightarrow OG = \frac{l-d}{d} \cdot r = \frac{\frac{2}{3}h - \frac{h}{2}}{\frac{2}{3}h} r = \frac{3}{6 \cdot 2} \cdot r = \frac{1}{4}r$$

$$\frac{A_2S}{OG} = \frac{l-d}{h+l-d} \rightarrow A_2S = \frac{1}{4}r \cdot \frac{\frac{2}{3}h - \frac{h}{2}}{\frac{2}{3}h + \frac{4}{3}h - \frac{h}{2}} = \frac{1}{4}r \cdot \frac{6}{6 \cdot 11} = \frac{1}{44}r$$

$$\frac{SS_2}{OS_2} = \frac{A_3S}{AO} \Rightarrow A_3S = AO \cdot \frac{SS_2}{OS_2} = r \cdot \frac{h+l+l-d}{d+2l-2d} =$$

$$= r \cdot \frac{h + \frac{4}{3}h - \frac{h}{2}}{\frac{4}{3}h - \frac{h}{2}} = r \cdot \frac{11 \cdot 6}{6 \cdot 5} = \frac{11}{5}r$$

$$\frac{A_4S}{OB} = \frac{A_4S}{OB} = \frac{SH}{OH} \rightarrow A_4S = OB \cdot \frac{SH}{OH} = r \cdot \frac{h-l}{l} = r \cdot \frac{(h - \frac{5h}{9}) \cdot 9}{5h} =$$

$$= r \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5}r$$

$$A_1S = \frac{10}{3}r, A_2S = \frac{1}{44}r, A_3S = \frac{11}{5}r, A_4S = \frac{4}{5}r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2S < A_4S < A_3S < A_1S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Rightarrow A_4S \text{ закрашен } A_1S \text{ } A_1, A_4 \text{ не закрашен}$$

A₁
A₃
A₄
A₂
S

Чтобы найти площадь части A₁A₄ нужно

из площади S_{A₁S} вычесть площадь A₄S

$$S_{A_1A_4} = S_{A_1S} - S_{A_4S} = \pi \cdot A_1S^2 - \pi \cdot A_4S^2 =$$

$$= \pi \left(\frac{100}{9}r^2 - \frac{16}{25}r^2 \right) = \pi r^2 \frac{2500 - 144}{225} = \frac{2386}{225} \pi r^2 = \frac{2386}{9} \pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ: } S_3 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2; S_4 = \frac{2386}{9} \pi \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

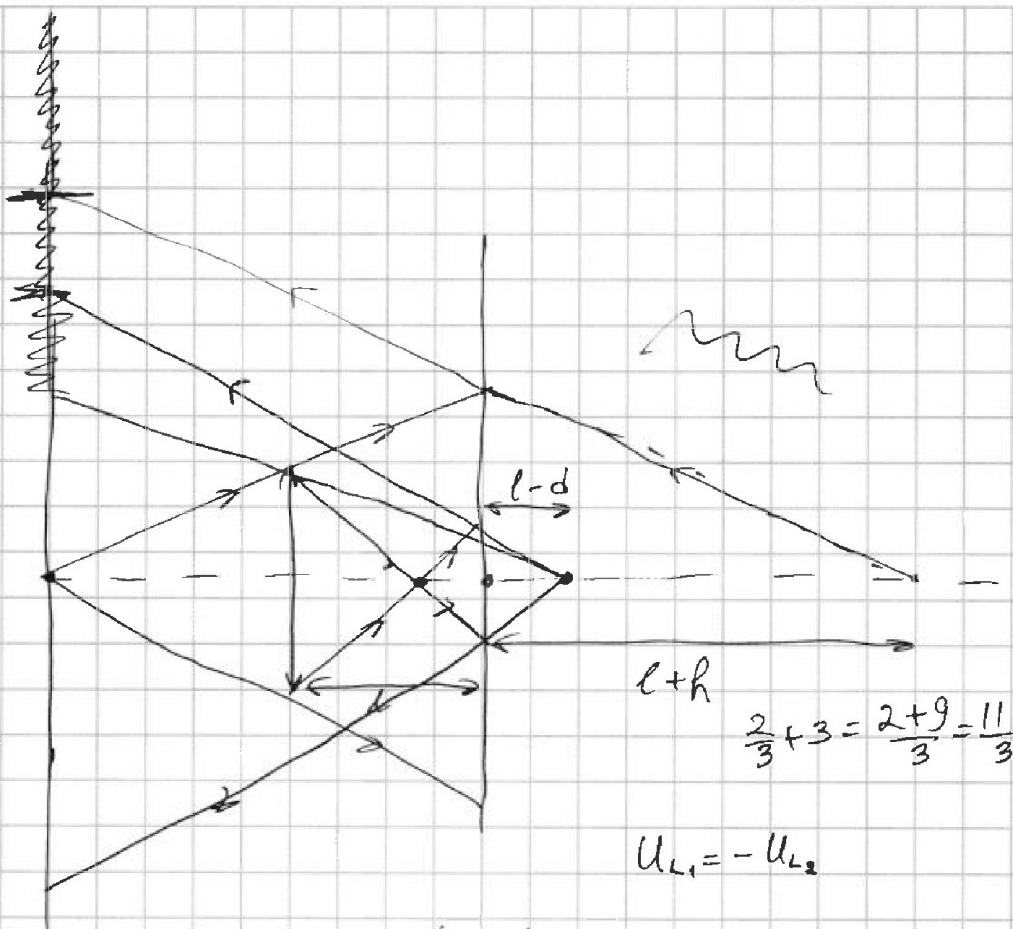
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
 r, R, Q, E
 $\varphi(\frac{5R}{6}) - ?$
 $E - ?$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 19 \\ + 6 \\ \hline 114 \\ - 2500 \\ 144 \\ \hline 2386 \end{array}$$



$$\frac{2}{3} + 3 = \frac{2+9}{3} = \frac{11}{3}$$

$$U_{L1} = -U_{L2}$$

$$E_i = - \frac{d\varphi}{dt} = S \cdot n \cdot \dot{\alpha}$$

$$\dot{\varphi} = L \dot{I}$$

$$E_i = |E_{i1}| + |E_{i2}| = \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 =$$

$$= n_1 S \frac{dB_1}{dt} + n_2 S \frac{dB_2}{dt}$$

$$L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = E_i = \frac{S}{dt} (n_1 dB_1 + n_2 dB_2)$$

$$(L_1 + L_2) dI = S (n_1 dB_1 + n_2 dB_2)$$

$$U_{L1} + U_{L2} = 0$$

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} = 0$$

$$E_i = L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} = \dot{I} (L_1 + L_2)$$

$$LNS = I \cdot 17L \quad \dot{I} = \frac{LNS}{17L}$$

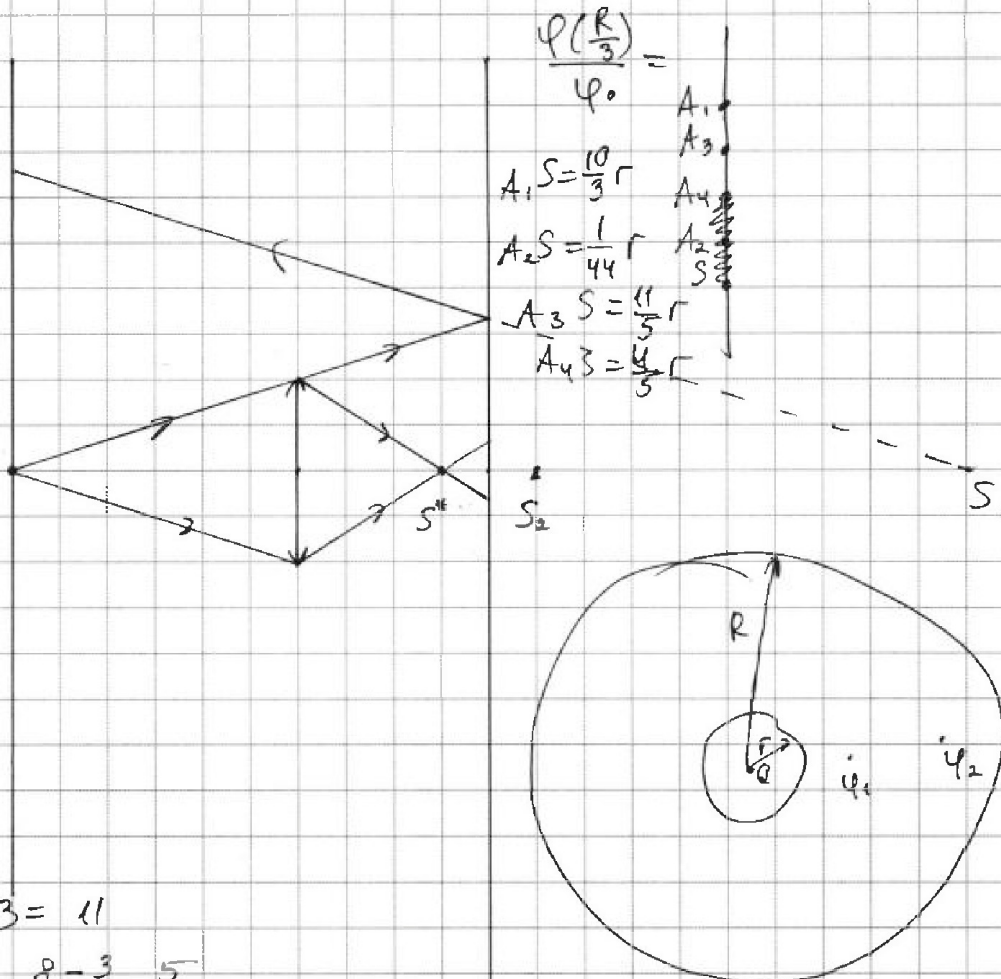


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$6+8-3=11$$

$$\frac{4}{3}-\frac{1}{2}=\frac{8-3}{6}=\frac{5}{6}$$

$$\varphi = \begin{cases} \frac{kq}{x}, & x < r \end{cases}$$

$$-\frac{3}{x^2} = -3 \cdot \left(-\frac{1}{x^3}\right) \cdot x$$

$$\frac{16}{9}$$

$$-\frac{1}{x}$$

$$E = \frac{kq}{\epsilon x^2}$$

$$U = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \frac{kq}{\epsilon} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = -\frac{kq}{\epsilon x}$$

$$\varphi_1 > \varphi_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

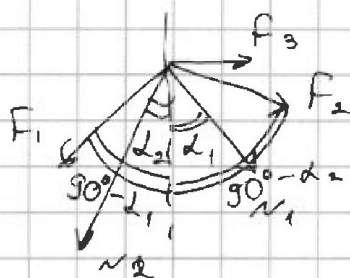
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_2 \leq \mu F_2 + 2mg \sin \alpha_2 = 2ma_2$$

$$F_2 = 2m \cdot \frac{g}{4} - 2mg \cdot \frac{5}{13} = 2mg \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{13} \right) =$$

$$= 2mg \frac{13-20}{4 \cdot 13} < 0$$

$$\frac{210}{161} = \frac{49}{49}$$



$$\frac{T_1}{T_3} = \frac{8 \cdot 12 p_0 V_0 \cdot \sqrt{R}}{\sqrt{R} \cdot 2 \cdot 14 V_0 p_0} = \frac{18}{7}$$

$$F_1 \sin(90^\circ - \alpha_1) + N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \sin(90^\circ - \alpha_2) - F_3 = 0$$

$$F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = F_3$$

$$F_3 = \frac{9}{25} mg \cdot \frac{4}{5} + mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} - \frac{7}{26} mg$$

$$F_1 \cos \alpha_1 + 2mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = F_3$$

$$F_3 =$$

$$\frac{9}{25} + \frac{30}{13} - \frac{21}{26} - \frac{39}{25} = \frac{60-21}{26} - \frac{30}{25} = \frac{39}{26} - \frac{6}{5} = \frac{3}{2} - \frac{6}{5} =$$

$$dU = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{p_0}{2V_0} V + 12p_0 \right) dV + \frac{3}{2} V \cdot \left(-\frac{p_0}{2V_0} dV \right) =$$

$$= -\frac{3p_0}{4V_0} V dV + 18p_0 dV - \frac{3p_0}{4V_0} V dV = -\frac{3}{2} \frac{p_0}{V_0} V dV + 18p_0 dV =$$

$$= 3p_0 dV \left(6 - \frac{V}{2V_0} \right) > 0 \quad 6 > \frac{V}{2V_0} \quad V < 12V_0$$

$$pV = \nu RT$$

$$T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{6p_0 \cdot 12V_0}{\nu R}$$

$$p_3 V_3 = \nu RT_3$$

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{2p_0 \cdot 14V_0}{\nu R}$$

$$V = 12V_0 \quad T = \max$$

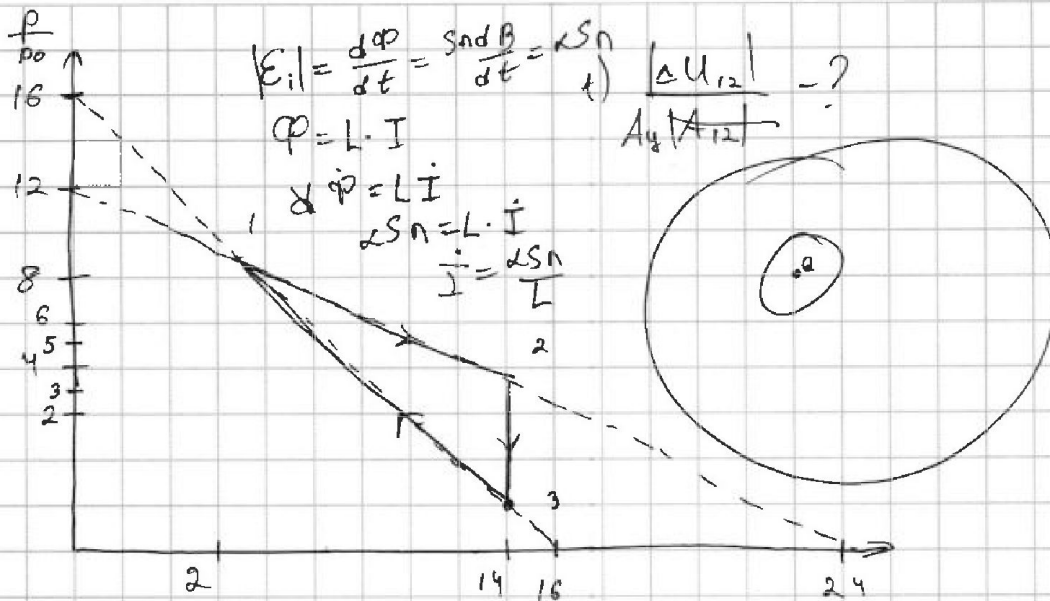
$$p = p(12V_0) = 6p_0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} |\Delta U_{12}| &= |U_2 - U_1| = \left| \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 \right| = \frac{3}{2} |p_2 V_2 - p_1 V_1| = \\ &= \frac{3}{2} |5p_0 \cdot 14V_0 - 8p_0 \cdot 8V_0| = \frac{3}{2} |70p_0 V_0 - 64p_0 V_0| = \\ &= \frac{3}{2} \cdot 6p_0 V_0 = 9p_0 V_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_4 = S_{\text{тр}} &= \frac{1}{2} \cdot (p_2 - p_3) \cdot (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} (5p_0 - 2p_0) \cdot (14V_0 - 8V_0) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3p_0 \cdot 6V_0 = 9p_0 V_0 \end{aligned}$$

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$\frac{|\Delta U_{12}|}{A_4} = 1$$

$$p_{12}(V_{12}) = kV + b$$

$$b = 12$$

$$\frac{p_{12}}{p_0} \left(\frac{V_{12}}{V_0} \right) = k \frac{V_{12}}{V_0} + b$$

$$\frac{p_{12}}{p_0} = 12 \quad 12 = 6, \quad 24 = 0 = 24 \frac{V_{12}}{V_0} + 12$$

$$p_{12} = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} \cdot V + 12p_0$$

$$dp = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} dV$$

$$dU = \frac{3}{2} \nu R dT$$

$$24k = -12 \quad k = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{p_{12}}{p_0} = -\frac{1}{2} \frac{V_{12}}{V_0} + 12$$

$$pdV + Vdp = \nu R dT \quad dU = \frac{3}{2} pdV + \frac{3}{2} Vdp$$