



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

d — шаг прогрессии.

$$d = \frac{a_5 - a_3}{2} = \frac{a_9 - a_5}{4}$$

$$3x^2 - (x^2 + 2x)^2 = 2((x^2 + 2x)^2 - 3x - 3)$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 - 2x - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -1 - \text{yg. } a_1 = -1, d = 0,5 \\ x = -1 - \sqrt{3} - \text{yg. } a_1 = 6\sqrt{3} - 4, d = 2 - \frac{3}{2}\sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3} - \text{yg. } a_1 = -4 - 6\sqrt{3}, d = 2 + \frac{3}{2}\sqrt{3} \end{array} \right.$$

Ответ: -1 или $-1 - \sqrt{3}$ или $-1 + \sqrt{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐

1

☒

2

☐

3

☐

4

☐

5

☐

6

☐

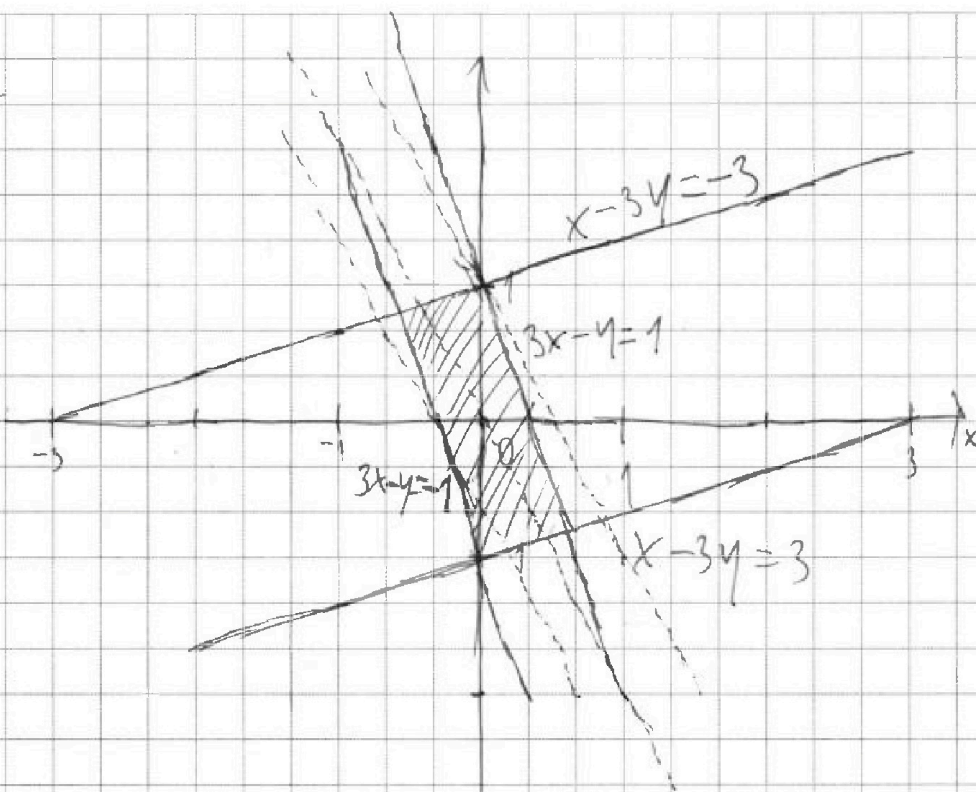
7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2



Затененная область - решение системы.

при увеличении a правая $4y + 8x = a$ сдвигается вправо. Путем проб и ошибок проводим несколько прямых этого семейства.

из чертежа видно, что $\max(a)$ достигается в точке $x=0, y=1$ и равняется 4.

Ответ: 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1 случай $A = 13p^2$:

$$m+n > 0, 13p^2 > 0 \Rightarrow m+n > 9.$$

Заметим, что $\frac{n+m}{n+m-9} \leq 10$, т.к. функция $\frac{x}{x-9}$ убывает при $x \geq 10$, а $m+n \geq 10$, т.к. $m+n$ — четн.,

$m+n > 9$. Возможны следующие варианты:

1.1) $m+n = 13p^2, m+n-9 = 1$ — невозм. т.к. $\frac{13p^2}{1} > 10$

1.2) $m+n = 13p, m+n-9 = p$ — невозм. т.к. $\frac{13p}{p} > 10$

1.3) $m+n = p^2, m+n-9 = 13$ — невозм. т.к. $p^2 = 13+9=22$

1.4) $m+n = 13, m+n-9 = p^2 \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$.

$$m+n-3 = 16 \Rightarrow 10mn = 45q^2$$

$$2mn = 15q^2. m+n = 13 \Rightarrow mn \leq 42 \Rightarrow q < 3. q \neq 2 \Rightarrow$$

$$q = 1.$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ mn = 30 \end{cases}$$

по обр.т. будет еще две пары $\subset$

множества по пересечению $\Rightarrow$ пары — $(10, 3); (3, 10)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 случая $B = 13p^2$:

$$m \cdot n(m+n-3) = 13p^2$$

$$m > 0, n > 0, 13p^2 > 0 \Rightarrow m+n > 3.$$

возможны сл. случаи:

2.1) $m=1$ (случай $n=1$ аналогичен)

$$n \cdot (n-2) = 13p^2$$

возможны сл. случаи:

2.1.1) $n=13p^2, n-2=1$. тогда $3=13p^2$ - нец.

2.1.2) $n=13p, n-2=p$. тогда $p+2=13p \Rightarrow p=\frac{1}{6}$ - нец.

2.1.3) $n=p^2, n-2=13$. тогда $p^2=15$ - нец.

2.1.4) $n=13, n-2=p^2$. тогда $p^2=11$ - нец.

2.2) $m=p$ ($n=p$ - аналогичен)

$$n(n+p-3) = 13p$$

возможны сл. случаи:

2.2.1) $n=1$, тогда $p-2=13p$ - нец.

2.2.2) $n=13$, тогда $p+10=p$ - нец.

2.2.3) $n=p$, тогда $2p-3=13 \Rightarrow p=8$ - нец.

2.2.4) $n=13p$, тогда $14p-3=1$ - нец.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2.3) m = 13$$

$$n(n+10) = p^2$$

возможны сл. подстановки

$$2.3.1) n = 1, \text{ тогда } n+10 = p^2 \Rightarrow 11 = p^2 - \text{невозм.}$$

$$2.3.2) n = p, \text{ тогда } n+10 = p \Rightarrow 10 = 0 - \text{невозм.}$$

$$2.3.2) n = p^2, \text{ тогда } n+10 = 1 \Rightarrow n = -9 - \text{невозм.}$$

$$2.4) m = 13p$$

$$n(n+13p-3) = p$$

$$n \geq 1, n+13p-3 > p - \text{невозм.}$$

$$2.5) m = p^2$$

$$n(n+p^2-3) = 13$$

возможны сл. подстановки:

$$2.5.1) n = 1, \text{ тогда } p^2 - 2 = 13 - \text{невозм.}$$

$$2.5.2) n = 13, \text{ тогда } p^2 + 10 = 1 - \text{невозм.}$$

$$2.6) m = 13p^2:$$

$$n(n+13p^2-3) = 1$$

$$n+13p^2-3 = 1 - \text{невозм.}$$

Ответ: $(10, 1); (3, 10)$.

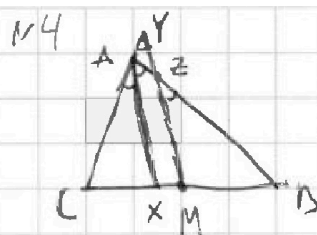


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle CYM = \angle CAX$ - как, соотв.

$\angle CAX = \angle BAX$ - биссектриса

$\angle YZA = \angle XAZ$ - внутр. лев.

Значит $\angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow AY = AZ = 6$

$$CY = 18 + 6 = 24$$

$$\frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CM} \text{ по т. подобия.}$$

$$\angle A = \angle C, \angle B = \angle A, \angle C = \angle B.$$

$$CM = \frac{a}{2}$$

$$CX/CB = b/c \Rightarrow CX/CB = \frac{b}{b+c} \Rightarrow CX = \frac{ab}{b+c}$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{2b}{b+c}$$

$$\frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{2b}{b+c}$$

$$5b = 3c$$

$$b = 18 \Rightarrow c = 30, \angle CAB = 2.$$

По Т Косинусов для $\triangle AYZ$: $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos(180 - 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$8^2 = 6^2 + 6^2 + 2 \cdot 36 \cdot \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{32}{36} - 1 = -\frac{1}{9}$$

По Т Косинусов для $\triangle ABC$: $b^2 + c^2 - 2bc \cos A = a^2$

$$18^2 + 30^2 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{1}{9} = a^2$$

$$a^2 = 324 + 900 + 120 = 1344$$

$$a = \sqrt{1344} = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N5 \quad \begin{cases} p = \sqrt{x}, q = \sqrt{y} \\ p \geq 0, q \geq 0 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$p^8 + 5p^4 + p = q^8 + 5q^4 + q$$

$$(p^4 - q^4)(p^4 + q^4) + 5(p^2 + q^2)(p^2 - q^2) + p - q = 0$$

$$(p - q)((p^4 + q^4)(p^2 + q^2)(p + q) + 5(p^2 + q^2)(p + q) + 1) = 0$$

$$p^4 + q^4 \geq 0, p^2 + q^2 \geq 0, p + q \geq 0, 1 > 0 \Rightarrow$$

правая скобка > 0 . Значит $p = q$, значит

$$y = x \geq 0.$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{x^2+5x+6}.$$

$$x \leq 6$$

$$-x^2 + 5x + 6 = (6-x)(x+1). \quad 6-x \geq 0, x+1 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\sqrt{-x^2+5x+6} = \sqrt{(6-x)(x+1)} = \sqrt{6-x} \cdot \sqrt{x+1}.$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} = t \\ t \geq 1, t \leq \sqrt{7} \end{cases}$$

$$t + \sqrt{7-t^2} + 5 = 2t\sqrt{7-t^2}$$

$$t + 5 = (2t-1)\sqrt{7-t^2}$$

$$t^2 + 10t + 25 = (4t^2 - 4t + 1)(7 - t^2)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^4 - 4t^3 + t^2 - 28t^2 + 28t - 7 + t^2 + 10t + 25 = 0$$

$$4t^4 - 4t^3 - 26t^2 + 38t + 18 = 0$$

$$2t^4 - 2t^3 - 13t^2 + 19t + 9 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Средств выдано 2 пункта на годке - $C_{81}^2 =$
 $= 81 \cdot 40$ (без учёта выдано). Знаем в этом
расчёте все средства кроме интерпретации
отрицательного центра посчитали 4-мил, и
сум. посчитали гланда. Всего таких средств
40, тогда же сум. - $80 \cdot 40$.

$$\frac{80 \cdot 40}{4} + \frac{40}{2} = 20 + 800 = 820$$

Ответ: 820.



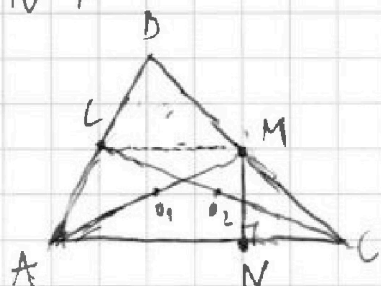
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7



$\square O_1$ — середина AM , O_2 — середина AL , O_1 — центр Ω , O_2 — центр ω .
 $PQ \perp O_1O_2$, т.к. $O_1P = O_1Q$ как радиусы

и $O_2Q = O_2P$ как радиусы $\Rightarrow$ обе точки на перпендикуляре. Т.к. заметим с центром в A и радиусом 2 $O_1 \rightarrow M$, и $O_2 \rightarrow X$: $XLAC$ — параллелограмм. $O_1O_2 \perp PQ \perp AC \Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$.

Значит и $XM \parallel AC$, но $XL \parallel AC$, т.к. параллелограмм $\Rightarrow X, L, M$ на 1 прямой $\Rightarrow LM \parallel AC \Rightarrow L$ — середина AB , т.к. средняя линия параллельна основанию. Тогда $BC = AC$, т.к. индексы — равны. $\angle ANM = 90^\circ$, т.к. отрезок на диаметре AM в окр. Ω

$$\square AC = CB = x, AB = y = 10, \angle BCA = \alpha$$

$$x = AN + NL = 8 + LM \cos \alpha = x \frac{\cos \alpha}{2} + 8$$

$$x \left(1 - \frac{\cos \alpha}{2}\right) = 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 = x^2 + x^2 + 2 \cdot x \cdot x \cos \gamma$$

$$50 = x^2(1 + \cos \gamma)$$

$$x(1 - \frac{\cos \gamma}{2}) = 8$$

$$x^2(2 - \cos \gamma) = 16x$$

$$50 + 16x = x^2 \cdot 3$$

$$3x^2 - 16x - 50 = 0$$

$$D = 16^2 + 4 \cdot 50 \cdot 3 = 856$$

$$x_{1,2} = \frac{16 \pm \sqrt{856}}{2 \cdot 3}$$

$$\sqrt{856} > 20, x > 0 \Rightarrow x = \frac{8}{3} + \frac{\sqrt{214}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{8 + \sqrt{214}}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3$$

0

$-3\sqrt{3}$

$-1,5$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

1

1

$3\sqrt{3} - (4 - 3\sqrt{3})$

$$a_9 = 3x^2$$

3

$12 - 6\sqrt{3}$

$6\sqrt{3} - 4$

$$2((x^2 + 2x)^2 - 3x - 3) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 - 3\sqrt{3}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2 + 2x + 2 \quad (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2)$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x^3 - x^2 - 2x - 2 = 0 \quad -3\sqrt{3} - (4 + 3\sqrt{3})$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \quad (-1 + \sqrt{3})^2 =$$

$$1 - 4 + 3 + 2 - 2$$

$$4 - 2\sqrt{3}$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1 \quad 4 - 6\sqrt{3}$$

$$x^4 + x^3$$

$$x^3 + 3x^2 - 2$$

$$3x^3 + 3x^2$$

$$3x^3 + 3x^2$$

$$x^2 + 2x - 2$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 \mid x+1$$

$$x^3 + x^2$$

$$x^2 + 2x - 2$$

$$2x^2$$

$$2x^2 + 2x$$

$$-2x - 2$$

$$4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$\frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} =$$

$$= -1 \pm \sqrt{3}$$

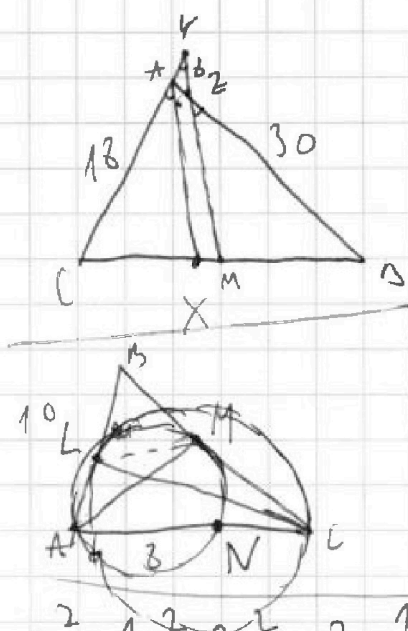


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AY \neq \text{ровн.}$

$$AY = 6$$

$$\frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$CL = \frac{ab}{b+c}$$

$$\frac{CL}{CM} = \frac{26}{b+c} = \frac{3}{4}$$

$$a^2 = 18^2 + 30^2 - 2 \cdot 18 \cdot 30 \cos \alpha =$$

$$\sqrt{4 \cdot 6}$$

$$120$$

$$8b = 36 + 3c$$

$$18$$

$$(20-2)(20-2) = 400 - 40 - 40 + 4 = 324$$

$$\left(\frac{11}{4}\right)^2 = \frac{121}{16} \quad c = 30$$

$$8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 36 \cos(180-\alpha)$$

$$64 - 36 - 36 = 2 \cdot 36 \cos \alpha$$

$$\frac{32}{36} - 1 = \cos \alpha$$

$$-\frac{4}{36} = \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{9}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 38 \\ \hline 38 \\ 304 \\ 114 \\ \hline 13444 \\ 18 \\ \hline 144 \\ 16 \\ \hline 324 \\ (40-2)^2 = 1600 - 160 + 4 \\ a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha = \\ c^2 \\ 4^3 \cdot 21 \\ 324 \\ \hline 1500 \\ 1224 \\ + 120 \\ \hline 13444 \\ 12 \\ \hline 14 \\ 12 \\ \hline 24 \\ 336 \\ 32 \\ \hline 16 \\ 184 \\ 121 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m+n-9)$$
$$m m (m+n-3) = 13p^2$$
$$162 - 54 -$$

$$1 \cdot m \cdot (m-2)$$

$$8 - 26 - 58 + 18 = m+n = 4$$

=

$$m m = 13p^2$$
$$\begin{array}{r} 2 \\ 13 \\ \geq 9 \\ \hline 117 \end{array}$$

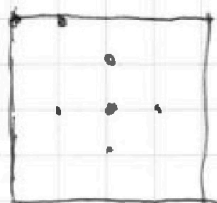
$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$
$$\begin{array}{cc} 11 & 11 \\ p & 13 \\ 11 & 11 \\ 13 & p^2 \end{array}$$

$$\frac{80 + 80 \cdot 2}{4} = 10.79 +$$
$$+ 40 =$$

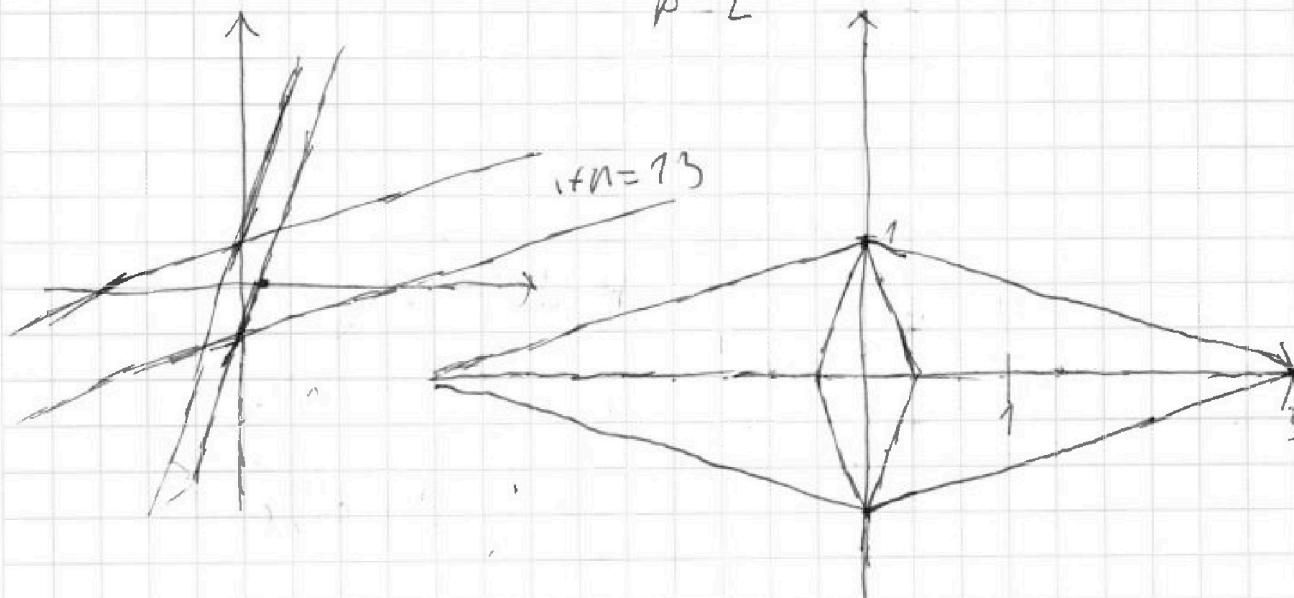
$$\frac{80}{4} = 20 \quad 830$$

$$|x-3y|=3$$

$$p \neq 3$$



$$p = 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☐

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N5 \quad \sqrt{x+1} = p, \sqrt{y+1} = q$$

$$\sqrt{p^2+1} + \sqrt{6-q^2} + 5 = 2\sqrt{6+5p^2-q^2}$$

$$\begin{cases} p^8 + 5p^4 + p = q^8 + 5q^4 + q \end{cases}$$

$$(p-q)(1+(p+q)(p^2+q^2) + (p+q)(p^2+q^2)(p^4+q^4)) = 0$$

$$p=q$$

$$(p+q)(p^2+q^2)(1+p^4+q^4) = -1$$

$$\text{Но } p, q > 0 \Rightarrow p+q > 0, p^2+q^2 > 0, p^4+q^4+1 > 0$$

$$\text{значит } p=q \Rightarrow x=y \geq 0.$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(6-x)(x+1)}$$

$$x \in [0, 6]. \quad \text{Пусть } t = \sqrt{x+1}, \quad t \in [1; \sqrt{7}]$$

$$t + \sqrt{4-t^2} + 5 = 2\sqrt{t(7-t^2)}$$

$$t^2 + 4 - t^2 + 5 = 11$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

