



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1 Дана прогрессия ищем  $\log \{a_i\}, i=1, 2, \dots$

$$\text{Пусть } \begin{cases} a_3 = 3x+3 \\ a_5 = (x^2+2x)^2 \\ a_9 = 3x^2 \end{cases}$$

Пусть разность данной прогрессии - d

$$\begin{aligned} a_5 &= a_3 + 2d = 3x+3 + 2d \\ a_9 &= a_3 + 6d = 3x+3 + 6d \end{aligned}$$

Заменим по формуле:

$$\begin{cases} (x^2+2x)^2 + 3x+3 = 2d \\ 3x^2 - 3x - 3 = 6d \end{cases} \quad \begin{cases} (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = 2d \\ x^2 - x - 1 = 2d \end{cases} \Leftrightarrow (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x - 2 - x^2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$\begin{aligned} D &= 4 + 8 = 12 \\ x &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Проверим каждый из вариантов:

$$1) x = -1$$

$$a_3 = -3 + 3 = 0 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$a_5 = (1-2)^2 = 1$$

$$a_9 = 3$$

$$a_9 = a_3 + 6d = 0 + 3 = 3$$

$$2) x = -1 + \sqrt{3}$$

$$a_3 = -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3}$$

$$a_5 = x^2(x+2)^2 = (1+\sqrt{3})^2(1+\sqrt{3})^2 = 16$$

$$a_9 = 3(-1+\sqrt{3})^2 = 3(4-2\sqrt{3}) = 12-6\sqrt{3}$$

$$a_9 = 3\sqrt{3} + \frac{6(4-3\sqrt{3})}{2} = 3\sqrt{3} + 12 - 9\sqrt{3} = 12-6\sqrt{3}$$

$$3) x = -1 - \sqrt{3}$$

$$a_3 = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_5 = x^2(x+2)^2 = (-1-\sqrt{3})^2(-\sqrt{3}+1)^2 = (1+\sqrt{3})^2(1-\sqrt{3})^2 = 4$$

$$a_9 = 3x^2 = 3(-1-\sqrt{3})^2 = 3(4+2\sqrt{3}) = 12+6\sqrt{3}$$

$$a_9 = a_3 + 6d = -3\sqrt{3} + 3(4+3\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} + 12 + 9\sqrt{3} = 12+6\sqrt{3}$$

Ответ: ~~1; -1; -1+sqrt(3)~~  $-1-\sqrt{3}; -1; -1+\sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2  $\max(4y+8x) = ?$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

т.к. обе части обеих неравенств неотрицательны, можем сделать равносильный переход:

$$\begin{cases} (x-3y)^2 \leq 3^2 \\ (3x-y)^2 \leq 1^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3y-3)(x-3y+3) \leq 0 \\ (3x-y-1)(3x-y+1) \leq 0 \end{cases} **$$

\*: 1)  $\begin{cases} x-3y-3 \leq 0 \\ x-3y+3 \geq 0 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} x-3y-3 \geq 0 \\ x-3y+3 \leq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \geq 3 \\ x-3y \leq -3 \end{cases}$$

- таково быть не может

$$\boxed{-3 \leq x-3y \leq 3}$$

\*\* 1)  $\begin{cases} 3x-y-1 \leq 0 \\ 3x-y+1 \geq 0 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 3x-y-1 \geq 0 \\ 3x-y+1 \leq 0 \end{cases}$

- таково быть не может

$$\begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\boxed{-1 \leq 3x-y \leq 1}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases}$$

Поскольку ограничили  $x$  и  $y$ :

1)  $x$ :  $\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases}$

2)  $y$ :  $\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases}$

сложим:

$$\begin{cases} -6 \leq -8x \leq 6 \\ -6 \leq 8x \leq 6 \end{cases}$$

2)  $y$ :  $\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \quad | \cdot (-3) \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} -9 \leq -3x+9y \leq 9 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -10 \leq 8y \leq 10 \\ -5 \leq 4y \leq 5 \end{cases}$$

сложим

$$\begin{cases} -6 \leq 8x \leq 6 \\ -5 \leq 4y \leq 5 \end{cases}$$

$$-11 \leq 8x+4y \leq 11 \Rightarrow \max(8x+4y) = 11$$

Докажем, что такое значение действительно достигается:

например, при  $x = \frac{3}{4}$ ;  $y = \frac{5}{4}$  в-первых:  $8x+4y = \frac{8 \cdot 3}{4} + \frac{4 \cdot 5}{4} = 6+5=11$

$|x-3y| = |\frac{3}{4} - \frac{15}{4}| = |-\frac{12}{4}| = 3$  - верно, удовлетворяет

$|3x-y| = |\frac{9}{4} - \frac{5}{4}| = |\frac{4}{4}| = 1$  - верно, удовлетворяет

(ответ) 11, пример:  $x = \frac{3}{4}$ ;  $y = \frac{5}{4}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3  $\begin{cases} A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \\ B = m^2n + mn^2 - 3mn \end{cases} \quad \begin{cases} A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) \\ B = mn(m+n-3) \end{cases}$

Рассмотрим разные случаи четности  $m$  и  $n$ :

1)  $\begin{cases} m - \text{чет} \\ n - \text{чет} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m+n) - \text{чет} \Rightarrow A - \text{чет} \\ m \cdot n - \text{чет} \Rightarrow B - \text{чет} \end{cases}$

2)  $\begin{cases} m - \text{чет} \\ n - \text{нечет} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m+n-9) - \text{чет} \Rightarrow A - \text{чет} \\ m \cdot n - \text{чет} \Rightarrow B - \text{чет} \end{cases}$

3)  $\begin{cases} m - \text{нечет} \\ n - \text{чет} \end{cases}$  Аналогично с 2)  $A$  и  $B$  четные

4)  $\begin{cases} m - \text{нечет} \\ n - \text{нечет} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m+n) - \text{чет} \Rightarrow A - \text{чет} \\ m \cdot n(m+n-3) - \text{нечет} \Rightarrow B - \text{нечет} \end{cases}$

Обозначим:  $t = m+n$ ,  $v = mn$ ,  $\begin{cases} t > 0 \\ v > 0 \end{cases}$

Тогда подставим данные случаи на 2 группы:

а) это 1), 2), 3) при этом в обеих группах  $A$  - чет, а  $m \cdot n$   $\begin{cases} A = 13p^2 \\ A = 75q^2 \end{cases} \Rightarrow A$  содержит нечетное число множителей

$\begin{cases} A = 13p^2 \\ A = 75q^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 2 \\ q = 2 \end{cases}$

а) 1)  $A = 13p^2$ , при этом  $B:2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2$   
 $\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4 \\ mn(m+n-3) = 75 \cdot 4 \end{cases}$

$\begin{cases} t^2 - 9t - 52 = 0 \\ v(t-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 13 \\ v(t-3) = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 13 \\ v \cdot 10 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \end{cases}$

$\begin{cases} t = 13 \\ v = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = 13 \\ mn = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m,n) = (3,10) \\ (m,n) = (10,3) \end{cases}$  Проверим, что эти случаи возможны:

1)  $m=3, n=10$   $\begin{cases} A = 13 \cdot 4 = 52 = 13 \cdot 2^2 \\ B = 3 \cdot 10 \cdot 10 = 75 \cdot 2^2 \end{cases}$  верно ✓

2)  $A = 75q^2$ , при этом  $B:2 \Rightarrow p:2 \Rightarrow q=2$   
 $\begin{cases} t(t-9) = 75 \cdot 4 \\ (t-3) \cdot v = 52 \end{cases}$

2)  $m=10, n=3$   $\begin{cases} A = 13 \cdot 4 = 52 = 13 \cdot 2^2 \\ B = 3 \cdot 10 \cdot 10 = 75 \cdot 2^2 \end{cases}$  верно ✓

$\Rightarrow D$  не целое, целых корней нет.  
м.к.  $t^2 - 9t - 300 = 0$  с целыми корнями  $\Rightarrow$  не существует

Этих случаев нет





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

б) 1)  $\Delta = 13^2$  аналогично с а) 1)  $\begin{cases} t = 13 \\ t = -4 \end{cases}$   
 $q \neq 2, q/2$

$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=0=45 \cdot q^2 \end{cases}$   ~~$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=0 \end{cases}$~~   
↑  
невозм. 2  $\Rightarrow$  ответа нет  $\Rightarrow \emptyset$

2)  $\Delta = 75q^2 = 75 \cdot 4$   
аналогично с а) 2)  $t^2 - 9t - 75 \cdot 4 = 0$   
Этот случай невыполним

Рассмотрим все случаи: ответ  $(3; 10); (10; 3)$

ответ:  $(3; 10); (10; 3)$



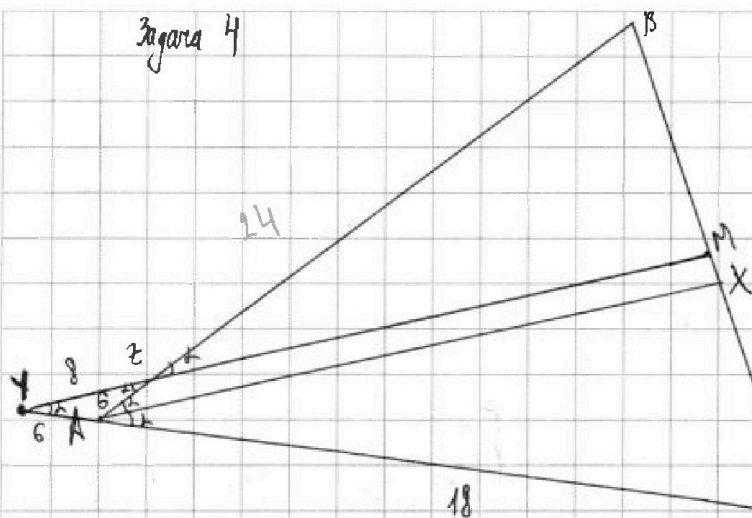
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



1) По теореме Менелая для  $\triangle ABC$  и прямой  $XM$ ,  $XM \cap AB = Z$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{YA}{XA+AC} = 1$$

$$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{YA}{YA+18} = 1$$

2) Пусть  $\angle A = 2h \Rightarrow \angle BAZ = \angle CAZ = h$   
т.к.  $YM \parallel AX$  (по условию)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAZ = \angle BZM$  — соответственные

$\angle BZM = \angle AZY = h$  — вертикальные

$\angle BAC + \angle BAZ = 180^\circ$  — смежные  $\Rightarrow \angle BAZ = 180^\circ - 2h$

По теореме о сумме углов  $\triangle YAZ$ :  $\angle YZ = 180^\circ - \angle BAZ - \angle AZY = 180^\circ - 180^\circ + 2h - h = h$   
 $\Rightarrow \triangle YAZ$  — равнобедренный ( $\angle YZ = \angle AZY = h$ )  $\Rightarrow AZ = AY = 6$

3) Вернемся к 1)  $\frac{BZ}{8} \cdot \frac{6}{24} = 1$

$$BZ = 24 \Rightarrow AB = 30$$

4) По теореме косинусов для  $\triangle YAZ$ :

$$\frac{AY}{\sin h} = \frac{YZ}{\sin(180^\circ - 2h)}$$

$$\sin(180^\circ - 2h) = \sin 2h = 2 \sin h \cos h$$

$$\frac{6}{\sin h} = \frac{8}{2 \sin h \cos h}$$

$$6 = \frac{4}{\cos h}$$

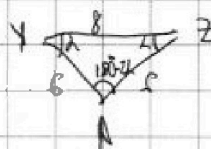
$$\cos h = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2h = 2 \cos^2 h - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

5) Запишем теорему косинусов для  $\triangle ABC$ :  $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2h \Rightarrow$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 18 = 30^2 + 18^2 + 4 \cdot 30 = 30 \cdot 34 + 18^2 = 3(10 \cdot 34 + 18 \cdot 6) = 6(10 \cdot 17 + 18 \cdot 3) = 6(170 + 54) = 6 \cdot 224 = 6 \cdot 2^5 \cdot 7 = 3 \cdot 2^6 \cdot 7 \approx 8 \cdot 10^3$$

$$BC = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } BC = 8\sqrt{21}$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☒ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5  $\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & 1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & 2) \end{cases}$

Рассмотрим 2):  $(y^4 - x^4) + 5(y^2 - x^2) + (\sqrt{y} - \sqrt{x}) = 0$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + (\sqrt{y} - \sqrt{x}) = 0$$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + 1 = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{y} - \sqrt{x} = 0 \\ (\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + 1 = 0 \end{cases}$$

Заметим, что  $\begin{cases} \sqrt{x} \geq 0 \\ \sqrt{y} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0 \\ x+y \geq 0 \\ x^2+y^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + 1 \geq 1 \neq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{y} - \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{y} = \sqrt{x} \Leftrightarrow x=y \end{cases}$$

Подставим  $y=x$  в 1):  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$

Заметим, что  $\sqrt{(x+1)} \cdot \sqrt{6-x} = \sqrt{6x-x^2+6-x} = \sqrt{6+5x-x^2}$

Пусть  $\sqrt{(x+1)} = a, a \geq 0, \sqrt{6-x} = b, b \geq 0$

Заметим, что  $a^2 + b^2 = x+1 + 6-x = 7$

Заметим систему:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ a^2 + b^2 + 5 = 2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 + 2ab = 7 \\ a-b + 5 = 2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0 \\ (a-b) + 5 = 2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = -2 \\ a-b = 1 \\ (a-b) + 5 = 2ab \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 5

Рассмотрим а)

$$\begin{cases} a-b=-2 \\ -2+5=2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=-2 \\ 3=2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b-2 \\ 3=2b(b-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b-2 \\ 2b^2-4b-3=0 \end{cases}$$

$$D=16+6\cdot 4=40$$

$$b=\frac{4\pm 2\sqrt{10}}{4}=1\pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\begin{cases} b_1=1-\frac{\sqrt{10}}{2} < 0 \\ b_2=1+\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \quad \phi$$

$$\sqrt{6-x}=1+\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$6-x=1+\frac{10}{4}+\sqrt{10}$$

$$6-x=\frac{14}{4}+\sqrt{10}$$

$$x=\frac{5}{2}-\sqrt{10}$$

еще подставить, чтобы проверить:

$$\sqrt{\frac{7}{2}-\sqrt{10}}-\sqrt{\frac{7}{2}+\sqrt{10}}+5 \stackrel{?}{=} \sqrt{\frac{49-40}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{7}{2}-\sqrt{10}}-\sqrt{\frac{7}{2}+\sqrt{10}}+5 \stackrel{?}{=} 3$$

$$\sqrt{\frac{7}{2}-\sqrt{10}}-\sqrt{\frac{7}{2}+\sqrt{10}} \stackrel{?}{=} -2$$

$$\sqrt{\frac{7}{2}+\sqrt{10}}-\sqrt{\frac{7}{2}-\sqrt{10}} \stackrel{?}{=} 2$$

а это б точно неверно

Или так, что  $\sqrt{6-x} \geq 0$

$$6-x \geq 0$$

$$x \leq 6$$

$$\text{получили } x=\frac{5}{2}-\sqrt{10}$$

$$\text{покажем, что } \frac{5}{2}-\sqrt{10} < 6 \Rightarrow$$

$$x=\frac{5}{2}-\sqrt{10} \text{ - подходит.}$$

Рассмотрим б)

$$\begin{cases} a-b=1 \\ -1+5=2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ ab=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b+1 \\ b^2+b-3=0 \end{cases}$$

$$D=1+12=13$$

$$b=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{cases} b_1=\frac{-1+\sqrt{13}}{2} > 0 \\ b_2=\frac{-1-\sqrt{13}}{2} < 0 \end{cases} \quad \phi$$

$$\Rightarrow \sqrt{6-x}=\frac{1+3-2\sqrt{13}}{4}=\frac{4-\sqrt{13}}{2}$$

$$6-x=\frac{16}{4}-\frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$x=\frac{5+\sqrt{13}}{2}=2.5+\frac{\sqrt{13}}{2} < 2.5+2=4.5 < 6$$

подходит

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5}{2}-\sqrt{10}; \frac{5}{2}-\sqrt{10}\right); \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

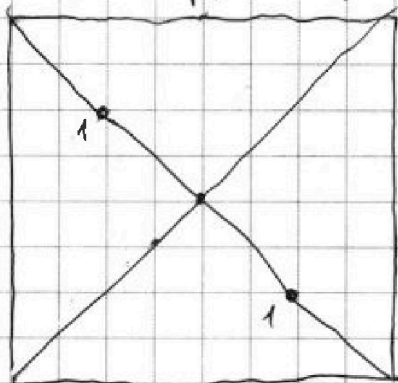
СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 Заменяем, что при повороте может дополнительно получиться 1 или 3 изображения: Всего узлов  $9 \cdot 9 = 81$

1) +1 изображение: так будет только, если точки раск. на главной диагонали симметрично по разные стороны от центра:



Например, так

Всего узлов на главных диагоналях 17

Всего такие узлы можно выбрать:  $\frac{17-1}{2} = 4$  способами

Делим на 4 т.к. не важно какую из главных диагоналей мы выбираем и не важно по какую сторону от центра точку мы выбираем первой

Вторая точка выбирается единственно образом.

2) +3 изображения:

а) одна из точек на диагонали (но не в центре):  $\frac{17-1}{4} \cdot \frac{64}{4} = 64$  способов. Другая точка тоже не в центре

Аналогично, как в 1) первую точку выбираем 4 способами, вторую 64, т.к. не делим на 4, т.к. вторая точка при повороте переходит в 3 другие.

Еще в центре, то  $4-1=4$ , т.к. центральная точка не переходит в другие

б) ни одна из точек не находится на диагонали (тогда не на диагонали)

1) одна из точек в центре:  $1 \cdot \frac{64}{4} = 16$  способов

2) ни одна точка в центре:  $\frac{64 \cdot 63}{2} = 2016$  способов

Итого:  $4 + 64 + 4 + 16 + 1008 = 1024 + 72 = 1096$  способов

ответ: ~~1096~~ 2104 способа



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & 1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & 2) \end{cases}$$

Рассмотрим 2):  $(y^4 - x^4) + 5(y^2 - x^2) + (\sqrt{y} - \sqrt{x}) = 0$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + (\sqrt{y} - \sqrt{x}) = 0$$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})((\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + 1) = 0$$

Заметим, что  $\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$  и  $\sqrt{y} \geq 0, \sqrt{x} \geq 0$

$$\begin{cases} -\sqrt{x} + \sqrt{y} = 0 \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$1) \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{0} \geq 0$$

$$2) x+y \geq 0$$

$$3) x^2 + y^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1 \geq 1 \neq 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \Leftrightarrow x = y \Rightarrow \text{подставим в 1)}$$

подставим 1)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$

$y=x$

Заметим, что  $\sqrt{x+1}\sqrt{6-x} = \sqrt{x-x^2+6-x} = \sqrt{6+5x-x^2}$

Пусть  $\sqrt{x+1} = a, \sqrt{6-x} = b$   
 $a \geq 0, b \geq 0$

Заметим, что  $x+1+6-x = 7$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)+5=2ab \\ (a-b)^2+2ab=7 \end{cases}$$

$$\frac{2+\sqrt{10}}{2}$$

$$x+1 = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2} - 2$$

$$x = \frac{\sqrt{10}}{2} - 1$$

$$x+1 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2} - 1\right)^2$$

$$x = \frac{5}{2} - \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)+5=2ab \\ (a-b)^2-(a-b)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)+5=2ab \\ (a-b)(a-b-1)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)+5=2ab \\ a=b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)+5=2ab \\ (a-b)^2+(a-b)-2=0 \end{cases}$$

$$a=b$$

$$0+5=2a^2$$

$$2a^2=5$$

$$a^2=\frac{5}{2}$$

$$a=b=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$a=b-2$$

$$3=2ab$$

$$a=b-2$$

$$3=2(b-2)b$$

$$a=b-2$$

$$2b^2-4b-3=0$$

$$b=\frac{4 \pm \sqrt{16+24}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{2} = 2 \pm \sqrt{10}$$

$$x+1 = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$a=b-2$$

$$3=2ab$$

$$a=b-2$$

$$3=2(b-2)b$$

$$a=b-2$$

$$3=2b^2-4b$$

$$a=b-2$$

$$2b^2-4b-3=0$$

$$a=b-2$$

$$2b^2-4b-3=0$$

$$a=b-2$$

$$2b^2-4b-3=0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

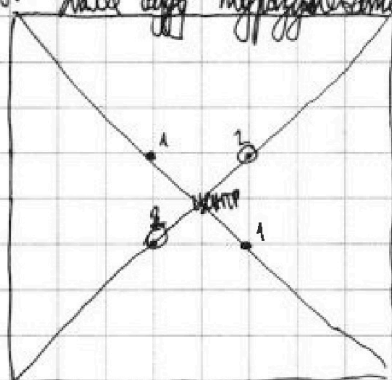
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. Заметим, что при повороте раскраска может перейти либо в 3 группы, либо в 1 группу. Всего узлов  $9 \cdot 9 = 81$ .  
Далее будем рассуждать так: под "диагональю" только только диагональ. Это происходит, когда мы выбираем два узла так, что они лежат на одной диагонали или на разных сторонах от центра.



Например, как на картинке  $1 \rightarrow 2$ . Считаем, что узлы, лежащие на диагонали, всего находится  $8+8=16$  узлов.

$$\text{Итого способов} = \frac{(9-1) \cdot 4}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$$

Почему так? Сначала мы выбираем первый узел: при этом мы можем раскрасить только одну из 2 диагоналей: способов  $\frac{9}{2} = 8$ .

Вторую точку выбираем на другой стороне или точке 4. И т.д. как не важен порядок выбора, делим на 2.  
Итого: 16

В 3 группы: 1) одна из точек на диагонали (но не в центре): 16 способов выбрать первую точку, вторая точка уже не на диагонали (может быть в центре):  $81 - 16 = 65$ .  
Итого:  $\frac{65 \cdot 16}{2} = 65 \cdot 8 = 520$

2) ни одна из точек не на диагонали: первую точку выбираем  $81 - 16 = 65$  способами, вторую 84 способами: итого  $\frac{65 \cdot 64}{2} = 65 \cdot 32 = 2080$

Значит всего  $2080 + 520 + 16 = 2616$  способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 65 \\ 40 \\ \hline 2600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 65 \\ 32 \\ \hline 130 \\ + 195 \\ \hline 2080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 2080 \\ 520 \\ \hline + 2600 \\ 16 \\ \hline 2616 \end{array}$$

$$65:40$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$a = \frac{-1 + \sqrt{13} + 2}{2} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x+1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x+1 = \frac{1+1+2\sqrt{13}}{4} = \frac{2+2\sqrt{13}}{4} = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} - 1$$

$$\sqrt{\frac{4+\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{12-5\sqrt{13}}{2}} + 5 =$$

$$= \sqrt{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} + 5$$

$$2\sqrt{\frac{49-13}{24}} = 6$$

$$\sqrt{\frac{4+\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} = 1$$

$$7 - 2\sqrt{6} = 1$$

$$a = b+1$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ ab=3 \end{cases} \quad b^2+b-3=0$$

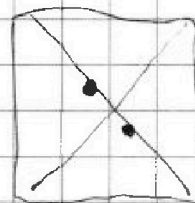
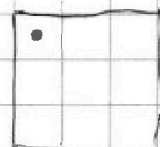
$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ (a-b)^2+2ab=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a-b=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ (a-b)^2+2ab=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2+(a-b)-2=0 \\ ab=3 \end{cases}$$



$$a = b+1$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{}$$

$$\begin{cases} a-b+5=2ab \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2+2ab=7 \\ \sqrt{13} \end{cases}$$

$$(a-b)^2+(a-b)+5=7$$

$$(a-b)^2+(a-b)-2=0$$

$$\sqrt{13} = 7$$





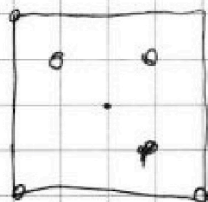
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 5



2+

$$1 - \frac{\sqrt{10}}{2} = 0$$

2

$\sqrt{10}$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ 3 = 2ab \end{cases} \quad \begin{cases} a = b - 2 \\ 3 = 2b(b - 2) \end{cases} \quad \begin{cases} a = b - 2 \\ 2b^2 - 4b - 3 = 0 \end{cases}$$

$$D = 16 + 64 = 80$$

$$b = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4}$$

$$6 - x = \left(1 - \frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2$$

$$6 - x = 1 + \frac{10}{4} - \sqrt{10}$$

$$6 - x = \frac{19}{4} - \sqrt{10}$$

$$x = \frac{5}{2} + \sqrt{10}$$

x=2

$$\sqrt{\frac{19}{4} + \sqrt{10}} - \sqrt{\frac{19}{4} - \sqrt{10}} + 5 = 2\sqrt{\frac{49}{4} + 10}$$

$$\sqrt{\frac{19}{4} + \sqrt{10}} - \sqrt{\frac{19}{4} - \sqrt{10}} = -2 \quad 2\sqrt{\frac{9}{4}}$$

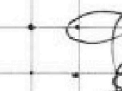
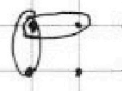
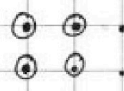
$$\frac{19}{4} - \sqrt{10} + \frac{19}{4} - \sqrt{10} = 4$$

5

$$\frac{19}{4} - \sqrt{10} + \frac{19}{4} - \sqrt{10} - 2\sqrt{\frac{49}{4} + 10}$$

~~4-2-3~~

~~2~~



3-3

~~2~~

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 63 \\ 16 \\ \hline 378 \\ 63 \\ \hline 1008 \end{array}$$

$$16.64$$

$$\begin{array}{r} + 1024 \\ 74 \\ \hline 1096 \end{array}$$

$$\begin{matrix} b_1 = 2 \\ b_2 = -1 \end{matrix}$$

$$\sqrt{6-x} = 4$$

$$x = 2$$

$$\sqrt{3}$$

$$\begin{matrix} b = -1 \\ a = -2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 4 = 2ab \\ ab = 2 \end{matrix}$$

$$b(b-1) = 2$$

$$b^2 - b - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2032 \\ + 72 \\ \hline 3104 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 122 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 762 \\ \times 127 \\ \hline 2032 \end{array}$$

$$16(1+126) \times 127$$

$$\begin{array}{r} 1096 \\ \times 1008 \\ \hline 3004 \end{array}$$

$$9.9$$

$$81.80$$

$$b = 2a^2 - 4$$

$$7 = \frac{a^2}{2}$$

$$x = \frac{a}{2}$$

$$\sqrt{a+2}$$

$$\sqrt{a+2}$$

$$4\left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

$$a(a-3) = a^2 - 3a = 4x^2 + 1 + 4x^3 + 2x^2 + 4x - 3 = 4x^3 + 6x^2 + 5x - 2$$

$$-3x^2 - 6x - 3 = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$x-3y = 3 \mid -3$$

$$3x-y = -1$$

$$\begin{cases} 3x-9y=9 \\ 3x-y=-1 \end{cases}$$

$$-8y=8$$

$$y=-1$$

$$x = y = \frac{-1+y}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{11}{2} - \frac{11}{12} = \frac{11}{6}$$

$$\frac{6+\frac{15}{2} - \frac{9}{4}}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$(a-b)^2 + 2ab = 5$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{9}{2}} + 5$$

$$\frac{6+\frac{15}{2} - \frac{9}{4}}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{11}{6} - \frac{3 \cdot 11}{12} = \frac{11}{6} - \frac{11}{4} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{11}{12} \leq 3$$

$$y=0$$

$$2x = \frac{11}{4}$$

$$x = \frac{11}{8}$$

$$\frac{11}{12} + \frac{11}{6} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4}$$

$$2x-9 =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 133 \\ 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 41 \\ \hline 164 \\ 164 \\ \hline 1681 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 41 \\ \hline 164 \\ 164 \\ \hline 1681 \end{array}$$

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 12$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 25 \\ \hline 1281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 4 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9 \cdot 9 + 75 \cdot 4 \\ 3(27 + 25 \cdot 4) = \\ = 3 \cdot 127 \end{array}$$

$$-\frac{27}{8} + \frac{3 \cdot 9}{4} - 2$$

$$-27 + 54 - 16$$

$$-8 + 12 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{l} \frac{3}{2} \\ -1 + 3 - 2 = 0 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 3 & 0 & -2 \\ \hline -2 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{l} (x^3 + 3x^2 - 2) : (x+1) \\ \underline{x^3 + x^2} \phantom{-2} \\ 2x^2 + 2x \phantom{-2} \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$q_3 = 3x+3$$

$$q_5 = (x^2 + 2x)^2 = 3x+3+2d$$

$$q_9 = 3x^2 = 3x+3+6d$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x^2 = 3x+3+2d$$

$$\begin{array}{l} A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2 \\ B = m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (m+n)^2 - 9(m+n) = 13p^2 \\ (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \end{array}$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2 = 5^2 \cdot 3q^2$$

$$m+n > m+n-9$$

$$\begin{array}{l} 9^2 + 16 \cdot 75 = \\ = 3(27 + 16 \cdot 25) = 3 \cdot 427 \\ 3 \cdot 5 \cdot 9 \end{array}$$

$$\begin{cases} m+n = 13p^2 & 25 \\ m+n-9 = 1 \end{cases}$$

$$a_5 = \frac{a_9 + a_1}{2}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = \frac{3x+3+6d+3x+3-2d}{2}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = \frac{6x+6+4d}{2} = 3x+3+2d$$

$$\begin{array}{l} (x^2 + 2x)^2 - 3x - 3 = 2d \\ 3x^2 - 3x + 3 = 6d \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^2(x+2)^2 - 3(x+1) = 2d \cdot 3 \\ 3(x^2 - x - 1) = 6d \end{array}$$

$$3x^2(x+2)^2 - 9(x+1) = 3(x^2 - x - 1)$$

$$x^2(x+2)^2 - 3(x+1) = x^2 - x - 1$$

$$x^2(x+2)^2 - x^2 = 3(x+1) - (x+1) \quad 85$$

$$x^2(x^2 + 4x + 3) = 2(x+1)$$

$$x^2(x+1)(x+3) - 2(x+1) = 0 \quad B = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{4}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x = -1$$

$$16 + 24 = 40$$

$$B = 1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_3 = a_1' &= 3x+3 \\ a_5 = a_3' &= (x^2+2x)^2 = 3x+3+2d \\ a_7 = a_5' &= 3x^2 = 3x+3+6d \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - (x^2+2x)^2 = 4d \\ 3x^2 - 3x - 3 = 6d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - (x^2+2x)^2 = 4d \\ x^2 - x - 3 = 2d \end{cases} \quad | \cdot 2$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - (x^2+2x)^2 &= 2x^2 - 2x - 2 \\ x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 2x + 2 &= 0 \\ x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 2$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 3x - 3 &= 6d \\ (x^2+2x)^2 - 3x - 3 &= 2d \quad | \cdot 2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 1 = 2d \\ (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = 2d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x - 1 &= (x^2+2x)^2 - 3x - 3 \\ x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x - 2 - x^2 + x + 1 &= 0 \\ x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} x^4 & 4 & 3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$16 + 16 + 3\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} D &= 4 + 8 = 12 \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 3\sqrt{5} \\ x &= \frac{-3\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 16 + 3\sqrt{5} \\ x &= \frac{-3\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

$$a_3 = -\sqrt{5} - \sqrt{5} + 3 = -3\sqrt{5}$$

$$a_5 = 3(1+\sqrt{5})^2 = 3 + 6\sqrt{5} + 15 = 18 + 6\sqrt{5}$$

$$a_7 = (x(x+2))^2 = (1+\sqrt{5})^2(-\sqrt{5}+1)^2 =$$

$$(1-5)^2 = 16$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + S = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$x^4 - y^4 = S(y^2 - x^2) + (\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = S(y^2 - x^2) + (\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

$$0 = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + S(x+y)(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})$$

$$0 = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) - S(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1$$

$$\sqrt{y} = \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2) = -1$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + S = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$-3\sqrt{3}$$

$$12 + 6\sqrt{3}$$

$$(x+1)(6-x) = 6x - x^2 + 6 - x$$

$$\begin{cases} a+b+S = 2ab \\ a^2+b^2 = S \end{cases}$$

$$(a+b)^2 - a - b - S = S$$

$$(a+b)^2 - (a+b) = 10 \quad -1-\sqrt{3}$$

$$(a+b)(a+b-1) = 10$$

$$D^2 - 0 - 10 = 0$$

$$D =$$

$$-3\sqrt{3}$$

$$-3\sqrt{5}$$

$$16$$

$$18 + 6\sqrt{5}$$

$$= 12 + 6\sqrt{5}$$

$$= (1-3)^2 = 4$$

$$\begin{array}{c} \odot \\ \odot \\ \odot \\ \odot \\ \odot \\ \odot \\ \odot \\ \odot \\ \odot \\ \odot \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \odot \times \\ \times \odot \\ \odot \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= (-1-\sqrt{5})(-1+\sqrt{5}) = \\ &= (-1-\sqrt{5})(\sqrt{5}+1) = \\ &= -2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cos 60^\circ \\ (1+\sqrt{5})^4 &= (6+2\sqrt{5})^2 = \\ -1+\sqrt{5} &= 36+24\sqrt{5} + 20 = 56+24\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$-1-\sqrt{5}$$

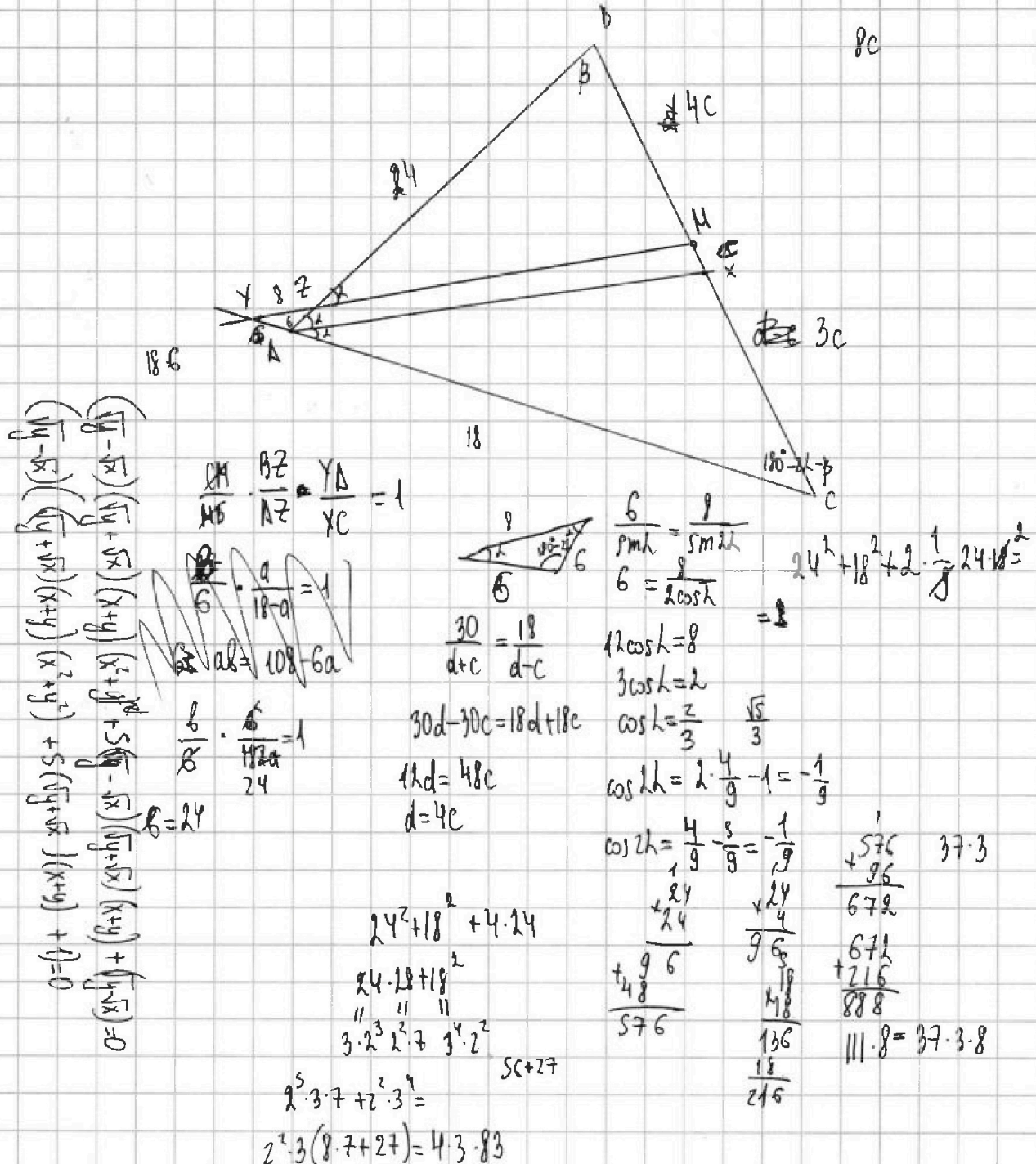


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☒

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \quad \frac{(m+n)(m+n-9)}{mn(m+n-3)} = \frac{13p^2}{5^2 \cdot 3 \cdot q^2}$$

$$\beta = mn(m+n-3)$$

$$m+n = \frac{m-2}{n-2} \quad \frac{m-4}{n-2}$$

$$\frac{m-2}{n-2} \cdot \frac{m-4}{n-2} = \frac{13p^2}{5^2 \cdot 3 \cdot q^2}$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4$$

$$mn(m+n-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$1) \quad \frac{(m+n)(m+n-9)}{mn(m+n-3)} = \frac{13 \cdot 4}{5^2 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$a(a-9) = 2^2 \cdot 13$$

$$b(a-3) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$a^2 - 9a - 52 = 0$$

$$a_1 = 13 \quad a_2 = -4$$

$$b = 30 \quad -7b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$m+n=13 \quad mn=30$$

$$m=3 \quad n=10$$

$$m=10 \quad n=3$$

$$(m+n)(m+n-9) = 45 \cdot 4$$

$$a^2 - 9a - 45 \cdot 4 = 0$$

$$D = 81 + 45 \cdot 16 = 3(27 + 25 \cdot 16) = 3 \cdot 427$$

$$2) \quad \frac{m-4}{n-2} = \frac{(m+n)-2}{mn(m+n-3)}$$

$$a(a-9) = 13 \cdot 4$$

$$a_1 = 13 \quad a_2 = -4$$

$$b \cdot 10 = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$-7mn = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 25 \\ \hline 150 \\ \hline 23 \\ \hline 750 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☒

7  
☒

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x - 3y = 3 \\ -3x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 2y = 4 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$4y = -5$$

$$y = -\frac{5}{4}$$

$$x = -2 + \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{15}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$-\frac{9}{4} + \frac{5}{4} = 1$$

$$4(2x + y) = 11$$

$$2x + y = \frac{11}{4}$$

$$x = \frac{11}{4} + 2 = \frac{19}{4}$$

$$3x - y = 1$$

$$x - 3y = 3 \quad | \cdot 3$$

$$3x - y = 1$$

$$3x - 9y = 9$$

$$2y = 8$$

$$y = 4$$

$$\frac{5}{4} \cdot 8 \cdot x$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{15}{4} =$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 18 \\ + 18 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$900 + 324 + 120$$

$$\begin{array}{r} 1020 \\ + 324 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 224 \\ + 6 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 224 \\ 20 \overline{) 152} \\ \underline{24} \end{array}$$

$$4 \cdot 8 \cdot 7$$

$$18$$

$$\begin{array}{r} 1344 \overline{) 164} \\ \underline{128} \\ 364 \end{array}$$

