



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. Пусть $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a \cdot b^7$, $5-x = a \cdot b^{13}$, $\sqrt{(13x-35)(x+1)} = a \cdot b^{15}$

Тогда $\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} = b^2$, $\frac{5-x}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = b^6$, значит

$$\frac{5-x}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \left(\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{(5-x)} \right)^3 \Leftrightarrow (5-x)^4 = (13x-35)^2$$

Стоит заметить, что $\frac{13x-35}{(x+1)^3}$ и $(13x-35)(x+1) > 0$ или, т.к. это подкоренные выражения.

Тогда, решение задачи свелось к решению совокупности:

$$\begin{cases} (5-x)^2 = 13x-35 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 23x + 60 = 0 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (5-x)^2 = -13x+35 \\ x+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 10 = 0 \\ x+1 < 0 \end{cases}$$

①: $x^2 - 23x + 60 = 0$ $D = 529 - 240 = 289 = 17^2$

$x_1 = \frac{23+17}{2} = 20$ $x_2 = \frac{23-17}{2} = 3$ $x_1, x_2 > -1$

②: $x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2, \text{ не подходит, } 2 > -1 \\ x=-5 \end{cases}$

Также стоит заметить, что при $x = 3, -5, 20$ $13x-35 \neq 0$ и $5-x \neq 0$ (иначе бы знаменатель какой-то дроби был 0).

Ответ: $x \in \{3, 20, -5\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169 - z^2}$$

Посмотрим на ②. В п.ч. стоит число ≤ 13 .

Заметим, что если $y \leq 0$, то $|y-12| \geq 12$, тогда

$|y+1| + 3|y-12| \geq 36 > 13$. Заметим также, что если

$y \geq 12$, то $|y+1| + 3|y-12| > 13 + 3|y-12| \geq 13$.

Значит, y точно $\in (0; 12]$.

Тогда $|y+1| + 3|y-12| = y+1 + 3(12-y) = 37 - 2y$, где $y > 0$.

Тогда эта функция ($f(y) = 37 - 2y$) — убывающая, $f(12) = 13$, значит $f(y)$, где $y < 12$ будет > 13 . Тогда где y и z подходит только значение $y = 12$, $z = 0$, подставим их в первое уравнение системы:

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

Пусть $\sqrt{x+3} = a$, $\sqrt{4-x} = b$. Тогда задача свелась к системе

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ a - b + 5 = 2ab \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ 2ab = a - b + 5 \end{cases}$$

Выведем из
верхнего минуса:

$$(a-b)^2 = (b-a) + 2$$

$$b-a = t \quad t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ b - a = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + a^2 - 2a + 1 = 7 & a^2 - a - 3 = 0 & a = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ b - a = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + a^2 + 4a + 4 = 3 & 2a^2 + 4a + 1 = 0 & a = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{4} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.о. мы получим 4 решения — $a = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$, $a = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$,

③ $a = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$, ④ $a = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

Рассмотрим в каждом из этих случаев:

Найдём тогда x в каждом случае:

① $x = a^2 - 3 = \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2 - 3 > -3$

$1+13+2\sqrt{13} > 16$
 $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2 > 4$

② $x = a^2 - 3 = \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^2 - 3 > -3$

$1+13-2\sqrt{13} < 16$
 $\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^2 < 4$

③ $x = a^2 - 3 = \left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3 > -3$

$\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3 < 4$

④ $x = a^2 - 3 = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3 > -3$

$\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3 < 4$

Итак есть ответ

8

Эти 4 случая и будут ответом.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p \quad \text{пусть } \cos x = t \in [-1, 1]$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

Возьмем от функции $y = f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$

производную: $f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 12\left(t + \frac{1}{2}\right)^2$

Заметим, что производная f всегда ≥ 0 , а значит f ~~возрастает~~ строго не убывает.

Тогда нужно посчитать $f(t_1)$, где $t_1 = -1$ и $f(t_2)$, где $t_2 = 1$, и все значения f между этими двумя будут достигаться, ведь функция непрерывна.

$$f(-1) = -4 + 6 - 6 = -4, \quad f(1) = 10 \Rightarrow p \in [-4; 10]$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p. \text{ Разложим на 2:}$$

$$(8t^3 + 12t^2 + 6t + 1) - 7 = 2p \quad (2t+1)^3 = 2p+7$$

Сделаем обратную замену $t = \cos x$: $(2 \cos x + 1)^3 = 2p + 7$,

можно опять же заметить, что л.ч. строго возрастает, поэтому решений $\forall p \in$ одного

$$2 \cos x + 1 = \sqrt[3]{2p+7} \quad \cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

Ответ:

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right), \quad p \in [-4; 10]$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

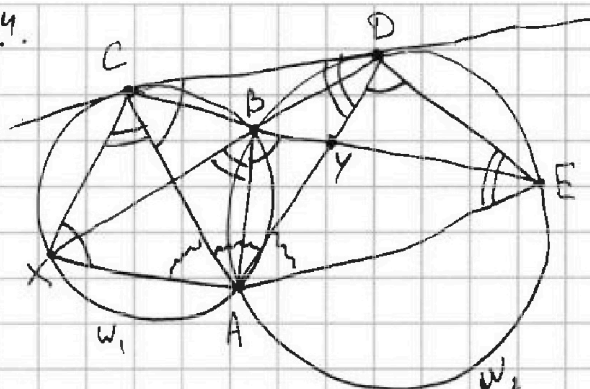


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.



Отметим $X = BD \cap \omega_1$.

Заметим, что $\angle CXA = \angle ABE$
(т.к. C, X, B, A — на ω_1) = $\angle ADE$ (т.к. A, B, D, E на ω_2)

Так же $\angle AED = \angle ABX$ (т.к.

A, B, D, E на окр. ω_2) = $\angle ACX$
(т.к. A, B, C, X на ω_1).

Тогда $\triangle AXC \sim \triangle ADE$ (именно в таком порядке)

$\angle ACD = \angle AXC$ (т.к. $\angle ACD$ — угол между касательной и хордой),

$\angle AED = \angle ADC$ (т.к. $\angle ADC$ — угол между касательной и хордой)

Тогда $\triangle ACD \sim \triangle AXC$ (именно в таком порядке).

Тогда $\angle DAC = \angle EAD$ (как. соотв. в подобных $\triangle ACD$ и $\triangle ADE$).

Значит, AD — биссектриса $\angle CAE$, тогда по лемме о биссектрисе $\frac{AC}{AE} = \frac{CY}{YE}$ (Если $Y = AD \cap CE$) = $\frac{3}{10}$ Но $\frac{AC}{AE}$ —

коэффициент подобия $\triangle AXC$ и $\triangle ADE$. Тогда из подобия

$\triangle AXC \sim \triangle ACD$: $\frac{AX}{AC} = \frac{AC}{AD}$, также $\frac{AX}{AD} = \frac{5}{10} \Rightarrow AX = \frac{5}{10} AD$

$AC^2 = AX \cdot AD = \frac{5}{10} AD^2 \Rightarrow AC = \sqrt{\frac{5}{10}} AD$.

$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC}$ (из подобия $\triangle ADE \sim \triangle ACD$) = $\frac{AD}{\sqrt{\frac{5}{10}} AD} = \sqrt{\frac{10}{5}}$.

Ответ: $\frac{ED}{CD} = \frac{\sqrt{30}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. ~~Введём координатную плоскость~~

В @ Посчитали для начала, сколько существует нужных расстановок таких, что если поделить прямоугольник на 4 части двумя прямыми, проходящими через центр и параллельными сторонам прямоугольника, то в двух частях плоскости будет по 4 клетки. Заметим, что если клетку из левой нижней части отсимметризовать относительно вертикали, а потом полученную отсимметризовать относительно горизонтали, то получится клетка, симметричная начальной центрально. Тогда выберем в левой нижней части какие-нибудь 4 клетки, отсимметрируем их сначала относительно вертикали, потом отн. горизонтали, потом центрально. Получится 4 попарно симм. множества, т.е. любой вариант, когда мы выбираем 2 из этих 4-х нам подходит. Тогда всего таких $C_{125-500}^4 \cdot 6$

② Теперь посмотрим, сколько есть вариантов, когда в каждой части плоскости по 2 клетки и все части попарно симметричны.

Их, по соображениям выше, будет $C_{125-500}^2$.

③ Ещё вариант симметричного расположения - когда в одной части плоскости выбрано 3 клетки, а в другой - 1 (в двух других тоже 3 и 1)

③ Пусть в левой нижней выбрано 3, в правой нижней - одна, тогда из такой расстановки можно получить 2 симм. (центр и вертикаль симметрия). Если же в левой нижней и в правой нижней выбрано по 3, то расстановок можно получить 125-500, они будут вертикаль. симм.

Всего вариантов в ③ $C_{125-500}^3 \cdot 125-500 \cdot 2 + C_{125-500}^1 \cdot 125-500 =$
 $= C_{125-500}^3 \cdot 125-500 \cdot 3.$

Осталось 1 вариант

④ В правой нижней выбрано 3, таких вариантов тоже $C_{125-500}^3$, но варианты вертикально симметричные тем, посчитали ещё в ③

⑤ В обеих нижних по 1, таких $C_{125-500}^1 \cdot 125-500$

Итого, в ③, ④, ⑤ суммарно $C_{125-500}^3 \cdot 125-500 \cdot 3 + C_{125-500}^1 \cdot 125-500 \cdot 2 + C_{125-500}^1 \cdot 125-500 =$
 $C_{125-500}^3 \cdot 6$

⑥ Оставшийся случай - когда во всех частях по 2, но они не все попарно симметричны. Выберем 2 клетки в левой нижней части, тогда нам останется выбрать часть, которая симметрична данной (3 способа), а затем выбрать по 2 клетки в ост. 3х частях симм. левой нижней.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда в 6) получается всего $C_{125 \cdot 100}^2 \cdot 3 \cdot (C_{125 \cdot 100}^2 - 1)$
Для того, чтобы получить ответ, нужно сложить выражения из
1, 2, 3, 4, 5, 6

Получается, всего вариантов: $C_{100 \cdot 125}^4 \cdot 6 + C_{100 \cdot 125}^3 \cdot 6 +$
 $+ C_{125 \cdot 100}^2 \cdot 3(C_{125 \cdot 100}^2 - 1)$, где ~~это ответ~~ $\neq C_{100 \cdot 125}^2 =$
 $= C_{100 \cdot 125}^4 \cdot 6 + C_{100 \cdot 125}^3 \cdot 6 + (3C_{125 \cdot 100}^2)^2 - 2C_{125 \cdot 100}^2 =$
 $= C_{100 \cdot 125}^4 \cdot 6 + C_{100 \cdot 125}^3 \cdot 6 + C_{125 \cdot 100}^2 (3C_{125 \cdot 100}^2 - 2),$
это и есть ответ,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ Если $|a-c| = 1$, то опять возможно 2 случая:

① $a-c=1$
 $b-c=p^2$, но тогда $b>a$ и ② $a-c=-1$
 $b-c=-p^2$.

$(a-c)-(b-c) = p^2-1$, тогда $p=3$, рассуждения такие же, как и в случае $a-c=p^2$, $b-c=1$

Тогда $a-c=-1$, $b-c=-9 \Rightarrow a-b=8$, а этот случай мы уже разбирали:

Ответ: ~~$a=31, b=23$~~ , и ~~$a=-16, b=-24$~~

$$a=31, b=23, c=22; a=31, b=23, c=32$$

$$a=-16, b=-24, c=-17; a=-16, b=-24, c=-25$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$$a, b \in \mathbb{Z}$$

$$a > b$$

$$a - b \not\equiv 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, p - \text{простое}$$

$$a + b^2 = 560$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

У p^2 всего 3 делителя: 1, p , p^2 .

$$\text{Значит, } |a-c| \in \{1, p, p^2\}$$

$$|b-c| \in \{1, p, p^2\}.$$

① Тогда если $|a-c| = p$, то $a-c = b-c$, ведь поскольку в правой части уравнения $(a-c)(b-c) = p^2$ строго положительное число, то знаки $a-c$ и $b-c$ совпадают. Но если $a-c = b-c$, то $a = b$, противоречие.

② Если $|a-c| = p^2$, то $|b-c| = 1$. Поскольку у $a-c$ и $b-c$ одинаковые знаки, то возможно две ситуации: $a-c = p^2, b-c = 1$ и $a-c = -p^2, b-c = -1$. Но во второй ситуации $-p^2 < -1 \Rightarrow a-c < b-c \Rightarrow a < b$, противоречие.

$$\text{Значит, если } |a-c| = p^2, \text{ то } a-c = p^2, b-c = 1$$

$$(a-c) - (b-c) = a-b = p^2 - 1. \text{ У } x^2, \text{ если } x \in \mathbb{Z} \text{ бывает}$$

2 остатка по mod 3, — 0 и 1. Если $p^2 \equiv_3 1$, то $a-b \not\equiv_3 3$,

противоречие. Если же $p^2 \equiv_3 0$, то $p \equiv_3 0$, а поскольку p — простое, то $p = 3$.

Итак, если $|a-c| = p^2$, то возможен лишь случай $a-c = 9$,

$$b-c = 1. \text{ Тогда } a-b = 8 \Rightarrow a = b+8$$

$$b+8 + b^2 = 560 \Leftrightarrow b^2 + b - 552 = 0 \quad D = 1 + 2208 = 2209 = 47^2$$

$$\left[b = \frac{-1 \pm 47}{2} = 23, \text{ тогда } a = 31, b = \frac{-1 - 47}{2} = -24, \text{ тогда } a = -16 \right]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
4 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

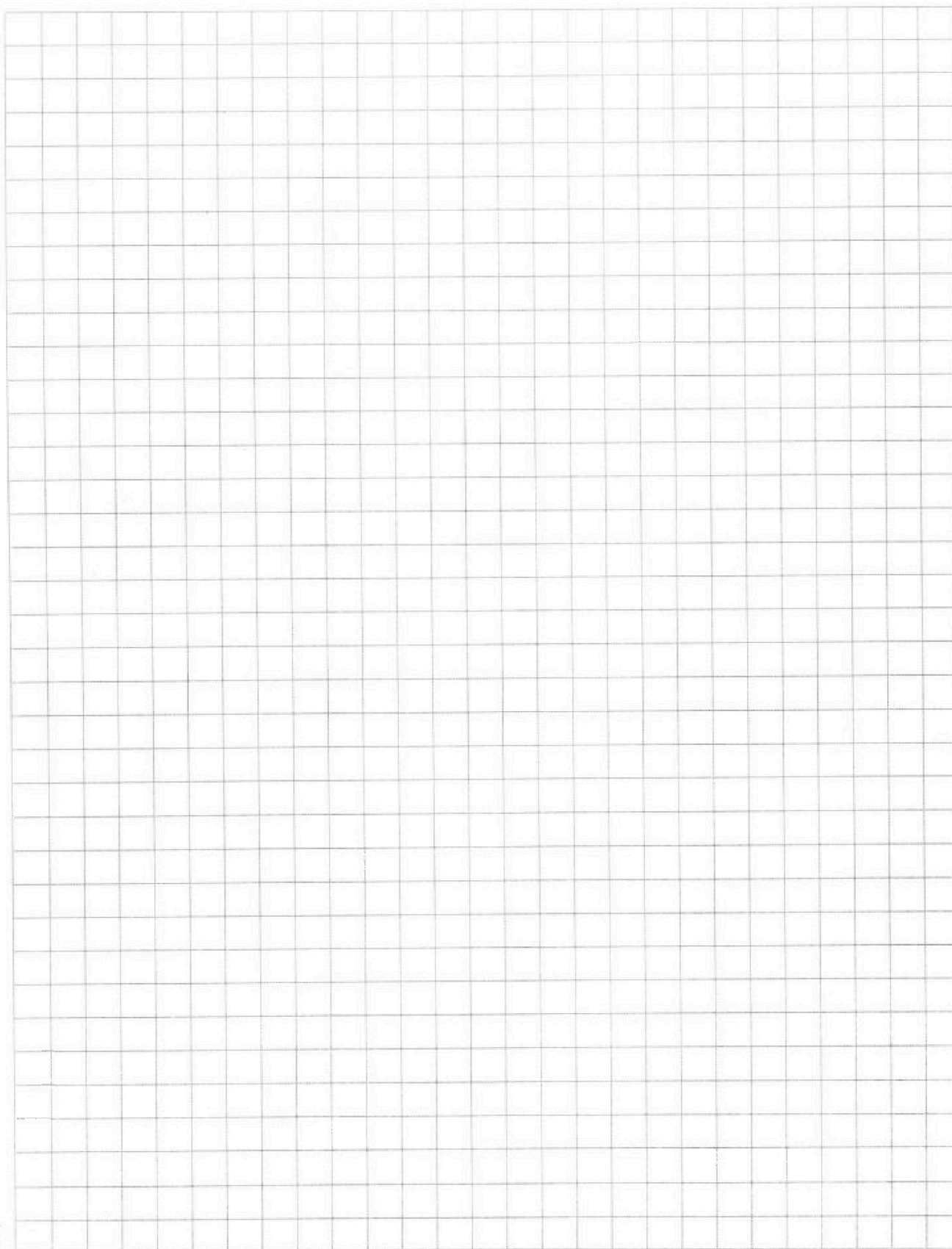


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

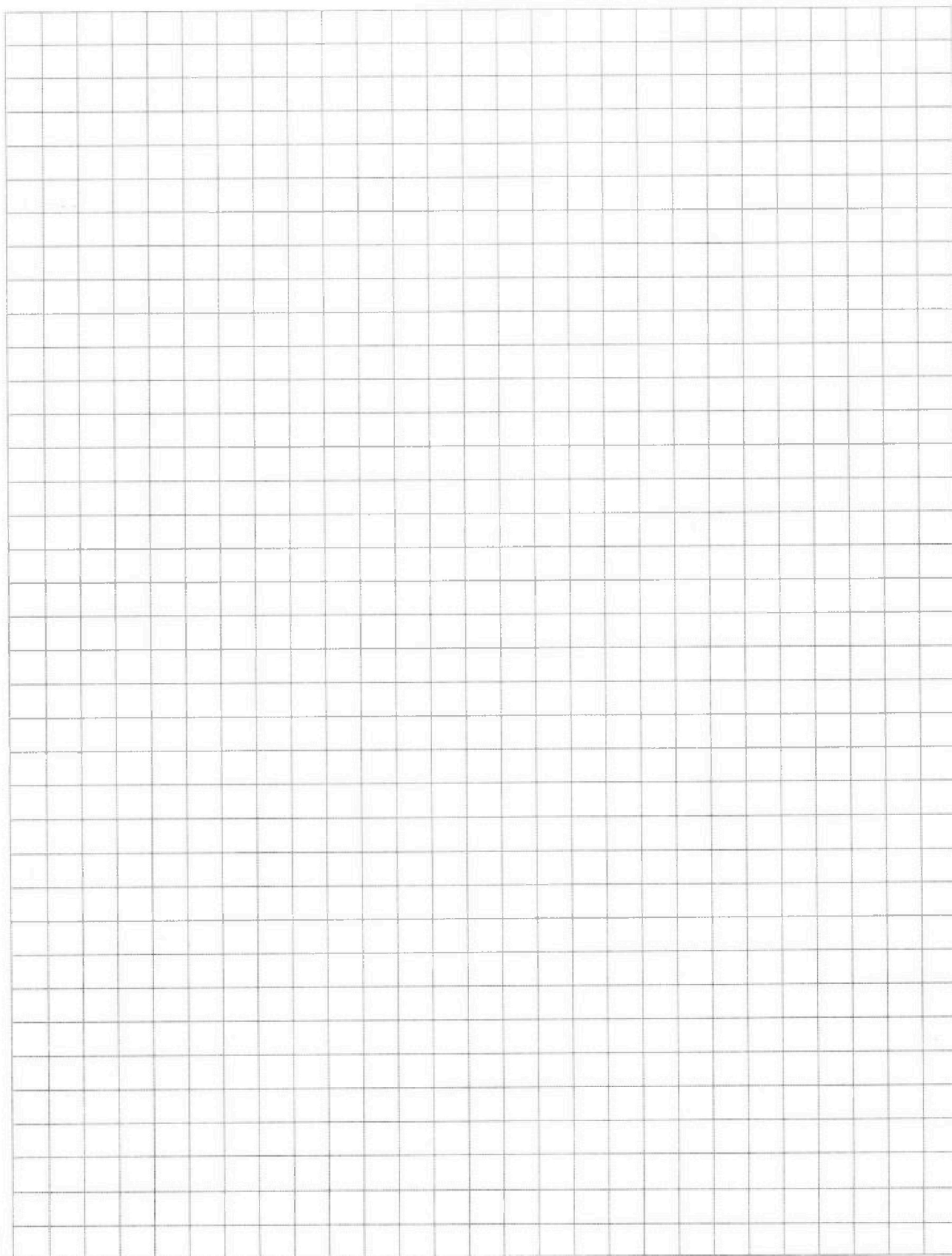
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} & \frac{Ax}{AC} = \frac{CA}{AE} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

$$4t^3 - 360t$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - (3+p) = 0$$

$$t^3 + 3t(t+1)^2 = 3+p$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t + 1$$

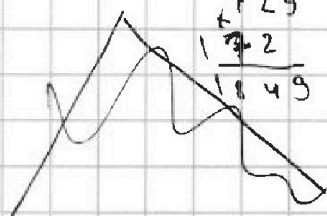
$$(2t+1)^3$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 2p$$

$$(2t+1)^3 = 2p+7$$

$$\begin{array}{r} 552 \\ \times 4 \\ \hline 2208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$



$$a-c = p^2$$

$$b-c = 1$$

$$a-b = p^2-1$$

$$p=3$$

$$a > b$$

$$(a-b) \nmid 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a+b^2 = 560$$

$$a+b^2 = 560$$

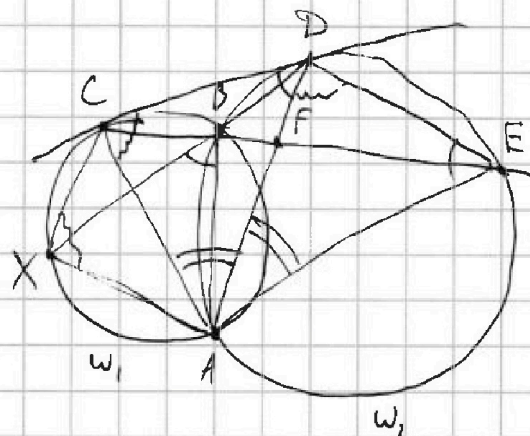
$$a-c = b-c$$

$$a=b$$

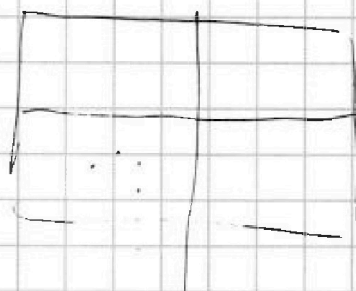
$$b+b^2 = 560$$

$$b^2+b-560=0$$

$$b=20$$



$$\frac{FD}{CD} = \frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p \quad 4 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 3 = p$$

$$a \cdot b^7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a \cdot b^{13} = 5-x$$

$$a \cdot b^{15} =$$

$$\frac{5-x}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \left(\sqrt{\frac{(13x-35)(x+1)}{(5-x)^3}} \right)^3$$

$$\frac{Ax}{Ac} = \frac{Ac}{Ad} = \sqrt{\frac{(13x-35)(x+1)}{(5-x)^3}}$$

$$Ac^2 = Ax \cdot Ad$$

$$\frac{5}{10} (Ad)^2 = \frac{69}{46}$$

$$\frac{529}{240}$$

$$\begin{cases} (5-x)^4 = (13x-35)^2 \\ (13x-35)(x+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (5-x)^2 = 13x-35 \\ x+1 > 0 \\ (5-x)^2 = 35-13x \\ x+1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25-10x+x^2 = 13x-35 \\ x > -1 \\ 25-10x+x^2 = 35-13x \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-26x+60=0 \\ x > -1 \\ x^2+3x-10=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+5) \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x$$

$$\frac{Ac}{Ab} = \frac{Ax}{Ac}$$

$$\frac{Ax}{Ac} = \frac{Ad}{De}$$

$$\frac{26}{26} \quad \frac{60}{4}$$

$$\frac{156}{52}$$

$$\frac{676}{240}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = (\cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2 \sin x \cos x \cdot \sin x$$

$$(2 \cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x$$

$$(2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x$$

$$\frac{26}{26} \quad \frac{60}{4}$$

$$\frac{156}{52}$$

$$\frac{676}{240}$$

$$\frac{26}{26}$$

$$\frac{44}{44}$$

$$\frac{44}{44}$$

$$\frac{484}{484}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

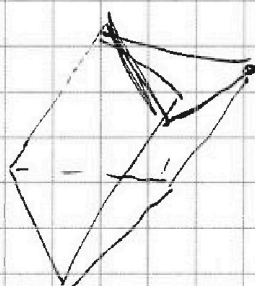
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$\begin{cases} |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

$y > 0$ Если $y \geq 12$, то $z^2 \leq 0$. C_{50}^2 и C_{50}^4

$$\boxed{y=12, z=0}$$

$$\begin{aligned} y+1 + 3(12-y) &= \sqrt{169-z^2} \\ 37-2y &= \sqrt{169-z^2} \end{aligned}$$

25	25
$3m$	$1m$
$3m$	$1m$

$$\begin{cases} a-b+5 = 2ab = (a+b)^2 - 7 \\ a^2+b^2 = 7 \end{cases}$$

$$a-b+12 = (a+b)^2$$

$$4 \cdot 16 - 4 \cdot 8 =$$

$$a+5 = b(2a+1)$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$a^2 + \frac{(a+5)^2}{(2a+1)^2} \Rightarrow a^2(2a+1)^2 + (a+5)^2 = 7(2a+1)^2$$

$$a^2(4a^2+4a+1) + (a^2+10a+25) =$$

$$4a^4 + 4a^3 + a^2 + a^2 + 10a + 25 = 28a^2 + 28a + 7 = 7(4a^2 + 4a + 1)$$

$$4a^4 + 4a^3 - 26a^2 + 18a + 18 = 0$$

$$98 \sim 4 \cdot 16 + 4 \cdot 8 - 26 \cdot 4$$