



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

/ ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

Пусть a_{12} - 12-й чл. ариф. прогрессии, q - её знаменатель (знак - считаем проф.)

$$a_{12} = 2 - x \quad a_{10} = \frac{a_{12}}{q^2} = \sqrt{(25x+34)(3x+1)} \Rightarrow q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+1)}} \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$$

$$a_{18} = a_{12} \cdot q^6 = a_{12} \cdot (q^2)^3 = (2-x) \cdot \frac{(2-x)^3}{\sqrt{(25x+34)(3x+1)}^3} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+1)^3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2-x)^4 = (25x+34)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 25x + 34 \\ x^2 - 4x + 4 = -25x - 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 30 > 2 \\ x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

Нп. $x = -1$ $(25x+34)(3x+1) = -9 < 0$, значит, a_{10} не проф. ?!

$$\text{Нп. } x = -2 \quad a_{12} = 4 \quad q^2 = \frac{4}{\sqrt{(-16) \cdot (-5)}} = \frac{1}{2} \quad a_{10} = \frac{a_{12}}{q^2} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8 = \sqrt{(25 \cdot (-2) + 34) \cdot (-2+1)}$$

$$a_{18} = a_{12} \cdot q^6 = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8 = \sqrt{\frac{25 \cdot (-2) + 34}{(1+2)^3}}$$

То есть $x = -2$ проф.

$$\text{Аналогично } x = -19 \quad a_{12} = 21 \quad q^2 = \frac{21}{\sqrt{(461) \cdot (-15)}} = \frac{1}{\sqrt{15}} \text{ проф.}$$

Ответ: $x \in \{-2, -19\}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$|y+2| + 2|y-18| = (|y+2| + |y-18|) + |y-18| \geq 20 + |y-18| \geq 20$$

$|y+2+18-y| = 20$
кр. с. Δ

$$\sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20$$

Равенства только кр. $y=18, z=0$.

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-3x-x^2+18} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} \quad (\Rightarrow)$$

$$A = \sqrt{x+6} \quad B = \sqrt{3-x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A - B + 7 = 2AB \\ 9 = A^2 + B^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 9 - (A-B) + 7 = (A-B)^2 \quad (\Rightarrow)$$

$$\Rightarrow (A-B)^2 + (A-B) - 2 = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} A-B = 1 \\ A-B = -2 \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 1 \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = -2 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} 9 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 1 \\ 9 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 9 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{(x+6)(3-x)} = 4 \\ \sqrt{(x+6)(3-x)} = 5 \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x^2 - 3x + 18 = 16 \\ x > -\frac{3}{2} \\ -4x^2 - 14x + 72 = 25 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 2 = 0 \\ x > -\frac{3}{2} \\ 4x^2 + 14x - 47 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x > -\frac{3}{2} \\ x = \frac{-6 \pm 4\sqrt{14}}{4} \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{17}-3}{2} \\ x = \frac{-2\sqrt{14}-3}{2} \end{cases}$$

Отв: $\left(\frac{\sqrt{17}-3}{2}; 18; 0\right); \left(-\frac{7+2\sqrt{14}}{2}; 18; 0\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\cos 2x = 4 \cos^2 x - 2 \cos x \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\Leftrightarrow 4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0 \Leftrightarrow p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0 \quad p-1=a^3 \quad \Leftrightarrow (a \cos x + \cos x + 1)(a^2 \cos^2 x + a \cos x (\cos x + 1) + (\cos x + 1)^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+1) \cos x = -1 \\ a^2 \cos^2 x + a \cos x (\cos x + 1) + (\cos x + 1)^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (a+1) \cos x = -1 \\ a \cos x = 0 \\ \cos x = -1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1) \cos x = -1 \\ a = 0 \\ \cos x = -1 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$a \in \mathbb{R} \quad a > 0: \quad (\Leftrightarrow) \quad \cos x = -\frac{1}{a+1} \quad x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{a+1}\right) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad p > 1$$

$$a = 0: \quad (\Leftrightarrow) \quad \cos x = -1 \quad x = \pi + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad p = 1$$

$$a \in (-2, 0): \quad (\Leftrightarrow) \quad (a+1) \cos x = -1 \quad x \in \emptyset \quad p \in (-7, 1)$$

$$a < -2: \quad (\Leftrightarrow) \quad \cos x = -\frac{1}{a+1} \quad x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{a+1}\right) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$a = -2: \quad (\Leftrightarrow) \quad \cos x = 1 \quad x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad p = -7 \quad p < -7$$

Other:

$$\begin{array}{ll} p < -7 & \left\{ \pm \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{p-1}}\right) + \pi k \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \\ p = -7 & \{ 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \} \\ p \in (-7, 1) & \emptyset \\ p = 1 & \{ \pi + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \} \\ p > 1 & \left\{ \pm \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{p-1}}\right) + \pi k \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \end{array}$$

CD, CB, CE



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{aligned}
 & \text{Искомое кол-во это кол: } (N_1 \text{ кол-во способ. с 4 сим.}) + (N_2 \text{ кол-во сп. с осев. сим. 4}) + \\
 & + (N_3 \text{ кол-во сп. с осев. сим. 2}) - (N_4 \text{ кол-во сп. с 4-х и осев. сим. 1}) - (N_5 \text{ кол-во с 4-х и осев. сим. 2}) \\
 & - (N_6 \text{ кол-во сп. с ос. сим. 1 и осев. сим. 2}) + (N_7 \text{ кол-во сп. с 4-х и осев. 1 и осев. 2})
 \end{aligned}$$

Для подсчета N_1 достаточно рассмотреть:

4 сим.			
1	3	ср. сим. 2	
2	4		

В центр. сим. фигурах каждой клетке 4 зоны 1+2 и 3+4 (по 4 клетки).
Вместо зоны 3+4 достаточно рассмотреть зону 1+2.

Пусть N кол-во клеток в 1 = кол-во в 2 = ...

Тогда $N_1 = C_{2N}^4$ — кол-во сп. из $2N$ клеток (1+2) выбрать 4.

Для подсчета N_2 . Случае в (1+2) и (3+4) фигуры клетки, и сим. те определяется

$$\text{частично (1+2): } N_2 = C_{2N}^4$$

$$\text{Аналогично, } N_3 = C_{2N}^4$$

$$\text{Центр. сим. } R_0^T = S_0^T \circ S_0, \text{ где } l_1 \perp l_2, \text{ где } l_1, l_2 \neq 0. \text{ Значит,}$$

если наша картинка имеет два каких-то свойства, то имеет и третье.

$$\text{Значит, } N_5 = N_4 = N_6 = N_7.$$

Для подсчета N_2 достаточно выбрать 2 клетки в 1. и две другие
с другой симм. (сплошная фигура ср. сим. 1, поворот фигуры ср. сим. 2)

$$N_2 = C_N^2$$

$$\text{Итого искомое кол-во равно } 3 \cdot C_{2N}^4 - 3 \cdot C_N^2 + C_N^2 = 3 \cdot C_{2N}^4 - 2 C_N^2$$

$$N = \frac{1}{4} (500 \cdot 120) = 10 \cdot 500 = 15000$$

$$\text{Ответ: } 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 C_{15000}^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 & a > b?! \\ b-c = 1 & \\ a-c = 2p & a = b?! \\ b-c = -1 & \\ a-c = p^2 & \\ a-c = -p^2 & a > b?! \\ b-c = -1 & \\ b-c = 1 & \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \\ a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

1) $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Rightarrow b-a = p^2-1$ Если $p \neq 3$, то $p \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 \equiv 1 \Rightarrow b-a \equiv 0 \pmod{3}!$

Значит, $p=3$. $a=c+1$ $a^2+b = c^2+2c+1+c+9=1000 \Leftrightarrow c^2+3c-990=0 \Leftrightarrow$
 $b=c+9$ $D = 9 + 4 \cdot 990 = 9(1+440) = 9 \cdot 441$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{-3 \pm 63}{2} \\ c = \frac{-3 \pm 63}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=30 \\ a=31 \\ b=39 \end{cases} \leftarrow a > b, b-a=8 \nmid 3 \quad (a-b)(b-c) = 9 = 3^2$$

$$\begin{cases} c=-33 \\ a=-32 \\ b=-24 \end{cases} \leftarrow a > b, b-a=8 \nmid 3 \quad (a-b)(b-c) = 9 = 3^2$$

2) $\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \Rightarrow b-a = p^2-1$ Аналогично, $p=3$.

$$\begin{cases} a-c = 9 \\ b-c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow a^2+b = c^2+18c+81+c-1=1000 \Leftrightarrow c^2+19c-920=0 \Leftrightarrow$$

$$D = 361 + 4 \cdot 920 = 4041 \in (3961, 4036)!!$$

Order: $\{(31, 39, 30), (-32, -24, -33)\}$



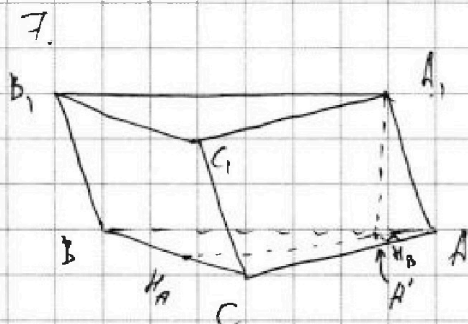
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S(BD_1CC) = 5$$

$$S(AA_1C_1C) = S'(AA_1B_1B) = 26$$

$$H_B \text{ на } AB = H_C = \dots = a.$$

$$\text{Пусть } A' = P_{\pi}(A)$$

$$H_B \in AC, A'H_B \perp AC$$

$$\text{По т. о 3-х нпн. } A'H_B \perp AC.$$

$$\Rightarrow A'H_B - \text{выс. нпн. } AA_1CC \text{ и т.к. } S_{\pi} = a \cdot h, \text{ то } A'H_B = \frac{6}{a}$$

$$\text{Аналогично, } H_C \in AB, A'H_C = \frac{5}{a}. \text{ Но тогда } \triangle AA'H_B = \triangle AA'H_C.$$

$$\Rightarrow A'H_B = H_C A' \Rightarrow A' \text{ лежит на бис. } AH_A \text{ (на пер., выс.)}$$

$$BC \perp AH_A, AH_A = P_{\pi}(AA_1) \Rightarrow DC \perp AA_1 \Rightarrow DC \perp CC_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BB_1CC_1 - \text{нпн.} \Rightarrow a \cdot CC_1 = 5 \Rightarrow CC_1 = AA_1 = BB_1 = \frac{5}{a}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - \text{площадь } \triangle ABC \Rightarrow a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$A'H_B = \frac{6}{a} > \frac{5}{a} = AA_1 \quad ?!$$

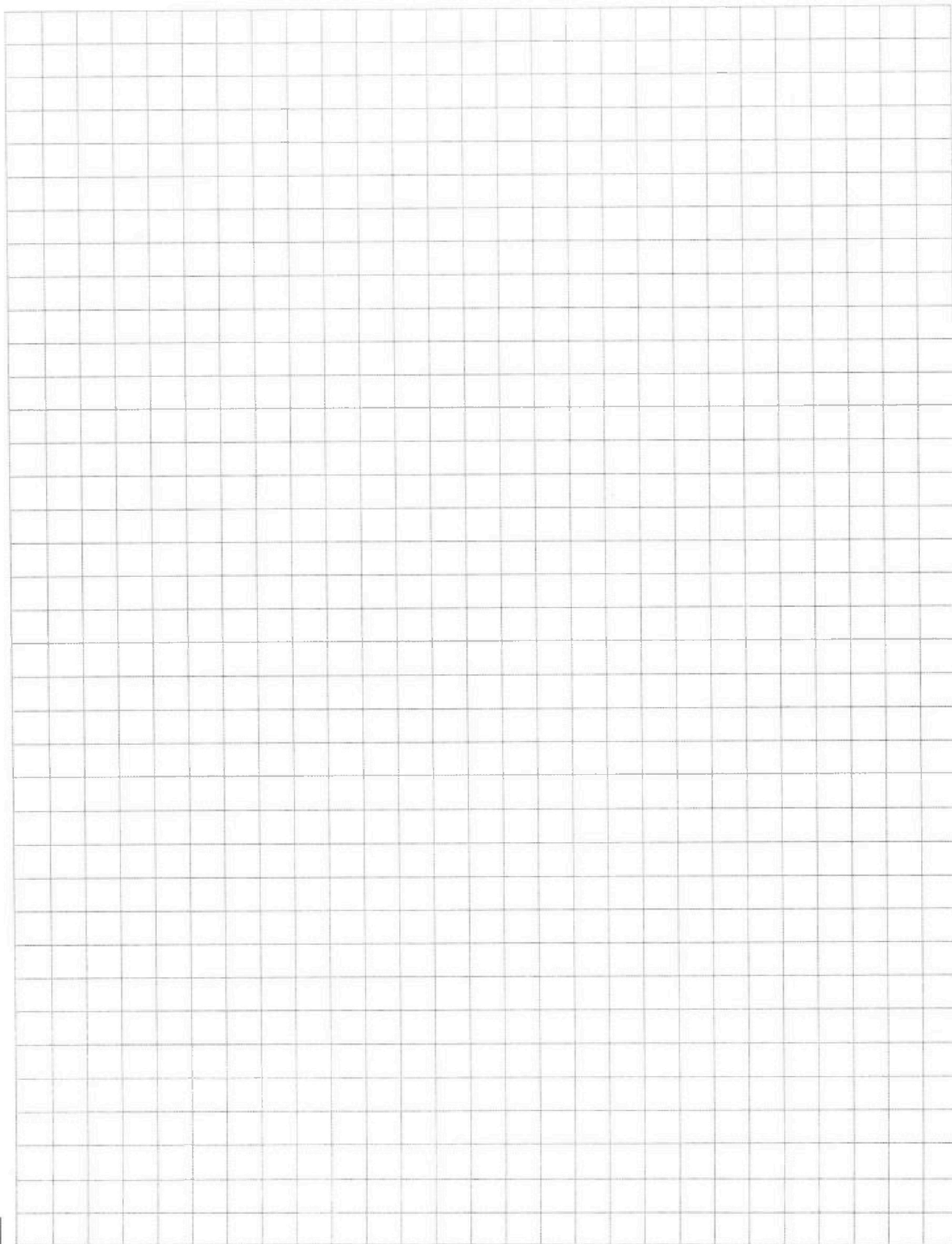


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A - B + 7 = AB$$

$$A^2 + B^2 = 9$$

$$\frac{1}{3} \sin x + \frac{1}{3} \cos x + \frac{7}{9} = 2 \sin x \cos x$$

$$h_{ED} = DF \cdot \sin \angle EDF$$

$$h_{CD} = BF \cdot \sin \angle DBA$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= R^2 \\ (x-d)^2 + y^2 &= r^2 \end{aligned}$$

$$CD \cdot CE = 4 \cos^2$$

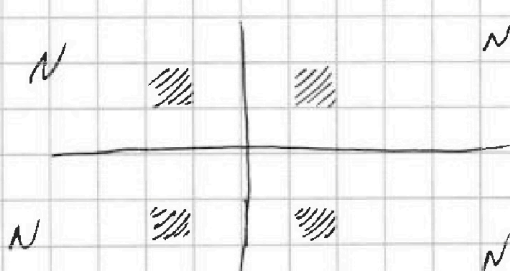
$$\frac{S_{CDF}}{S_{EDF}} = \frac{7}{20}$$

$$\begin{array}{r} x \ 25 \\ \times \ 19 \\ \hline 225 \\ + 25 \\ \hline 475 \\ - 31 \\ \hline 444 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \cdot 3 = 57 \\ \sim 55 \end{array}$$

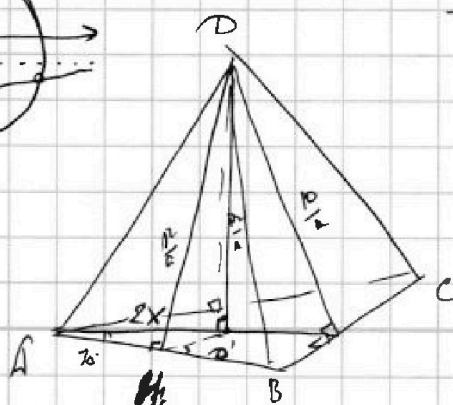
$$x^2 - x^2 + 2dx - d^2 = R^2 - r^2 \Rightarrow x = \frac{R^2 - r^2 + d^2}{2d}$$

$$y = \sqrt{R^2 - \frac{(R^2 - r^2 + d^2)^2}{4d^2}} = \frac{1}{2d} \sqrt{(2dR)^2 - (R^2 - r^2 + d^2)^2} = \sqrt{(r^2 - (R-d)^2)((R+d)^2 - r^2)}$$



$$\begin{aligned} &C_{2N}^4 + C_{2N}^4 + C_{2N}^4 \\ &- C_N^2 = 3 \cdot C_{2N}^4 - 2C_N^2 \\ &3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2 \end{aligned}$$

$$N = \frac{500 \cdot 120}{4} = 15000$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

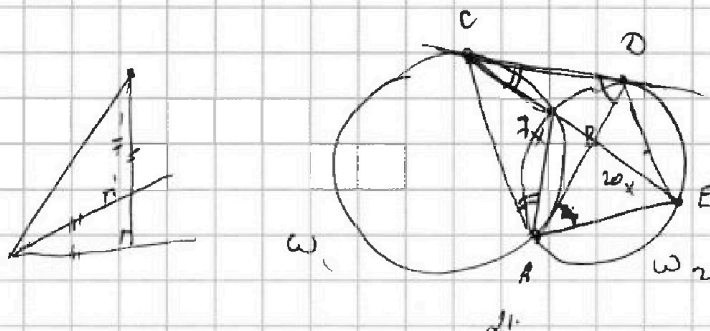
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 2 3 4 5 6 7
+ + + - + + -



$\frac{5}{5}$

a	a ² mod 3
0	0
1	1
2	1

$$b-a = 1-p^2 \equiv 0 \pmod{3} \text{ если } p \neq 3$$

$$p=3: a^2+b = (c+g)^2 + c+1 = 1000$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a-c=b-c=p^2 \\ a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a-c=b-c=p^2 \\ a-c=-1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3672 \\ 361 \\ \hline 4033 \end{array}$$

$$a = p^2 + c$$

$$b = c+1$$

$$\begin{array}{r} -1000 \\ -82 \\ \hline 918 \\ \hline 3672 \end{array}$$

$$a = c-1 \quad b-a = 1-p^2$$

$$b = c-p^2 \quad p=3$$

$$c^2 + 18c + 81 + c + 1 = 1000 \quad c^2 + 19c - 918 = 0$$

$$D = 361 + 3672 = 4033$$

$$a^2+b = 1 + 2c = 1000$$

$$c=1005 \quad a=1004$$

$$b=996$$

$$(c-1)^2 + c-9 = 1000$$

$$c^2 - 2c + 1 + c - 9 = 1000 \quad c^2 - c - 1008 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 1008 = 4033$$



$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 4 \Rightarrow a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_{10} \quad a_{10} \cdot q^2 \quad a_{10} \cdot q^8$$

$$x \leq 2$$

$$q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

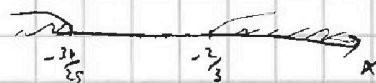
$$q^8 = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2}$$

$$(25x+34)(3x+2) > 0$$

$$\frac{a_{12}}{q^2}$$

$$a_{12}$$

$$a_{12} \cdot q^6$$



$$q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

$$a_{12} \cdot q^6 = \frac{(2-x)^4}{\sqrt{(25x+34)^2(3x+2)^2}} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

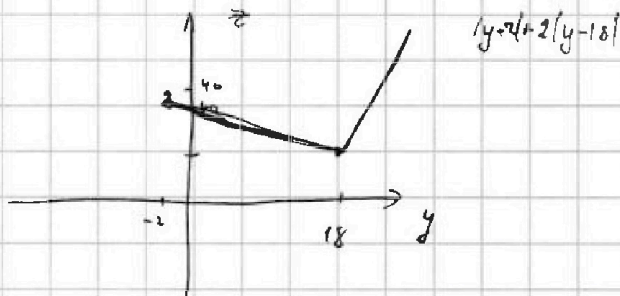
$$\begin{aligned} (2-x)^2 &= 25x+34 & \Rightarrow x^2-29x-30 &= 0 & \Rightarrow x = -1, 30 \\ (2+x)^2 &= -25x-34 & \Rightarrow x^2+21x+38 &= 0 & \Rightarrow x = -19, -2 \end{aligned}$$

$$x = -1 \quad a_{12} = 3 \quad q^2 = \frac{3}{\sqrt{9}}$$

$$x = -2 \quad a_{12} = 4 \quad q^2 = \frac{4}{\sqrt{-16-1}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$x = -19 \quad a_{12} = 21 \quad q^2 = \frac{21}{\sqrt{21}}$$

$$a_{12} = 4 \quad a_{10} = 8 \quad a_{18} = \frac{1}{2}$$



$$\cos 3x = 4 \cos^2 x - 3 \cos x$$

$$\cos x = t$$

$$4p \cdot \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0 \quad 0 \leq p + 6 + 3p + 12 + 10$$

$$4p t^3 + 12 t^2 + 12 \cos t + 4 = 0$$

$$p t^3 + 3 t^2 + 3 t + 1 = 0 \quad (p-1) t^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$p-1 = a^3 \quad (a t + t+1)(a^2 t^2 + a t(t+1) + (t+1)^2) = 0$$

$$-p + 6 + 3p + 12 + 10 \leq 0$$

$$4p \geq -8 \quad p \geq -2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$\begin{cases} A-B = 2AB-7 \\ A^2+B^2=9 \end{cases}$$

$$A=3\cos d \quad B=3\sin d$$

$$3\cos d - 3\sin d = 18\sin d \cos d - 7$$

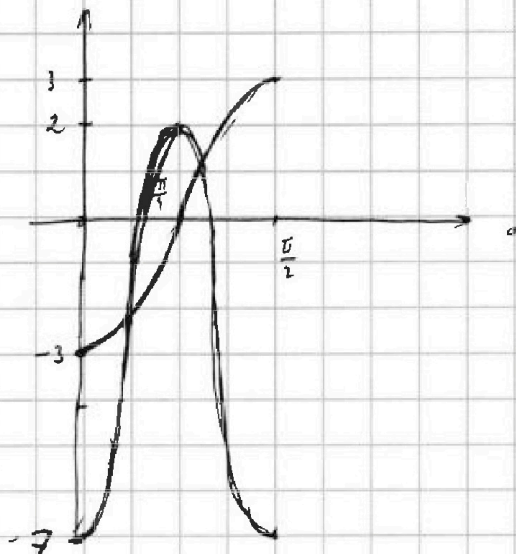
$$3\sin(2d + \frac{\pi}{4}) = 9\sin 2d - 7$$

$$3\sin d - 3\cos d - 18\sin d \cos d = -7$$

$$9\sin^2 d$$

$$3\cos d + 3\sin d - 18\cos 2d = 0$$

$$\cos d + \sin d = 6\cos 2d$$



$$A^2 + B^2 - 2AB + 7 = 9 - (A-B)$$

$$t^2 + 7 = 9 - t \quad t^2 + t - 2 = 0$$

$$36 + 4 \cdot 47 = 4 \cdot (9 + 47) = 4 \cdot 56 = 16 \cdot 11$$

$$920 \cdot 4 = 3680$$

$$\begin{array}{r} 361 \\ 4041 \end{array}$$

$$361 + 4 \cdot 920 = 3680 + 361 = 4041$$

$$65^2 = 4225$$

$$63^2 =$$

$$64^2 = 2^{12} = 4096$$

$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 63 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 3969 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4096 \\ 128 \\ \hline 3968 \end{array}$$

$$48 \cdot 11 = 528$$

$$(64-1)^2 = 4096 - 128 + 1$$

$$\sqrt{5a} + \frac{\sqrt{5}}{3}a =$$

$$\begin{array}{r} \times 126 \\ 520 \end{array}$$

$$528$$

$$528$$

$$528 \cdot 4$$

$$528$$

$$= \frac{4}{3} \sqrt{5a} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$528$$

$$33 \cdot 16$$

$$132$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{144}{a^2} = \frac{x^2}{4} + h^2$$

$$\frac{100}{a^2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a - x\right)^2 + h^2$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\frac{x^2}{4} - x^2 - \frac{3}{4}a^2 + \sqrt{3}ax = \frac{44}{a^2} \quad // \cdot 4a^2$$

$$-3a^2x^2 + 4\sqrt{3}a^3x - 3a^4 - 44 \cdot 4 = 0$$

$$3a^2x^2 - 4\sqrt{3}a^3x + 3a^4 + 44 \cdot 4 = 0$$

$\underline{\underline{= 176}}$

$$x = \frac{2\sqrt{3}a^3 \pm \sqrt{12a^6 - 9a^6 - 176a^2}}{3a^2} = \frac{2\sqrt{3}a \pm \sqrt{3a^2 - \frac{176}{a^2}}}{3}$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$a^2 = \frac{16}{3}$$

$$-9a^6 - \left(\frac{3 \cdot 176}{a^2}\right) = 3a^2 - 33\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} \times 44 \\ 176 \\ \times 3 \\ \hline 528 \end{array}$$

$$8\sqrt{3} \pm \sqrt{16\sqrt{3} - 33\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}a^3 \pm \sqrt{12a^6 - 9a^6 - \frac{3 \cdot 176}{a^2}}}{3a^2} = \frac{2\sqrt{3}a \pm \sqrt{3a^2 - \frac{3 \cdot 176}{a^2}}}{3}$$

$$a^2 = \frac{16}{3}$$

$$\sqrt{16\sqrt{3} - 33\sqrt{3}}$$

$$\cos 3x = \operatorname{Re} (\cos x + i \sin x)^3 \quad \cos^3 x = 3 \cos x \sin^2 x$$

$$= \cos^3 x - 3 \cos x \sin^2 x + 3 \cos x \sin^2 x$$

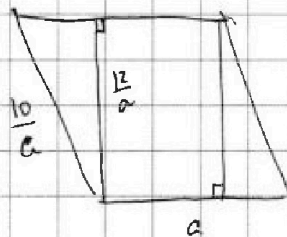
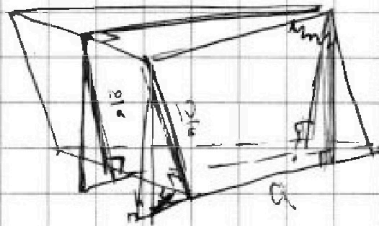
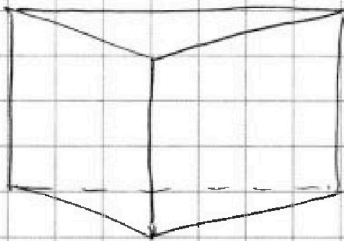


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CD = 2.23x$$

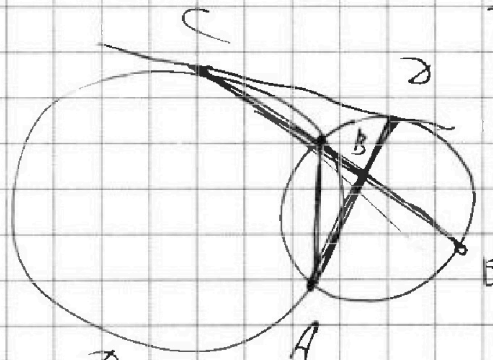
$$CD = 3\sqrt{21}x$$

$$\begin{array}{r} + 920 \\ \hline + 3680 \\ \hline + 368 \\ \hline 4011 \end{array}$$

$$\frac{1}{h} + x = \frac{16}{a}$$

$$\frac{1}{2} \cdot d \cdot \frac{5}{a} \cdot \sin \alpha = 6$$

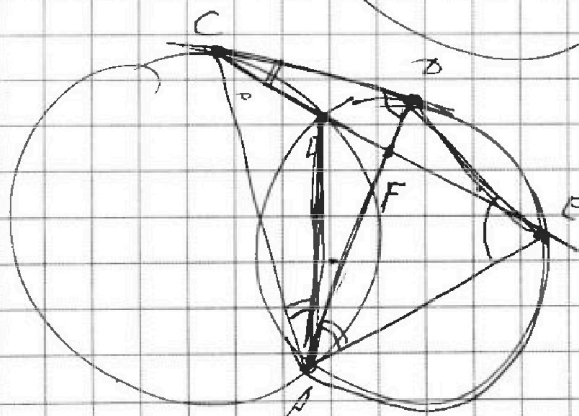
$$\sin \alpha = \frac{12}{5}$$



$$OE \perp AC$$

$$CO \cdot CE = CD^2$$

$$BF \cdot FE = AF \cdot FD$$



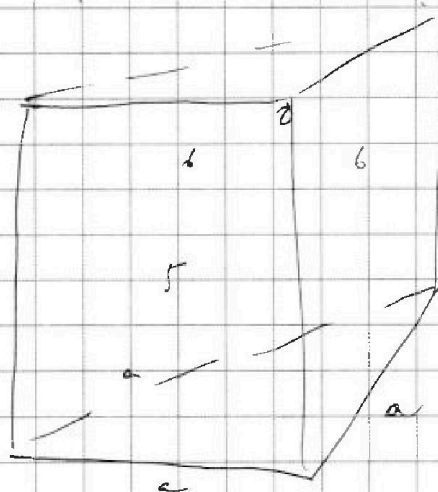
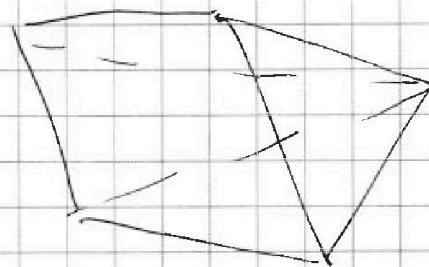
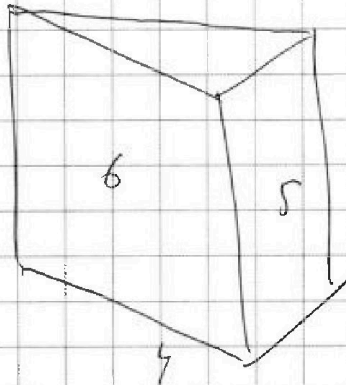


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a \cdot b = c \quad h = \frac{c}{a}$$

