



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- ✕ [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

- ✕ [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

- ✕ [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ✕ [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = b \cdot q^{n-1}$$

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\frac{a_{15}}{a_7} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \frac{a_{15}}{a_7} = \sqrt{(x+1)^4} = |(x+1)^2| = (x+1)^2$$

$$\frac{a_{15}}{a_7} = \frac{b \cdot q^{14}}{b \cdot q^6} = q^8 \Rightarrow q^8 = (x+1)^2 \Rightarrow q^4 = \pm(x+1)$$

$$q^4 \geq 0 \Rightarrow q^4 = |x+1| \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x+1|}$$

$$q^2 = \frac{b \cdot q^{14}}{b \cdot q^{12}} = \frac{a_{15}}{a_{13}} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}$$

$$\sqrt{|x+1|} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}$$

$$(5-x)\sqrt{|x+1|} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$(13x-35)(x+1) \geq 0$$

$$(5-x)^2|x+1| = (13x-35)(x+1)$$

$$I \quad x+1 \geq 0$$

$$(5-x)^2(x+1) = (13x-35)(x+1)$$

$$I \quad x+1=0 \\ x=-1$$

$$II \quad x \neq 0$$

$$(5-x)^2 = 13x-35$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2-23x+60=0$$

$$D = 23^2 - 4 \cdot 60 = 529 - 240 = 289 = 17^2$$

$$x_{1,2} = \frac{23 \pm 17}{2} = \frac{23+17}{2} / \frac{23-17}{2} = \frac{40}{2} / \frac{6}{2} = 20 / 3$$

$$x_1 = 20 \quad x_2 = 3$$

$$x_1+1 \geq 0 \quad x_2+1 \geq 0$$

График 1 из 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{II} \quad x+1 < 0 \quad x < -1$$

$$-(5-x)^2(x+1) = (13x-35)(x+1) \quad x \neq -1$$

$$-25+10x-x^2 = 13x-35$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$D = 9+4 \cdot 10 = 49 = 7^2$$

$$x_{3,4} = \frac{-3 \pm 7}{2} = \frac{-3+7}{2} \quad / \quad \frac{-3-7}{2} = \frac{4}{2} \quad / \quad \frac{-10}{2} = 2 \quad / \quad -5$$

$$x_3 = 2 \quad x_4 = -5$$

$$x_3 \geq -1 \quad x_4 < -1$$

$$\Rightarrow x_0 = -1, x_1 = 20, x_2 = 3, x_4 = -5 \text{ могут подойти}$$

но надо проверить
023

$$f(x) = (13x-35)(x+1) \geq 0$$

$$\text{При } x_0 \Rightarrow f(x_0) = 0$$

$$x_1 \neq -1 \quad f(x_1) = (13 \cdot 20 - 35)(20+1) > 0$$

$$f(x_2) = (13 \cdot 3 - 35)(3+1) > 0$$

$$f(x_4) = (13 \cdot (-5) - 35)(-5+1) \geq 0$$

$$\frac{13x-35}{(x+1)^2} \geq 0 \quad x \neq -1$$

$$\frac{13x-35}{x+1} \geq 0 \quad \text{т.к. } (x+1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (13x-35)(x+1) \geq 0 \Rightarrow x_0 \text{ не подходит}$$

$$\text{А } x_1, x_2, x_4 \text{ подходят}$$

$$\text{Ответ: } x \in \{20, 3, -5\}$$

Страница 2 из 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos x = t$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\begin{aligned} & \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = \\ & = 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = \\ & = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = \\ & = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \\ & t \in [-1, 1] \Rightarrow x = \arccos(t) \end{aligned}$$

$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$ нужно найти min и max значение, которое принимает $f(t)$ при $t \in [-1, 1]$

$$\begin{aligned} f'(t) &= 4 \cdot 3 \cdot t^2 + 6 \cdot 2t + 3 = 12t^2 + 12t + 3 = 3(4t^2 + 4t + 1) = \\ &= 3(2t + 1)^2 \end{aligned}$$

Экстремум при $2t + 1 = 0 \quad t = -\frac{1}{2} \in [-1, 1]$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = \\ &= 4 \cdot \frac{-1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{4} + \frac{-3}{2} - 3 = \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -\left(3 + \frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-1) &= 4(-1)^3 + 6(-1)^2 + 3(-1) - 3 = \\ &= -4 + 6 - 3 - 3 = -4 \end{aligned}$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$\Rightarrow p \in [-4, 10]$$

Граница 1 из 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

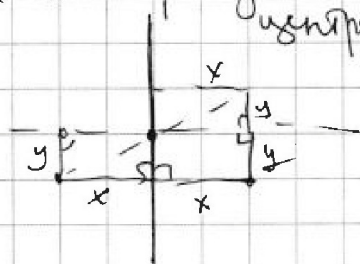
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если закрашенное мн-во симметрично относительно двух каких-то осей, то оно симметрично и относительно третьей, т.к.

Рис. 1. Прямая симметрия относительно прямой и центральную симметрию (центр симметрии лежит на прямой симметрии)



Пусть точка располож. на растр. x и y , для которых мы все доказываем

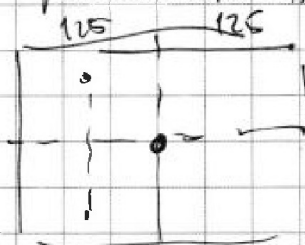
Тогда симметричным относительно прямой x потом относ. центра. Видно, что расстояние до прямой сохраняется $\Rightarrow$ доказано

Теперь посчитаем сколько способов выбрать мн-во, чтобы было симметрично относительно центра

Для это надо посчитать кол-во вариантов разместить 4 клетки в верхней части ар-ка, т.к. остальные 4 будут определены по расположению клеток в верхней

$$C_4^{25000}$$

$$\begin{aligned} & \text{Верхней части (половина)} 100 \\ & 100 \cdot 250 \\ & \text{клеток} = \\ & = 25000 \end{aligned}$$



Аналогично, для прямой x

$$C_4^{25000}$$

Итого $3C_4^{25000}$, но нужно вычесть случаи когда мн-во симметрично относительно всех осей сразу (относительно только двух быть не может по условию сверху)

Тогда кол-во способов разместить так мн-во, это кол-во способов разместить 2 клетки в верхней левой четверти ар-ка, так как во ~~всех остальных~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В каждую из других четвертей однозначно
определим $\frac{1}{2}$ -за симметрии. расположение 2-х кассет

$$C_{125 \cdot 100}^2 = C_{12500}^2$$

Ответ: $3 \cdot C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$

здесь мы ставим коэф-т 2, т.к. мы симметричны учтем 2 раза

Ответ: $3 C_{25000}^4 - 2 C_{12500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) a + b^2 = 560$$

$$a = 560 - b^2$$

$$1) a > b \Leftrightarrow 560 - b^2 > b \\ 0 > b^2 + b - 560$$

$$2) a - b \stackrel{D \neq 3}{\times} 3$$

$$560 - b^2 - b \times 3$$

$$560 \equiv 11 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$2 - b^2 - b \times 3$$

$$b^2 + b - 2 \times 3$$

$$(b-1)(b+2) \times 3 \Leftrightarrow b \equiv 1 \pmod{3}$$

$$3) (a-c)(b-c) = p^2$$

$$(560 - b^2 - c)(b-c) = p^2$$

т.к. p - простое возможны 2 случая

$$I \quad 560 - b^2 - c = b - c \Rightarrow p$$

$$560 - b^2 = b$$

$$b^2 + b - 560 = 0, \text{ но } b^2 + b - 560 > 0 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$II \quad 1. 560 - b^2 - c = 1$$

$$b - c = p^2$$

$$560 - b^2 - c > b - c$$

$$2. 560 - b^2 - c = p^2$$

$$b - c = 1$$

т.к.

$$3. 560 - b^2 - c = -p^2$$

$$b - c = -1$$

$$a - c > b - c$$

$$4. 560 - b^2 - c = -1$$

$$b - c = -p^2$$

$$a > b$$

$$I \quad 560 - b^2 - c = 1, \quad b - c = p^2$$

$$c = 559 - b^2$$

$$b - c = b + b^2 - 559 = p^2$$

$$D \neq b^2 + b - (559 + p^2) = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 559 + 4p^2 =$$

$$= 2237 + 4p^2 = 2237 + 4p^2 = x^2 \quad | x \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 - (2p)^2 = 2237$$

$$(x - 2p)(x + 2p) = 2237$$

$\Rightarrow p \geq 2$
 $\Rightarrow$ случаи
1 4 3
отпадают

Страница 1 из 4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x	x ²	x	4x
0	0	0	0
1	1	1	4
2	4	2	8
3	0	3	3
4	7	4	7
5	7	5	2
6	0	6	6
7	4	7	1
8	1	8	5

$$\Rightarrow 1 - 4p^2 = x^2 \quad x \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 1 - 4p^2 \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$1 - (2p)^2 \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$-(2p)^2 \equiv \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$(2p)^2 \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \\ -6 \end{bmatrix} \pmod{9} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

не погр.
т.к. $(2p)^2 \equiv 0 \pmod{9}$

$$\Rightarrow (2p)^2 \equiv 0 \pmod{9} \quad \text{или} \quad (2p)^2 \equiv 1 \pmod{9}$$

$\Downarrow$
 $p=3$ т.к.
 p - простое

$$4p^2 \equiv 1 \pmod{9} \Rightarrow p^2 \equiv 7 \pmod{9} \Rightarrow p \equiv \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$\text{I} \quad p=2 \not\equiv \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$\text{II} \quad p=7 \not\equiv \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$\text{III} \quad p=11 \not\equiv \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$\text{IV} \quad p=17 \not\equiv 8 \not\equiv \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$\text{V} \quad p=19 \not\equiv \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

$$\text{VI} \quad p=29 \equiv 2 \not\equiv \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \pmod{9}$$

~~3~~ ~~5~~ ~~13~~ ~~17~~ ~~23~~ ~~29~~

Остались 4 вар-та
 $p=3, p=5, p=13, p=23$

$$\text{I} \quad p=3$$

$$D = 2245 - 4 \cdot 3^2 =$$

$$= 2245 - 36 =$$

$$= 2209 = 47^2$$

$$b_{1,2} = \frac{-1 \pm 47}{2} = \frac{-1+47}{2} \quad \bigg| \quad \frac{-1-47}{2} =$$

$$= 23 \quad \bigg| \quad -24$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. $b - c = 1$

$c = b - 1$

$560 - b^2 - b + 1 = p^2$

$561 - b^2 - b = p^2$

$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$

$D = 1 - 4(p^2 - 561) =$

$= 1 - 4p^2 + 2244 = 2245 - 4p^2$

В случае 2 целых решений b нет.

4. $560 - b^2 - c = -1$ $b - c = -p^2$

$c = 560 - b^2 + 1 = 561 - b^2$

$b - c = -p^2$

$b - c = p^2$

$561 - b^2 = p^2$ $561 - b^2 - b = p^2$

$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$

$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$

$D = 1 - 4(p^2 - 561) = 1 - 4p^2 + 2244 =$

$= 2245 - 4p^2 = x^2, x \in \mathbb{Z}$

$2245 = (2p)^2 + x^2$

Пусть $p \geq 30 \Rightarrow 4p^2 \geq 4 \cdot 30 \cdot 30 = 4 \cdot 30 \cdot 30 =$
 $= 3600$

$\Rightarrow 2245 - 4p^2 < 0$

$\Rightarrow p < 30$

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 - все простые < 30

~~Рассмотрим~~

Рассмотрим остатки кв-тов по модулю 3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II $p = 5$

$$D = 2245 - 4 \cdot 5^2 = 2245 - 4 \cdot 25 = 2145$$

$$\begin{array}{r} 2145 : 5 \\ 2145 \overline{) 125} \\ 200 \overline{) 145} \\ 125 \overline{) 20} \end{array}$$

$\Rightarrow 2145 \times 25$
 $\Rightarrow 2145$ не квадрат
целого числа
 $\Rightarrow p = 5$ не возм.

III $p = 13$

$$D = 2245 - 4 \cdot 13^2 = 2245 - 676 = 1569$$

$$\begin{array}{r} 39^2 = 1521 \\ 40^2 = 1600 \end{array}$$

$$39^2 = 1521 \Rightarrow 39^2 < 1569 < 40^2$$

$\Rightarrow 1569$ не к-т
 $\Rightarrow p = 13$ нет решений

IV $p = 23$

$$D = 2245 - 4 \cdot 23^2 =$$

$$2245 - 2116 = 129$$

$$11^2 < 129 < 12^2$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 144 \end{array}$$

$\Rightarrow p = 23$ единств. вариант.

$$b_1 = 23 \quad b_2 = -24$$

Случай 2. $b_1 = 23$
 $c = b_1 - 1 \Rightarrow c = 23 - 1 = 22$
 $a = 560 - b_1^2 = 31$
 $(31, 23, 22)$

1. $a > b$

$$b_2 = -24$$

$$c = b_2 - 1 = -24 - 1 = -25$$

$$a = 560 - b_2^2 = -16$$

Случай 4. $c = 561 - b_1^2 = 32$
 $b_1 = 23$
 $a = 560 - b_1^2 = 31$
 $(31, 23, 32)$

$$b_2 = -24 \quad c = 561 - b_2^2 = -15$$

$$a = 560 - b_2^2 = -16$$

$$(-16, -24, -15)$$

Проверим ответы

1. $a > b$ где всех случаев

2. $a - b \neq 3$ где всех случаев

3. $(a - c)(b - c)$

$$(31 - 22)(23 - 22) = 9$$

$$(-16 + 25)(-24 + 25) = 9$$

$$(31 - 32)(23 - 32) = 9$$

Ответ: $(31, 23, 22), (31, 23, 32)$
 $(-16, -24, -25), (-16, -24, -15)$

$$(-16 + 25)(-24 + 25) = 9$$

$$4. a + b^2 = 560$$

$$31 + 23^2 = 560 \quad -16 + (-24)^2 = 560$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

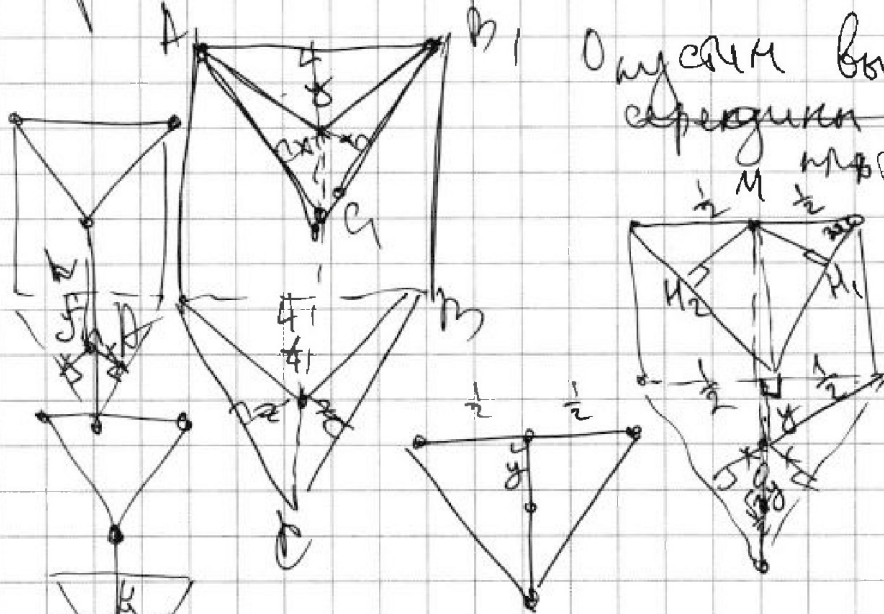


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что раз площади у двух граней равны $\Rightarrow$ перенос ~~на~~ параллельный вектору высоты ~~на~~ ~~основание~~ ~~на~~ ~~параллельный~~ ~~основание~~



Опустим высоту из C_1 на середину AB на MB AB C
Тогда AK S боковой грани ACC_1 CA CB C_1 C равны

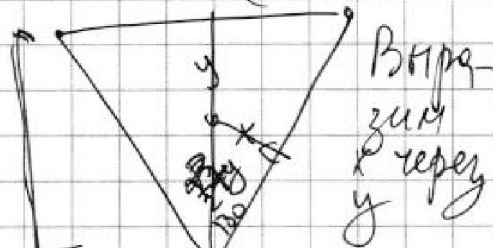
$\Rightarrow$ расстояние от O до BC и AC равно

Тогда найдем расстояние от O до AB за y
 $y^2 + h^2 = 16$
 $y^2 + h^2 = 16$
 $y^2 + h^2 = 16$

$HK_1 = HK_2 = \frac{1}{2} \sin 30 = \frac{1}{4}$
 $\Rightarrow y^2 + h^2 = 16$
 $(y - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + h^2 = 16$

$\Rightarrow \sqrt{(x - \frac{1}{4})^2 + h^2} = 1 = 3$
 $(x - \frac{1}{4})^2 + h^2 = 9$
 $y^2 + h^2 = 16$

$x = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}y$
 $(x - \frac{1}{4})^2 + h^2 = 9 - 16 = -7$



$x = (h - y) \cdot \sin 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} - y$
 $(\frac{\sqrt{3}}{2} - y) \cdot \sin 30 = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{2}y$
 $\Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{2} - 2x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + h^2 = 9 \\ \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 2x\right)^2 + h^2 = 16 \end{cases}$$

$$\ominus \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 2x\right)^2 - \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = 7$$

$$\frac{3}{4} + 4x^2 - 2\sqrt{3}x - x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{16} = 7$$

$$3x^2 + \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}\right)x + \frac{32}{16} - \frac{1}{16} = 7$$

$$3x^2 + \left(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}\right)x + \frac{11}{16} - 7 = 0$$

$$3x^2$$

$$\begin{cases} x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} + h^2 = 9 \\ 4x^2 - 2\sqrt{3}x + \frac{3}{4} + h^2 = 16 \end{cases}$$

$$3x^2 + \left(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}\right)x + \frac{3}{4} - \frac{1}{16} = 7$$

$$3x^2 + \left(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}\right)x + \frac{11}{16} = 7$$

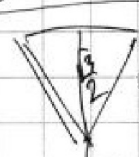
$$3x^2 + \left(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}\right)x + \frac{101}{16} = 0$$

$$D = \left(\frac{1}{2} - 2\sqrt{3}\right)^2 + 4 \cdot 3 \cdot \frac{101}{16} =$$

$$= \frac{1}{4} + 4 \cdot 3 - 2\sqrt{3} + 3 \cdot \frac{101}{4} =$$

$$= 12 + \frac{102}{4} - 2\sqrt{3} = 12 + \frac{51}{2} - 2\sqrt{3} =$$

$$= \frac{75}{2} - 2\sqrt{3} = \frac{1}{4} + 12 - 2\sqrt{3} + \frac{303}{4} = \frac{304}{4} + 12 - 2\sqrt{3} = 76 + 12 - 2\sqrt{3} = 88 - 2\sqrt{3}$$



Распишем
высоты

АВВ₁А₁ по

т. Пифагора



$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - y\right)^2 + h^2 = 16$

Знаем $h^2 = 9 \Rightarrow$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - y\right)^2 + h^2 = 16$$

$$x^2 + h^2 = 9$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2} - x$$

$$4x^2 + h^2 = 16$$

$$x^2 + h^2 = 9$$

$$4x^2 + h^2 = 16$$

$$4x^2 + 4h^2 = 56$$

$$3h^2 = 20$$

$$h^2 = \frac{20}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3} - \frac{1}{2} + \sqrt{90 - 2\sqrt{3}}}{2}$$

так как с $\ominus$
отриц. значение

$$h^2 = \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + 9 =$$

$$= 9 - \frac{1}{4} \left(\left(2\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{75}{2} - 2\sqrt{3} + 2 \left(2\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right) \sqrt{90 - 2\sqrt{3}} \right) =$$

$$= 9 - \frac{1}{4} \left(12 + \frac{1}{4} - 2\sqrt{3} + \frac{75}{2} - 2\sqrt{3} + (4\sqrt{3} - 1) \sqrt{90 - 2\sqrt{3}} \right) =$$

$$= 9 - \frac{1}{4} \left(\frac{49}{4} - 4\sqrt{3} + \frac{75}{2} + \sqrt{90 - 2\sqrt{3}} (4\sqrt{3} - 1) \right) =$$

$$= 9 - \frac{1}{4} \left(\frac{199}{4} - 4\sqrt{3} + (4\sqrt{3} - 1) \sqrt{90 - 2\sqrt{3}} \right) =$$

$$= 9 - \frac{1}{16} (4x - 1)^2 =$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{20}{3}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{20}{3}}$$

$$= 9 - \frac{1}{16} \left(4\sqrt{3} - \frac{1}{2} + 4\sqrt{90 - 2\sqrt{3}} - 1 \right)^2 =$$

$$= 9 - \frac{1}{16} \left(4\sqrt{3} - 2 + 4\sqrt{90 - 2\sqrt{3}} \right)^2 =$$

$$= 9 - \frac{1}{4} \left(2\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{90 - 2\sqrt{3}} \right)^2 =$$

$$= 9 - \frac{1}{4} \left((2\sqrt{3} - 1)^2 + 4(2\sqrt{3} - 1)\sqrt{90 - 2\sqrt{3}} + 4(90 - 2\sqrt{3}) \right) =$$

$$= 9 - \frac{1}{4} \left(12 + 1 - 4\sqrt{3} + (8\sqrt{3} - 4)\sqrt{90 - 2\sqrt{3}} + 360 - 8\sqrt{3} \right) =$$

$$= 9 - \frac{1}{4} (373 - 12\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 4)$$

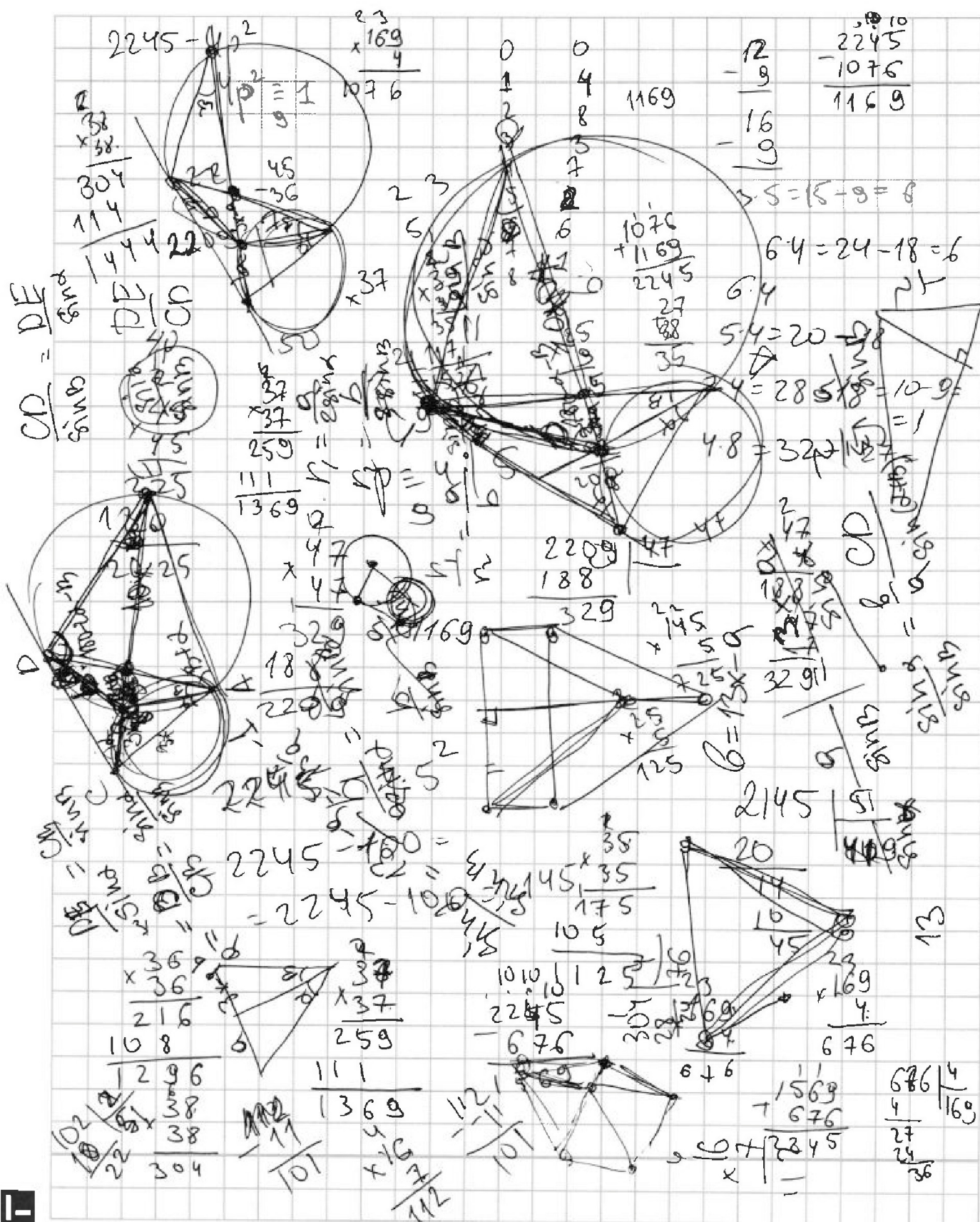


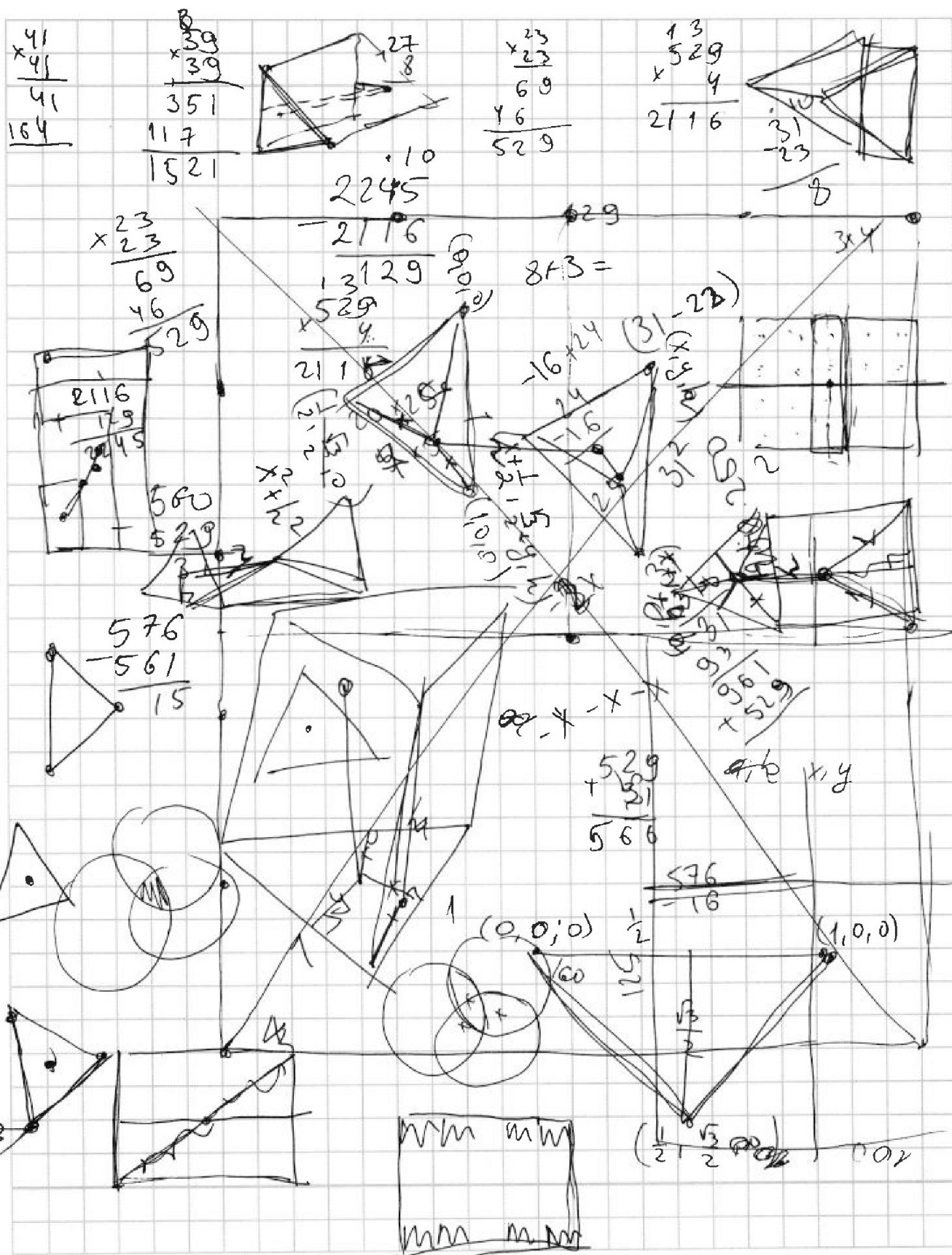
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$
 $a - b \times 3 = 2 + (b + b) + 2$
 $(a - c)(b + c) = p^2$
 $a + b^2 = 560$
 $b^2 = 560 - a$
 $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$
 $|y + \dots + 3|y - 12| = \sqrt{168 - 2^2}$
 $(a - c)(b - c) = p^2$
 $a + b^2 = 560$
 $a = 560 - b^2$
 $(a - c)(b - c) = p^2$
 $a - c = 41$
 $b - c = 4p^2$
 $560 - b^2 - c =$
 $= b - c$
 $560 - b^2 - b = 0$
 $b^2 + b - 560 = 0$
 $b = 560 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 560}$
 $560 - b^2 - c = 1$
 $c = 560 - b^2 - 1 =$
 $= 559 - b^2$
 $b - c = b^2 + b - 559 = p^2$
 $b^2 + b - (559 + p^2) = 0$
 $p = \dots$
 $3 = 1 + 2236 + 4p^2 = 2237 + 4p^2 = x$
 $y = 20 \cdot 20$

576
 560
 16

560
 4
 $D = 2240 \div 100$

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12
 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900
 4
 40
 40
 1600
 4

2237
 21
 13
 12 21
 27
 224
 900