



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

✓ $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

- ✓ 2. [4 балла] Решите систему уравнений

✓
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

- ✓ 3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

- ✓ 5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ✓ 6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

b_1 - первый член геом. посл.

$$\frac{b_n}{b_{n-1}} = q$$

Тогда:

$$b_7 = b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = 5-x = b_1 q^{12}$$

$$b_{15} = b_1 q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\text{ОДЗ: } \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0$$

$$\frac{+}{-} \quad \frac{-}{+}$$

$$\frac{+}{-1} \quad \frac{-}{\frac{35}{13}}$$

$$(x) x \in (-\infty; -1) \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$$

$$\text{т.к. } b_{15} > 0 \Rightarrow b_{13} > 0 \Rightarrow$$

$$5-x > 0$$

$$5 > x \quad (x \times)$$

возведем в квадраты:

$$b_7^2 = b_1^2 q^{12} = \frac{13x-35}{(x+1)^3}; b_{13}^2 = b_1^2 q^{24} = (5-x)^2; b_{15}^2 = b_1^2 q^{28} = (13x-35)(x+1) = b_{17}^2$$

Заметим, что:

$$(b_{15}^2)^3 = (b_{13}^2 q^4)^3 = b_1^6 q^{12} = (13x-35)(x+1)^3$$

$$(1) b_7^2 \cdot b_{15}^6 = b_1^2 q^{12} \cdot b_1^6 q^{24} = b_1^8 q^{36} = (13x-35)^4$$

$$(2) (b_{13}^2)^4 = (b_{15}^2 q^4)^4 = b_1^8 q^{16} = (5-x)^8$$

Заметим, что (1) = (2)

$$\text{Тогда: } (13x-35)^4 = (5-x)^8$$

$$|13x-35| = (5-x)^2$$

$$\left[\begin{array}{l} 13x-35 \geq 0 \\ 13x-35 = 25-10x+x^2 \\ 13x-35 \leq 0 \\ 35-13x = 25-10x+x^2 \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x \geq \frac{35}{13} \\ x^2-23x+60 \geq 0 \\ x \leq \frac{35}{13} \\ x^2+3x-10 \leq 0 \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x \geq \frac{35}{13} = 2\frac{9}{13} \\ (x-20)(x-3) \geq 0 \\ x < \frac{35}{13} \\ (x+5)(x-2) \leq 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x \geq 2\frac{9}{13} \\ x=20 \\ x=3 \\ x < 2\frac{9}{13} \\ x=-5 \\ x=2 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=20 \text{ (не уга)} \\ x=-5 \\ x=2 \text{ (не уга)} \end{array} \right.$$

Ответ: 3, -5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

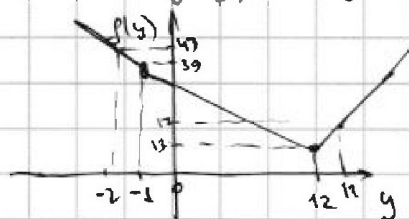
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} - 2 + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-x^2} & (2) \end{cases}$$

(2): $\text{кр. } x \in [0; 13]$

$\Delta \wedge x \quad f(y) = |y+1| + 3|y-12| =$



ломаная ~~у~~, раскрывается как $y = kx + b$

$f(-1) = 3 \cdot 13 = 39$

при $y = -1$ — т. перелома
 $y = 12$

$f(12) = 13$

$f(-2) = 1 + 3 \cdot 14 = 43$

$f(15) = 14 + 3 = 17$

Получается что $f(y) \geq 13$
 $\Delta \wedge x \geq 13$

$\Rightarrow \Delta \wedge x = \text{кр. } x = 13$

$\begin{cases} x = 0 \\ y = 12 \end{cases}$

Подставим в (1)

(*) $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{x+3} \\ b = \sqrt{4-x} \end{cases}$ Тогда:

$\begin{cases} a^2 + b^2 = 7 & (3) \\ a - b + 5 = 2ab & (4) \end{cases}$

Сложим (3) и (4): $a^2 + b^2 + a - b + 5 = 7 + 2ab$

$(a-b)^2 + a - b - 2 = 0 \Rightarrow t = a - b$

$t^2 + t - 2 = 0$

$(t+2)(t-1) = 0$

$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} a - b = -2 \\ a - b = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = -2 & (7) \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1 & (8) \end{cases}$

~~$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} = 2$~~

$\begin{cases} x+3 + 4-x - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} = 4 \\ x+3 + 4-x - 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 3 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} \\ 3 = \sqrt{x+3}\sqrt{4-x} \end{cases}$

$\begin{cases} 9 = -4x^2 + 4x + 48 \\ 9 = -x^2 + x + 12 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x^2 - 4x - 39 = 0 \\ x^2 - x - 3 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - x - \frac{39}{4} = 0 & (5) \\ x^2 - x - 3 = 0 & (6) \end{cases}$

(5): $D = 1 + 4 \cdot \frac{39}{4} = 40$

$\begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{40}}{2} \text{ (уг. хх)} \\ x = \frac{1 - \sqrt{40}}{2} \text{ (уг. хх)} \end{cases}$

Подставим в (7):

$\frac{1 + \sqrt{40}}{2} - \sqrt{\frac{8 + \sqrt{40}}{2}} = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{40}}{2}} - \sqrt{\frac{7 + \sqrt{40}}{2}} = 240$

$x = \frac{1 + \sqrt{40}}{2}$ не кор., т.к. дает > 0

$x = \frac{1 - \sqrt{40}}{2}$ кор., т.к. дает < 0 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы во каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(6) \quad x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 = 13$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ (по } x \text{)}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \text{ по } (x \text{)}$$

Проверим в (8):

$$\sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{13} + 6}{2}} - \sqrt{\frac{8 - (1 \pm \sqrt{13})}{2}} = \sqrt{\frac{7 \pm \sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{7 \mp \sqrt{13}}{2}} = 1 > 0$$

если $x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$, то значение < 0 и не подходит

$x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ по условию > 0 и подходит

Ответ:

$$\text{Ответ: } x \in \left\{ \frac{1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right\}$$

$$y = 12$$

$$z = 0$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\text{Т.к. } \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\text{То: } 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$\cos x = t \quad |t| \leq 1.$$

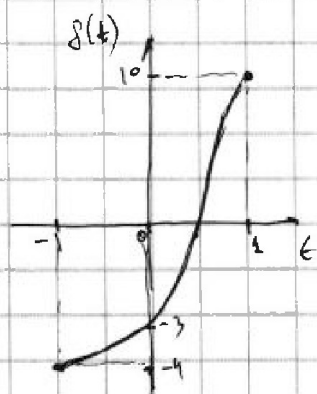
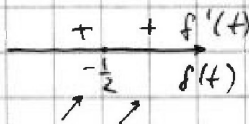
$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3, \text{ где } |t| \leq 1.$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$



$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$f(0) = -3$$

$$\Rightarrow -4 \leq f(t) \leq 10$$

если $p > 10$: корней нет

$-4 \leq p \leq 10$ если корни

$p < -4$: корней нет

Решим ур-ие относительно p .

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$3t = p - \frac{1}{2} \quad y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

$$4\left(y - \frac{1}{2}\right)^3 + 6\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(y - \frac{1}{2}\right) - 3 - p = 0$$

$$4\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 (4y - 2 + 6) + 3y - \frac{3}{2} - 3 - p = 0$$

$$(y^2 - y + \frac{1}{4})(4y + 4) + 3y - \frac{3}{2} - 3 - p = 0$$

$$4y^3 + 4y^2 - 4y^2 - 4y + y + 1 + 3y - \frac{3}{2} - 3 - p = 0$$

$$4y^3 - \frac{3}{2} - p = 0$$

$$y^3 = \frac{\frac{3}{2} + p}{4}$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{\frac{3}{2} + p}{4}}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{\frac{3}{2} + p}{4}} - \frac{1}{2}$$

$$\cos x = t$$

$$\cos x = \sqrt[3]{\frac{\frac{3}{2} + p}{4}} - \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos \left(\sqrt[3]{\frac{\frac{3}{2} + p}{4}} - \frac{1}{2} \right) + 2\pi k$$

Ответ:

$$x = \pm \arccos \left(\sqrt[3]{\frac{\frac{3}{2} + p}{4}} - \frac{1}{2} \right) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{или } p \in [-4; 10]$$

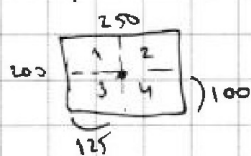


1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

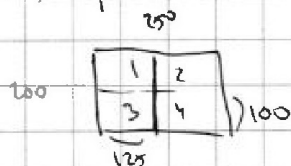
1) рассмотрим симметрию отн. центра: (событие A)



если клетка есть в области 1, то есть клетка, ей симметричная, в об-ти 4. $\Rightarrow$ вместе в клетках, именно выберем 4 клетки.

Вариантов: $C_4^{250-125}$

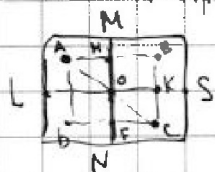
2) рассмотрим симметрию отн. средней линии: (событие B)



если клетка закрашена в об-ти 1, то закрашена клетка, ей симметр. (т.е. либо в об-ти 2, либо в об-ти 3), в равнестве от выбранной средней линии для симметрии)

Вариантов: $C_4^{250-125} \cdot 2$
 ↑
 т.к. две средней линии

3) рассмотрим случаи, в которых есть и симметрия однос. центра и симметрия относительно средней линии (событие A ∩ B)



3 симметрии отн. MN и ч. O.

З есть (.) A тогда есть точки B (сим. отн. MN) и C (сим. отн. O)

$$\Delta OABC : \begin{cases} AO = OB \\ AO = OC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} NO \parallel BC \\ BO \parallel AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} NO \perp LS \\ BC \perp LS \end{cases}$$

$$BK = KC$$

$$\Rightarrow B, C \text{ сим. отн. } LS$$

В т.к. у нас симметрия отн. MN, то $\exists$ точка D, сим. C

$$\begin{cases} DF = FC \\ DF \perp FC \end{cases} \Rightarrow$$

то есть отн. O

замечим, что тогда (.) A, B, C, D

симметричны относительно друг друга

по симм. отн. центра, либо по симм. отн. средней линии.

Т.е. если при таких условиях мы выберем одну клетку на поле, то однозначно устанавливается 4 клетки.

$\Rightarrow$ всего таких вариантов:

$$C_4^1 \cdot C_1^{250-200} \cdot C_1^{(250-200-4)} \cdot \frac{1}{4}$$

Нам нужно найти: $A \cup B = A + B - (A \cap B) =$

$$= 3 \cdot C_4^{250-200} - \frac{1}{16} C_1^{250-200} \cdot C_1^{(250-200-4)}$$

Ответ: $3 C_4^{250-200} - \frac{1}{16} C_1^{250-200} \cdot C_1^{49996}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b & (1) \\ (a-b) \div 3 & (2) \\ (a-c)(b-c) = p^2 & (3) \\ a+b^2 = 560 & (4) \end{cases}$$

$$\Delta \text{ из (3): } (a-c)(b-c) = p^2$$

$$\text{т.к. } a-c \in \mathbb{N}$$

$$b-c \in \mathbb{N}$$

$$p^2 \in \mathbb{N}$$

то:

$a-c$	$b-c$	
1	p^2	(1)
p^2	1	(6)
p	p	(7)
-1	$-p^2$	(8)
$-p^2$	-1	(9)
$-p$	$-p$	(10)

$$\text{т.к. } a > b, \text{ то } a-c > b-c$$

$$\text{и т.к. } p^2 \geq 1, \text{ то случаи}$$

$$(5), (7), (9), (10) \text{ не подходят}$$

$$\Rightarrow \text{случаи (6) и (8)}$$

$$(6) \begin{cases} a = c + p^2 \\ b = c + 1 \end{cases} \quad (a-b) \div 3$$

$$a-b = c + p^2 - c - 1 = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \div 3$$

$$p \text{ может иметь при остатке по mod 3: } 0; 1; 2, \text{ тогда}$$

$$(p-1)(p+1) \div 3 \quad p \equiv 0, \text{ а т.к. } p - \text{простое число, то такое}$$

$$\text{может быть только при } p = 3.$$

$$\begin{cases} a = c + 9 \\ b = c + 1 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \quad \begin{cases} a - c = 9 \\ c - b = -1 \end{cases} + \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \quad \begin{cases} b - a = -8 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$b + b^2 = 552$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$(b + 24)(b - 23) = 0$$

$$\begin{cases} b = -24 \Rightarrow a = -16 \Rightarrow c = -25 \\ b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = 22 \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^2 \end{cases} \quad a - b = c - 1 - (c - p^2) = p^2 - 1 \quad \text{аналогично (6): } p = 3$$

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a - c = -1 \\ c - b = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \quad \text{аналогично (6) } \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b = -24 \Rightarrow a = -16 \Rightarrow c = -15 \\ b = 23 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow c = 32 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-16; -24; -15); (31; 23; 32); (-16; -24; -25); (31; 23; 22)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(13x - 35)^4 = (5 - x)^8 = (x - 5)^8$$

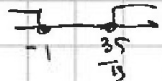
$$x = 3$$

$$(39 - 35)^4 = (5 - 3)^8$$

$$4^4 = 2^8$$

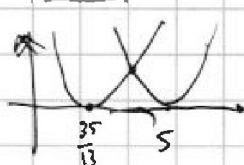
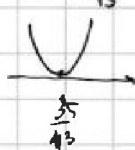
$$2^8 = 2^8$$

$$(13x - 35)(x + 1) > 0$$



$$a^4 = 6^4$$

$$f'(x) = (13x - 35)^3 \cdot 13$$
$$x' = \frac{35}{43}$$



$$13x - 35 = (x - 5)^2$$

$$x \geq \frac{35}{13} = 2\frac{2}{13}$$

$$13x - 35 = x^2 - 10x + 25$$
$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$(x - 20)(x - 3) = 0$$

$$x = 3$$
$$x = 20$$

$$x = 2: (26 - 35)^4 = 3^4$$

$$9^4 = 3^4$$

$$3^8 = 3^4$$

$$x = -5$$

$$100^4 = 10^4$$

$$x = 20$$

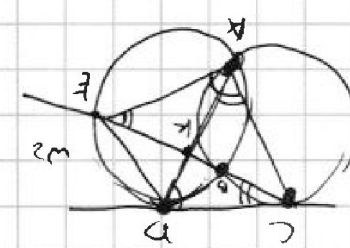
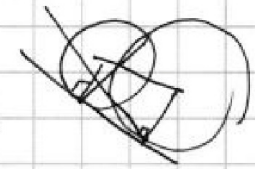
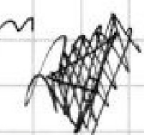
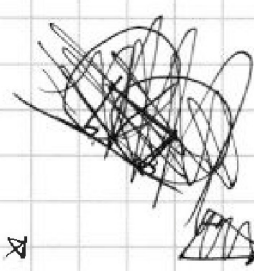
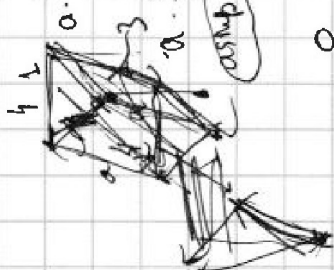
$$225^4 = 15^4$$

$$a = -16$$
$$b = -24$$
$$c = -25$$

$$a = 560 - 6^2$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$
$$x = -5$$
$$x = 2$$

Омлет: 20; 3; -5;



$$\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$

$$a + b^2 = 360$$

$$25 \times 25 = 625$$
$$625 + 360 = 985$$
$$985 + 12 = 997$$
$$997 + 12 = 1009$$
$$1009 + 12 = 1021$$
$$1021 + 12 = 1033$$
$$1033 + 12 = 1045$$
$$1045 + 12 = 1057$$
$$1057 + 12 = 1069$$
$$1069 + 12 = 1081$$
$$1081 + 12 = 1093$$
$$1093 + 12 = 1105$$
$$1105 + 12 = 1117$$
$$1117 + 12 = 1129$$
$$1129 + 12 = 1141$$
$$1141 + 12 = 1153$$
$$1153 + 12 = 1165$$
$$1165 + 12 = 1177$$
$$1177 + 12 = 1189$$
$$1189 + 12 = 1201$$
$$1201 + 12 = 1213$$
$$1213 + 12 = 1225$$
$$1225 + 12 = 1237$$
$$1237 + 12 = 1249$$
$$1249 + 12 = 1261$$
$$1261 + 12 = 1273$$
$$1273 + 12 = 1285$$
$$1285 + 12 = 1297$$
$$1297 + 12 = 1309$$
$$1309 + 12 = 1321$$
$$1321 + 12 = 1333$$
$$1333 + 12 = 1345$$
$$1345 + 12 = 1357$$
$$1357 + 12 = 1369$$
$$1369 + 12 = 1381$$
$$1381 + 12 = 1393$$
$$1393 + 12 = 1405$$
$$1405 + 12 = 1417$$
$$1417 + 12 = 1429$$
$$1429 + 12 = 1441$$
$$1441 + 12 = 1453$$
$$1453 + 12 = 1465$$
$$1465 + 12 = 1477$$
$$1477 + 12 = 1489$$
$$1489 + 12 = 1501$$
$$1501 + 12 = 1513$$
$$1513 + 12 = 1525$$
$$1525 + 12 = 1537$$
$$1537 + 12 = 1549$$
$$1549 + 12 = 1561$$
$$1561 + 12 = 1573$$
$$1573 + 12 = 1585$$
$$1585 + 12 = 1597$$
$$1597 + 12 = 1609$$
$$1609 + 12 = 1621$$
$$1621 + 12 = 1633$$
$$1633 + 12 = 1645$$
$$1645 + 12 = 1657$$
$$1657 + 12 = 1669$$
$$1669 + 12 = 1681$$
$$1681 + 12 = 1693$$
$$1693 + 12 = 1705$$
$$1705 + 12 = 1717$$
$$1717 + 12 = 1729$$
$$1729 + 12 = 1741$$
$$1741 + 12 = 1753$$
$$1753 + 12 = 1765$$
$$1765 + 12 = 1777$$
$$1777 + 12 = 1789$$
$$1789 + 12 = 1801$$
$$1801 + 12 = 1813$$
$$1813 + 12 = 1825$$
$$1825 + 12 = 1837$$
$$1837 + 12 = 1849$$
$$1849 + 12 = 1861$$
$$1861 + 12 = 1873$$
$$1873 + 12 = 1885$$
$$1885 + 12 = 1897$$
$$1897 + 12 = 1909$$
$$1909 + 12 = 1921$$
$$1921 + 12 = 1933$$
$$1933 + 12 = 1945$$
$$1945 + 12 = 1957$$
$$1957 + 12 = 1969$$
$$1969 + 12 = 1981$$
$$1981 + 12 = 1993$$
$$1993 + 12 = 2005$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Nº1.

$$b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 q^6$$
$$b_{13} = 5-x = b_1 q^{12}$$
$$b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 q^{14}$$

$$\frac{b_{13}}{b_7} = q^6 = \left(\frac{b_{15}}{b_7}\right)^3$$
$$\frac{b_{13}}{b_7} = \frac{b_{15}^3}{b_7^3}$$
$$b_{13}^4 = b_7^4 \cdot b_{15}^3$$

$$(5-x)^4 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot \frac{(13x-35)^6 (x+1)^6}{(13x-35)^2 (x+1)^3}}$$

$$\frac{b_{13}}{b_7} = q^6$$
$$\frac{b_{15}}{b_{13}} = q^2$$
$$\frac{b_{15}}{b_7} = q^8$$

$$\frac{b_{15}^3}{b_{13}^3} = \frac{b_{13}}{b_7}$$
$$b_{15}^3 \cdot b_7 = b_{13}^4$$
$$\left(\sqrt{(13x-35)(x+1)}\right)^3 \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = (5-x)^4$$

$$\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0$$
$$\frac{x-1}{-1} \leq \frac{35}{13}$$

$$\sqrt{(13x-35)^2 (x+1)^6} \sqrt{(13x-35)} = (5-x)^4$$

$$\sqrt{(13x-35)^2 (x+1)^3} = (5-x)^4$$
$$(13x-35)^2 (x+1)^3 = (5-x)^8$$

$$f'(x) = -8(5-x)^7 \cdot \frac{1}{5}$$
$$x=5$$

$$x < -1:$$
$$(13x-35)^2 (x+1)^3 < 0$$
$$14-6 = 80+110 = 190$$

$$y = (5-x)^8$$
$$x \geq \frac{25}{13} = 2 \frac{9}{13}$$
$$(13x-35)^2 (x+1)^3 = (5-x)^8$$

$$\sqrt{(13x-35)^2 (x+1)^3} = (5-x)^4$$

$$12-6 = 60+12 = 72$$
$$12 \cdot 72 = 864$$

$$b_7 \cdot b_{15}^6 = b_{13}^8$$
$$b_7^2 \cdot b_{15}^6 = b_{13}^8$$
$$b_7^2 \cdot b_{15}^6 = b_{13}^8$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt{(13x-35)^2 (x+1)^3} = (5-x)^4$$
$$12 \cdot 3 = 36$$
$$12 \cdot 3 = 36$$

Nº1

$$b_7^2 = b_1^2 q^{12} = \frac{13x-35}{(x+1)^3}$$
$$b_7^2 \cdot q^{24} = 12 \cdot 8 = 96$$
$$b_1 q^{12} = 5-x$$
$$b_7^2 q^{28} = (13x-35)(x+1)$$

$$b_1^6 q^{84} = (13x-35)^3 (x+1)^3$$
$$b_1^6 q^{84} \cdot b_1^2 q^{12} = (13x-35)^4$$
$$b_1^8 q^{96} = (13x-35)^4$$
$$= (5-x)^8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a-b=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1 \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$$x+3+4-x-2\sqrt{5}=4$$

$$3=2\sqrt{5}$$

$$9=4(x+3)(4-x)$$

$$9=-4x^2+4x+48$$

$$-4x^2+4x+39=0$$

$$4x^2-4x-39=0$$

$$x^2-x-\frac{39}{4}=0$$

$$D=1+4\frac{39}{4}=40$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{40}}{2}$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{40}}{2}$$

$$(x+3)(4-x)=-x^2+x+12$$

$$x+3+4-x-2\sqrt{5}=1$$

$$2\sqrt{5}=6$$

$$\sqrt{5}=3$$

$$(x+3)(4-x)=9$$

$$4x-x^2+12-3x=9$$

$$-x^2+x+3=0$$

$$x^2-x-3=0$$

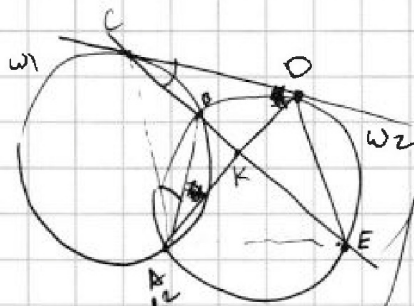
$$D=1+4\cdot 3=13$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{cases} 1+\sqrt{50} \\ 3+\sqrt{50} \\ 4+\sqrt{50} \end{cases}$$

$$3+4+5+4=16$$



$$\frac{EK}{KE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{EK}{KE} = \frac{3}{10}$$

$$1) a-c=p$$

$$b-c=p$$

$$a=p+c$$

$$b=1+c$$

$$2) \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \begin{cases} a=1+c \\ b=p^2+c \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \begin{cases} a=p^2+c \\ b=1+c \end{cases}$$

$$a+b^2=560$$

$$p^2+c+1+2c+c^2=560$$

$$c^2+3c+p^2-559=0$$

$$\frac{1\pm\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{1\pm\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{1\pm\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{1\pm\sqrt{10}}{2}$$

$$4) a-c=p$$

$$b-c=p$$

$$5) a-c=1$$

$$b-c=p^2$$

$$a=c-1$$

$$b=c-p^2$$

$$a=c-p^2$$

$$b=c-1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

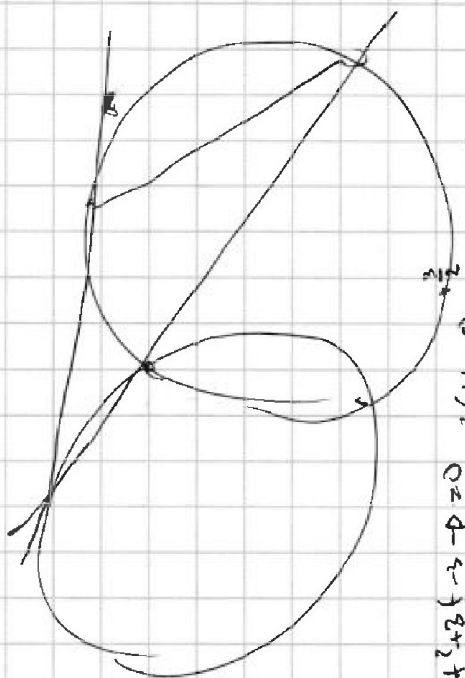
$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1$$

$$\sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} + 3} - \sqrt{4 - \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{13} + 6}{2}} - \sqrt{\frac{8 - 1 \pm \sqrt{13}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{7 \pm \sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{7 \mp \sqrt{13}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{7 + \sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{7 - \sqrt{13}}{2}} > 0$$



$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

$$t = y - 3$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$t = y - 3$$

$$t = y - 3$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

$$4(y-3)^3 + 6(y-3)^2 + 3(y-3) - 3 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$N^{\circ} 2. \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2} \\ y+1+3|y-12| \geq \sqrt{169-2x^2} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} x \geq -3 \\ -13 \leq z \leq 7 \end{array}$$

$$x+3+4-x-z = 7-z$$

$$|z| \leq 13$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 4-x-z \geq 0 \\ |z| \leq 13 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 \\ 4 \geq x+z \\ -13 \leq z \leq 13 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x+3 \geq 0 \\ 4-x-z \geq 0 \\ 7-z \geq 0 \\ z \geq 7 \end{array}$$

$$(y, -4)$$

$$y = -4$$

$$3+48=51$$

$$51^2 = 2601$$

$$1y+1+3|y-12| \geq 13$$

$$|z| = 0$$

$$|y| = 12$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$x+3+4-x-2\sqrt{12+x-x^2} = 4(12+x-x^2)+25-20\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\begin{aligned} (x+3)(4-x) - \\ = 4x - x^2 + 12 - 3x = \\ = 12 + x - x^2 \end{aligned}$$

$$a-b = 2ab-5$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{x+3} = a \\ \sqrt{4-x} = b \end{array}$$

$$a-b+a^2+b^2 = 7+2ab-5 \quad a^2+b^2 = 7$$

$$a-b+a^2-2ab+b^2 = 2$$

$$a-b+(a-b)^2 = 2$$

$$a-b = t$$

$$t^2+t-2=0$$

$$(t+2)(t-1)=0$$

$$(t-1)(t+2)=0$$

$$\sqrt{x+3} = \sqrt{4-x} + 2$$

$$y = -4 \quad 3+48=51$$

$$y = -1: 0+3 \cdot 13 = 39$$

$$y = 12: 13+$$

$$y = 24: 25+3 \cdot 12 = 61$$

$$20\sqrt{12+x-x^2} - 25\sqrt{12+x-x^2} = 4(12+x-x^2) + 25 - 20\sqrt{12+x-x^2}$$

$$10\sqrt{12+x-x^2} = 2x - 2x^2 + 32$$

$$\begin{cases} a-b = 2ab-5 \\ a^2+b^2 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} a(1-2b) = b-5 \\ a = \frac{b-5}{1-2b} \end{cases}$$

$$\left(\frac{b-5}{1-2b}\right)^2 + b^2 = 7$$

$$b^2 - 10b + 25 + b^2 - 4b^3 + 4b^2 = 7$$

$$4b^4 + 2b^2 - 4b^3 - 10b + 25 = 7 - 28b + 28b^2$$

$$4b^4 - 4b^3 - 26b^2 + 18b + 18 = 0$$

$$2b^4 - 2b^3 - 13b^2 + 9b + 9 = 0$$

$$(b+2)(b-3)(b^2-2b-3) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N^{\circ} 2. \begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2} \\ |y+1| + 3|y+12| = \sqrt{169-x^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} = 2\sqrt{y+x-x^2+2} - 5$$

$$169-x^2 \geq 0 \quad 4-x-2 > 0 \quad 17 \leq x \leq 13$$

$$169 \geq x^2 \quad 4 > x+2$$

$$17 \leq x \leq 13$$

$$y+1+3y-36 = \sqrt{169-x^2}$$

$$4y-35 = \sqrt{169-x^2}$$

$$-1 \leq y \leq 12: y+1-3y+36 = \sqrt{169-x^2}$$

$$37-2y = \sqrt{169-x^2}$$

$$y \leq -1 \quad -y-1-3y+36 = \sqrt{169-x^2}$$

$$-4y+35 = \sqrt{169-x^2}$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin x \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$f(x) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$\cos x \in [-1; 1]$$

$$f(x) = f(x+2\pi)$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$x \in [0; 2\pi] \quad y = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$f(-\frac{1}{2}) = 4 \cdot (-\frac{1}{2})^3 + 6 \cdot (-\frac{1}{2})^2 + 3 \cdot (-\frac{1}{2}) - 3 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -4.5$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f(x) = f(x+2\pi)$$

$$4 \cdot 3t^2 + 6 \cdot 2t + 3 =$$

$$= 12t^2 + 12t + 3$$

