



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Раз это геометрическая прогрессия,
тогда она имеет вид: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Значит $\frac{b_{12}}{b_{10}} = q^2$; $\frac{b_{18}}{b_{10}} = q^8$; $\frac{b_{18}}{b_{12}} = q^6$

$$\frac{b_{18}}{b_{10}} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} =$$
$$= \frac{1}{(3x+2)^2} = q^8$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = q^2$$

Заметим, что $(25x+34)(3x+2) > 0$.

~~Значит $25x+34 > 0$ и $3x+2 > 0$. Тогда $\frac{1}{(3x+2)^2} = q^2$~~

~~$$\frac{1}{(3x+2)^2} = q^8$$
$$\frac{1}{\sqrt{(3x+2)}} = q^2$$~~

~~$$\frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(3x+2)}} = q^2$$~~

~~$$2-x = \sqrt{(25x+34)}$$~~

~~$$x^2 - 4x + 4 = 25x + 34$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} 25x+34 > 0 \\ 3x+2 > 0 \end{array} \right\}$$

$$\frac{1}{(3x+2)^2} = q^8$$

$$\frac{1}{\sqrt{3x+2}} = q^2$$

$$\frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = q^2$$

$$\frac{2-x}{\sqrt{25x+34}} \cdot q^2 = q^2$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}, \quad 2 \geq x$$

$$4-4x+x^2 = 25x+34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1, \text{ не подходит, т.к. } 3x+2 < 0 \\ x = 30, \text{ не подходит, т.к. } 2 \geq x \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} 25x+34 < 0 \\ 3x+2 < 0 \end{array} \right\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-3x-2}} = q^2$$

Аналогичными преобразованиями:

$$2-x = \sqrt{-25x-34}$$

$$4-4x+x^2 = -25x-34$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$(x+2)(x+19) = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 $x = -2$ и $x = -19$ подходит под условие:

$$25x + 34 < 0$$

$$3x + 2 < 0$$

$$2 - x \geq 0$$

Ответ: $x = -2$, $x = -19$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1011~~

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+7}$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$

На 2-е равенство:

$$|y+2| + 2|y-18| \geq |y+2| + |y-18| = |-y-2| + |y-18| \geq |-y-2+y-18| = 20$$

н-во треугольника

$$|y+2| + 2|y-18| \geq 20$$

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20$$

получаем, что обе части должны быть равны 20:

$$z=0$$

$$|y+2| + 2|y-18| \geq 20 + |y-18| \geq 20$$

Получаем $y=18$.

Осталось найти x . Подставим в 1-е равенство:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$x \geq -6$ и $x \leq 3$, заметим, что при этих условиях

$$(x+6)(3-x) \geq 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

обе части одного знака, возведём



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 квадрат:

$$\sqrt{x+6} + 3\sqrt{x} - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) -$$
$$- 28\sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = t \geq 0$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{13 \pm 3}{4} \quad \&$$

$$t_1 = 2.5 \geq 0$$

$$t_2 = 4 \geq 0$$

$$(x+6)(3-x) = t^2$$

$$18 - 3x - x^2 = 16$$

$$2 - 3x - x^2 = 0$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Корень $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$ не подходит, т.к.

$$x_1 \leq -3, \text{ так что } \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} < 0,$$

Другой корень подходит
а $2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7 = 1 > 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+6)(3-x) = 2,5^2$$

$$18 - 3x - x^2 = 6,25$$

$$x^2 + 3x - 11,75 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$\text{Здесь не подходит } x_2 = \frac{-3 + \sqrt{56}}{2}, 1,4$$

$$x_1 \geq -1,5, \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} \geq 0, \text{ а}$$

$$2x^2 - 7 = -2 < 0$$

То есть ответ:

$$x = \left[\begin{array}{l} -\frac{3 + \sqrt{56}}{2} \\ -\frac{3 + \sqrt{17}}{2} \end{array} \right]$$

$$y = 18$$

$$z = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

$$p\cos 3x + 6\cos 2x + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + \cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p)\cos^3 x$$

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

Удобн был корень:

$$-1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \leq 1$$

$$\sqrt[3]{1-p} = t$$

$$-1 \leq \frac{1}{t-1}$$

$$\frac{1}{t-1} + 1 \geq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{t}{t-1} \geq 0$$

$$t > 1 \quad \text{или} \quad t \leq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{1-p} > 1, & \text{значит } p < 0 \\ \sqrt[3]{1-p} \leq 0, & \text{значит } p \geq 1 \end{cases}$$

$$p \in (-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$$

$$\frac{1}{t-1} \leq 1$$

$$1 - \frac{1}{t-1} \geq 0$$

$$\frac{t-2}{t-1} \geq 0$$

$$t \geq 2 \quad \text{или} \quad t < 1$$

$$\sqrt[3]{1-p} \geq 2, \quad \text{значит } -7 \geq p$$

$$\sqrt[3]{1-p} < 1, \quad \text{значит } p > 0$$

$$p \in (-\infty; -7] \cup (0; +\infty)$$

Найдём объединение:

$$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

при таких p будет решение:

$$\text{Ответ: } x = \pm \arccos \sqrt[3]{1-p} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



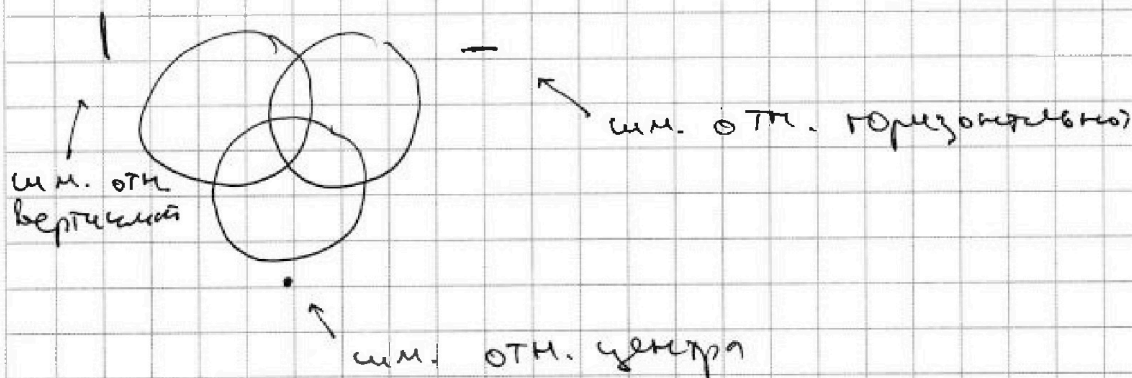
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

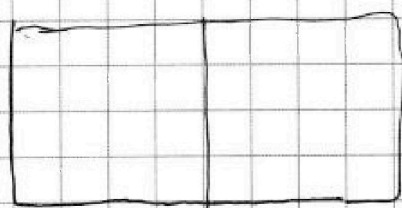
СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нарисуем то, как устроены варианты:



Воспользуемся формулой включения-исключения.
числ. Кол-во вариантов "1":



Нужно выбрать какое-то место в левой половине, а правая автоматически займется.
Вариантов: $C_{n/2}$

} всего $n = 500 - 120$ мест.

Аналогично $C_{n/2}$ "1": $C_{n/2}^4$

Такая же ситуация будет и с "2", т.к. выбрав n клеток из левой, правые автоматически однозначны.

Убедимся в том, что если присутствуют какие-то 2 из этих симметрий, то присутствуют сразу все 3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

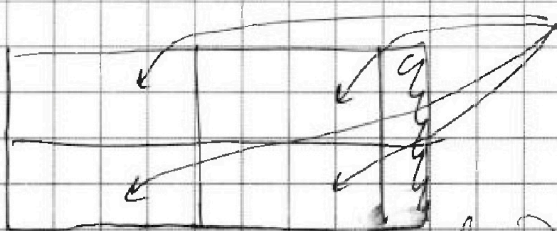
СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если есть 2 см. отн. прямой, то любой клеточный переводите в центр. см., нося композицию 2х отражений отн. прямой. Если есть центр. см. и см. отн. прямой, то любой клеточный тоже отражал отн. прямой будет соответствовать клеточ. центр. см., которая и будет отражением отн. 2-й прямой.

По ф-ле включения исключений вычислю из принципа колва вычислю 3 варианта пере-сека, т.е. $3A$, A — кол-во вариантов, когда есть все 3 симметрии, а нам нужно добавить A , т.е. по итогу просто вычислю $2A$. Таблица Кэли для A :



В каждой клетке симметричное число клеток симметрично, значит оно равно 2. Всего 2 клетки

в одном, остальных одно-значно определяем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит $A = C_{n/4}^2$

$n = 60000$

Ответ: $3C_{n/2}^4 - 2C_{n/4}^2 = 3C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $a < b$

2) $b - a \not\equiv 3$

3) $(a - c)(b - c) = p^2$

а) $a^2 + b = 1000$

~~$1000 \equiv 1 \pmod{3}, \text{ так как } a^2 + b \equiv 1 \pmod{3}$~~

p^2 имеет две пары делителей: $\{1; p^2\}$
 $\{p; p\}$

$\{p; p\}$ не подходит, т.к. иная

$$\begin{array}{l} a - c = p \\ b - c = p \end{array} \Rightarrow a = b \Rightarrow a - b = 0 \not\equiv 3$$

Значит учитывая, что $a < b$:

$$\begin{array}{l} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \\ b - a = p^2 - 1 \end{array}$$

} $p \equiv 1 \pmod{3}$, значит $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$, но тогда $b - a \equiv 3$

} $p \equiv 2 \pmod{3}$, $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$, но тогда $b - a \equiv 3$

Значит $p \equiv 0 \pmod{3}$, но значит $p = 3$, т.к. p — простое. Получается:

$$b = a + 8$$

Подставляем в 4):



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + a + 8 = 1000$$

$$a^2 + a - 992 = 0 \Leftrightarrow (a+32)(a-31) = 0$$

$$a = 31 ; b = 39 ; c = 30$$

~~$$a = 32 ; b = 40 ; c = 31$$~~

$$a = -32 ; b = -24 ; c = -33$$

Легко найти, что $a - c = 1$

Ответ: $a = -32 ; b = -24 ; c = -33$
 $a = 31 ; b = 39 ; c = 30$.

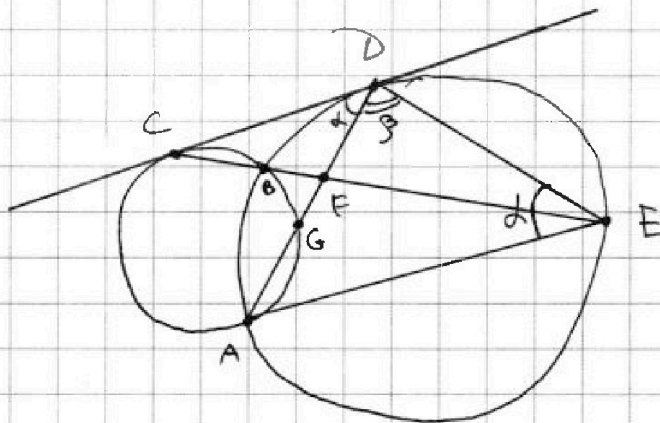


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{DE} = ?$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{7}{20}$$

$$\angle CDG = \angle DEA \text{ (угол между хордой и кас.)}$$

$$\frac{S_{\triangle CDF}}{S_{\triangle DFE}} = \frac{CF}{FE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{\frac{1}{2} CD \cdot DF \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} DF \cdot DE \cdot \sin \beta} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{7}{20} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

По т. синусов в $\triangle ADE$:

$$\frac{AE}{\sin \beta} = \frac{AD}{\sin \alpha}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{7}{20} \cdot \frac{AE}{AD}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE \text{ (т.о. касательной и секущей)}$$

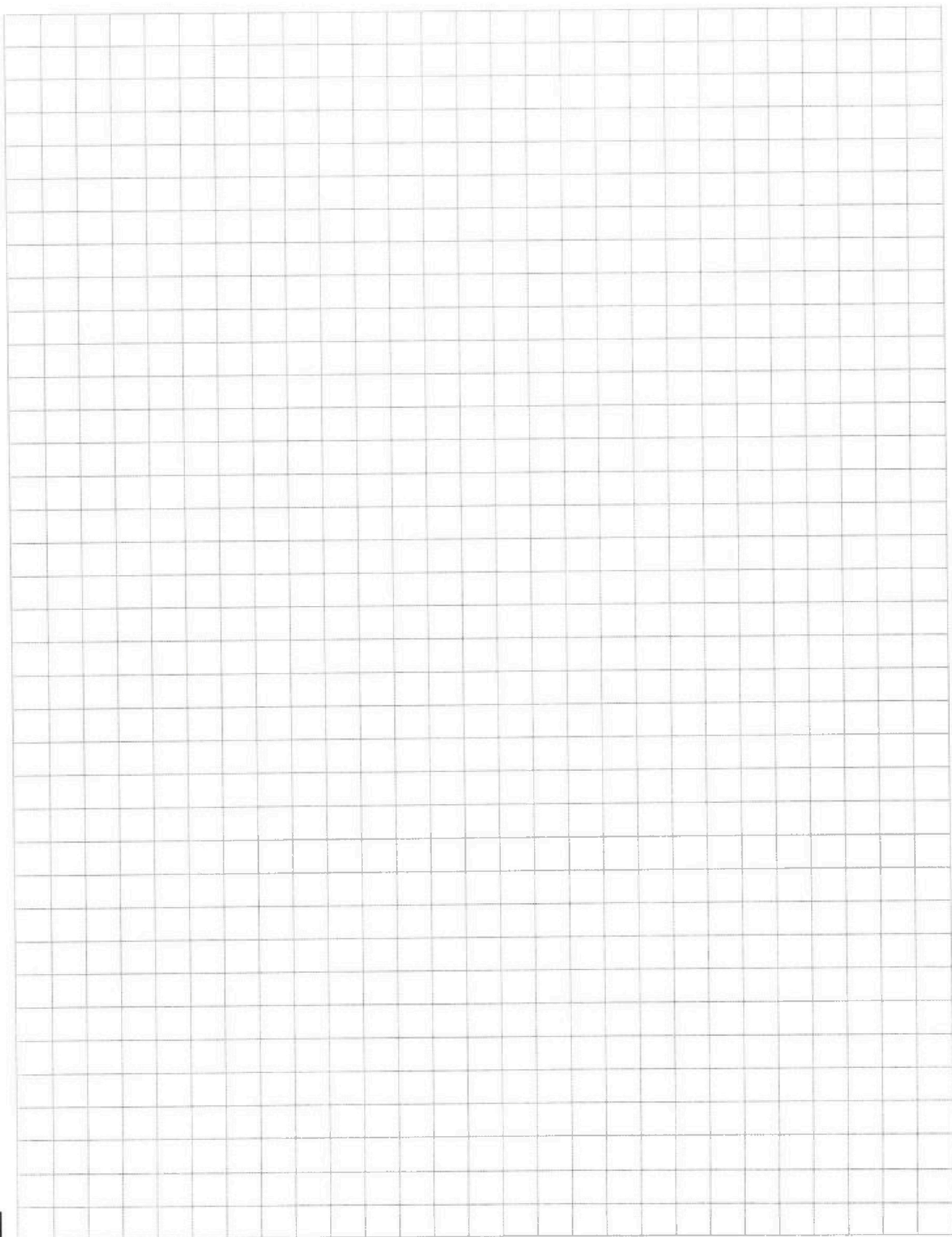


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





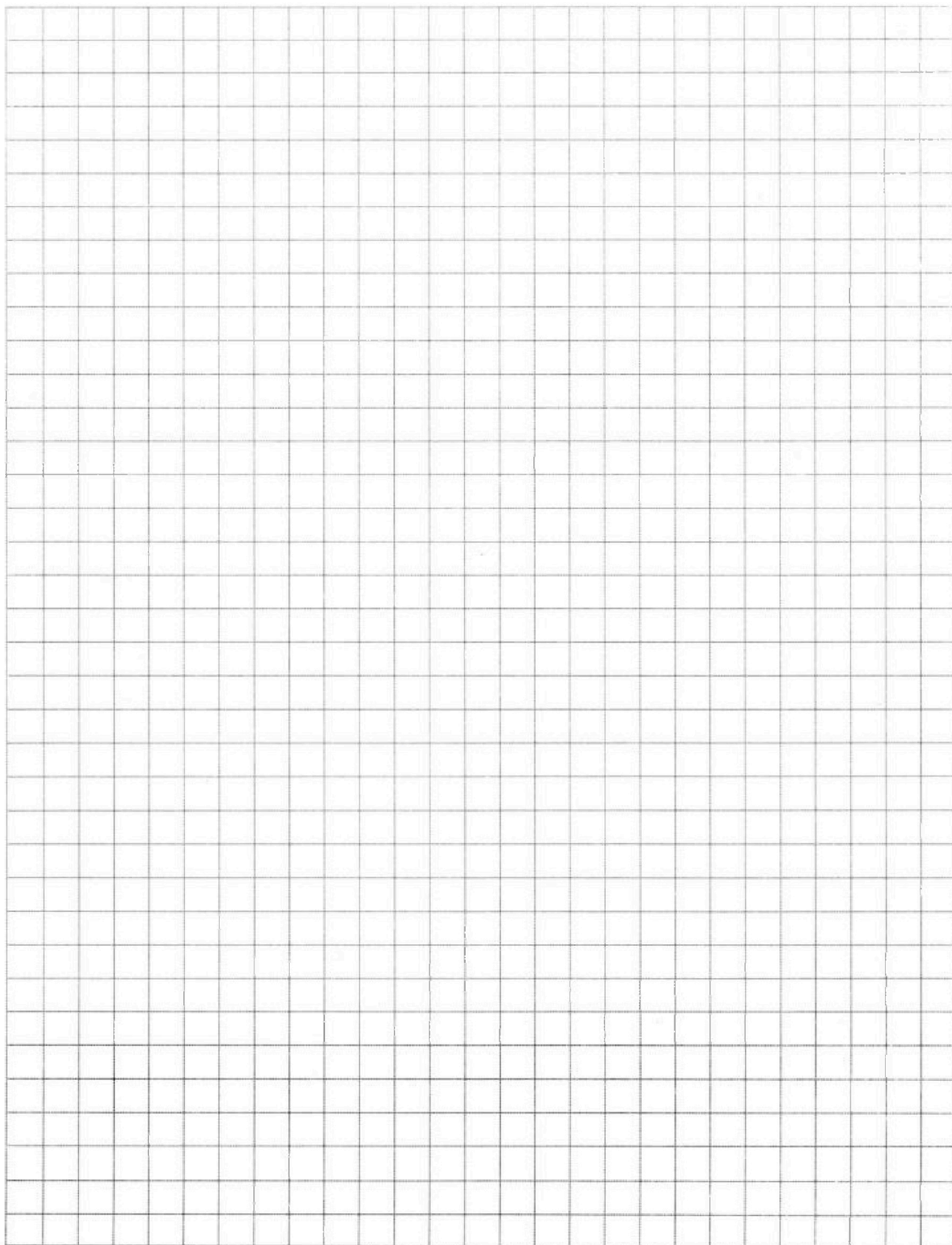
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

~~4~~ ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

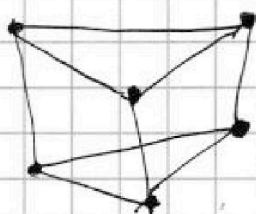
$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} \cdot 4 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x+6 + 7-x - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) - 28\sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$C_{11} \cdot C_{11}$

$$26\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} \cdot 2$$
$$(x+6)(3-x) = 7$$

$$x^2 - 26x + 40 = 0 \quad \sqrt{1-9} = 7$$



$$x = 13 \pm 3$$

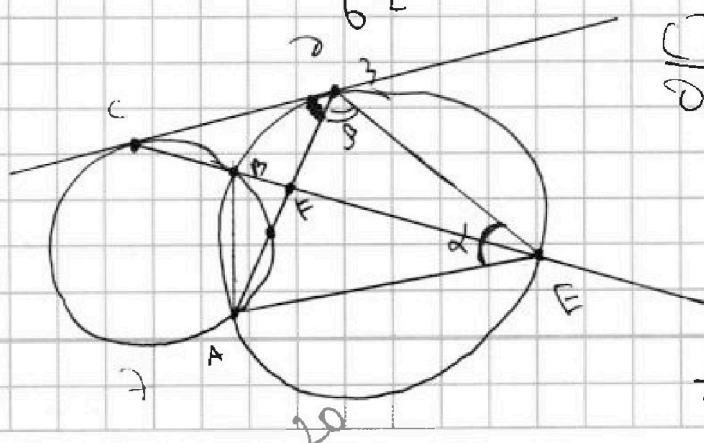
$$3C_{11} - 3C_{11}$$

$$10 = 63$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{63}}{2} = 1$$

$$\frac{CB}{CA} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{31}{22} = \frac{6}{2}$$



$$\frac{S_{CDF}}{S_{DEF}} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{CD \sin \alpha}{DE \sin \beta} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{7}{20} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AE}{\sin \beta} \cdot 2 = 2 \cdot 446 =$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{7}{20} \frac{AE}{AD} = 4 \cdot 223$$

$$\cos(x+2\pi) = \cos \cos 2x - \sin \sin 2x = \cos x (2 \cos^2 x - 1) - 2(1 - \cos^2 x) \cos x$$

$$2 \cos^3 x + 2 \cos^3 x - 3 \sin^2 x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x \in [-1; 1]$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$3pt^2 + 6t + 3 = 0$$

$$pt^2 + 2t + 1 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-p}}{p}$$

$$(p-1)t^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$(p-1)t^3 = -(t+1)^3$$

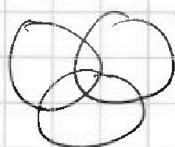
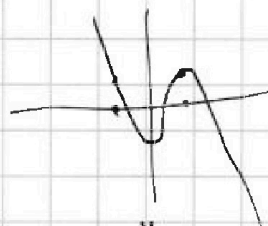
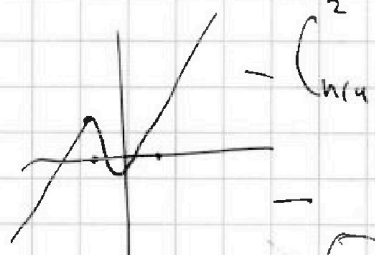
$$\sqrt[3]{p-1} t = -t-1$$

$$t(1 + \sqrt[3]{p-1}) = -1$$

$$t = \frac{-1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$p = 500120$$

$$C_{n/2}^4 + C_{n/2}^4 + C_{n/2}^4 - C_{n/4}^2 - C_{n/4}^2 - C_{n/4}^2$$



	150	150	
60	a	a	60
60	a	a	60
	150	150	

$$-1 \leq t = \frac{-1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$

$$C_{n/2}^4 + C_{n/2}^4 + C_{n/2}^4 - C_{n/4}^2 - C_{n/4}^2 - C_{n/4}^2 + C_{n/4}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = q^2$$

$$1 + 4 \cdot 992 =$$

$$\frac{\sqrt{25x+34}}{(3x+2)^3} = q^6$$

$$\frac{1}{(3x+2)^2} = q^8$$

$$b = a + 8$$

$$25x + 34 > 0$$

$$2 - x > 0$$

$$b - a = p^2 - 1$$

$$b = a + p^2 - 1$$

$$25x + 34 < 0$$

$$3x + 2 < 0$$

$$q^8 b = 2 - x$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2x^2} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2}$$

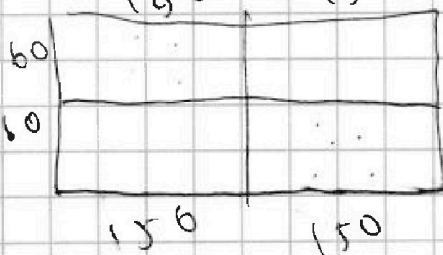
$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-2x^2}$$

$$a - c = 1$$

$$b - c = p^2$$

$$b - a = p^2 - 1$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$



$$a^2 + a + 8 - 1000 = 0$$

$$a^2 + a - 992 = 0$$

$$\frac{2-x}{\sqrt{25x+34}} = 1$$

$$4 - 4x + x^2 = 25x + 34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x+1)(x+30) = 0$$

$$a^2 + a + p^2 - 1001 = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{3x+2}} = q^2$$

$$4 \cdot 1000 - 4 \cdot 8 =$$

$$3x + 2 > 0$$

$$2 > x$$

$$4000 - 32 =$$

$$-3968$$

$$x < -\frac{34}{25}$$

$$3969$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 63 \\ \hline 189 \\ 2378 \\ \hline 3969 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} b \\ a \end{array} \quad \begin{array}{c} a \\ 1 \end{array}$$

$$a^2 + b = 1000$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$x+6, 3-x \quad (\cos x + i \sin x)^3 = \cos^3 x + 3 \cos^2 x i \sin x +$$

$$x+6 + 3-x - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) \quad + 3 \cos x \sin^2 x - i \sin^3 x$$

$$2 \cos^3 x - 3 \cos x \sin^2 x =$$

$$= \cos^3 x - 3 \cos x (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

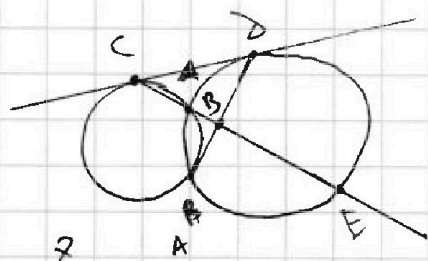
$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 4 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + \cos x + 4 = 0$$

$$-p+3 \quad -1+4 = 0$$

$$p=6$$



$$z=0$$

$$x \geq -6$$

$$3-x-2 \geq 0$$

$$y-3x-x^2+2 \geq 0$$

$$|7| \leq 20$$

$$|+2+y| + |y-18| \geq 0$$

$$z=0$$

$$y=18$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$-6 \quad 13$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

