



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11
2 вертб $aq^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-1)^3}}$ $aq^9 = x+4$ $aq'' = \sqrt{(5x+6)(x-3)}$

хоть один из них равен 0 $\Rightarrow$ все равны 0 $\Rightarrow x = -4$, но
 $\Rightarrow \sqrt{(-7) \cdot (-54)} = 0 \Rightarrow ?!!$

$\Rightarrow$ все все не 0 ~~тогда~~ ~~тогда~~

$\Rightarrow aq^3 > 0$ ($\sqrt{\cdot} > 0$) ~~действ.~~ $\Rightarrow aq^9 > 0$ $\Rightarrow$ все не нули
и можно
спойти
спойти.

$\Rightarrow \frac{aq^9}{aq^3} = q^6 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3(x-3)}}{\sqrt{15x+6}}$

$\frac{aq''}{aq^3} = q^2 = \frac{\sqrt{15x+6}\sqrt{x-3}}{(x+4)} \rightarrow q^4 = \frac{(5x+6)(x-3)}{(x+4)^2}$

$q^8 = \frac{aq''^2}{aq^6} = \frac{\sqrt{(x-3)^3}\sqrt{15x+6}\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}} = (x-3)^2$

$\Rightarrow x-3 = \pm q^4$

$\Rightarrow x = 3 \pm q^4$

$\rightarrow q^4 = \frac{(5x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = \pm (x-3) \Rightarrow$

$\frac{15x+6}{(x+4)^2} = \pm 1$

① $15x+6 = (x+4)^2 \Rightarrow x^2+8x+16-15x-6=0$

$x^2-7x+10=0$

$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 5 \vee 2$

② $15x+6 = -(x+4)^2 \Rightarrow x^2+8x+16+15x+6=0 \quad x^2+23x+22=0$

$x_{1,2} = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2-4 \cdot 22}}{2} = \frac{-23 \pm 21}{2} = -\frac{44}{2} \vee -\frac{2}{2} = -22 \vee -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos(3x) + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\Rightarrow \text{х } f(x) = \cos(3x) - 3 \cos 2x + 6 \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 + 6 \cos x.$$

$$= 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3$$

$$I \cos x = t \Rightarrow f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3, \text{ где } t \in [-1, 1].$$

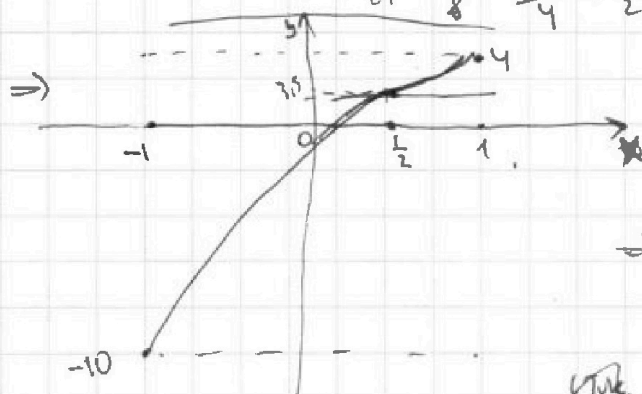
$\Rightarrow$ на отрезке $[-1, 1]$ хотим найти, как ведет себя эта

функция. I на $[-1, 1]$ есть локал мин или макс. в то.

$$\Rightarrow 12t_0^2 - 12t_0 + 3 = 0 \Rightarrow 4t_0^2 - 4t_0 + 1 = 0 \quad t_0 = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \in [-1, 1]. \quad f(-1) = -4 + 6 - 3 + 3 = -10 \quad f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4.$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{8} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} + 3 = 0,5 - 1,5 + 1,5 + 3 = 3,5$$



полностью
используем
выражает

$\Rightarrow$ если $p \in [-10; 4]$,
то есть решение

так можно найти решение $f(t_0) = p$
 $\Rightarrow$ т.к.

(так можно найти решение t_0 : $f(t_0) = p$ и т.д. $t_0 \in [-1, 1]$.)

$\Rightarrow$ можно взять $\arccos$ и найти x . (функция монотонна $\Rightarrow$ инв.)

$$\Rightarrow f(x) = 0(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

к решаем такое ур. от p .

далее берем $\arccos$ + $2\pi k$ где $k \in \mathbb{Z}$.



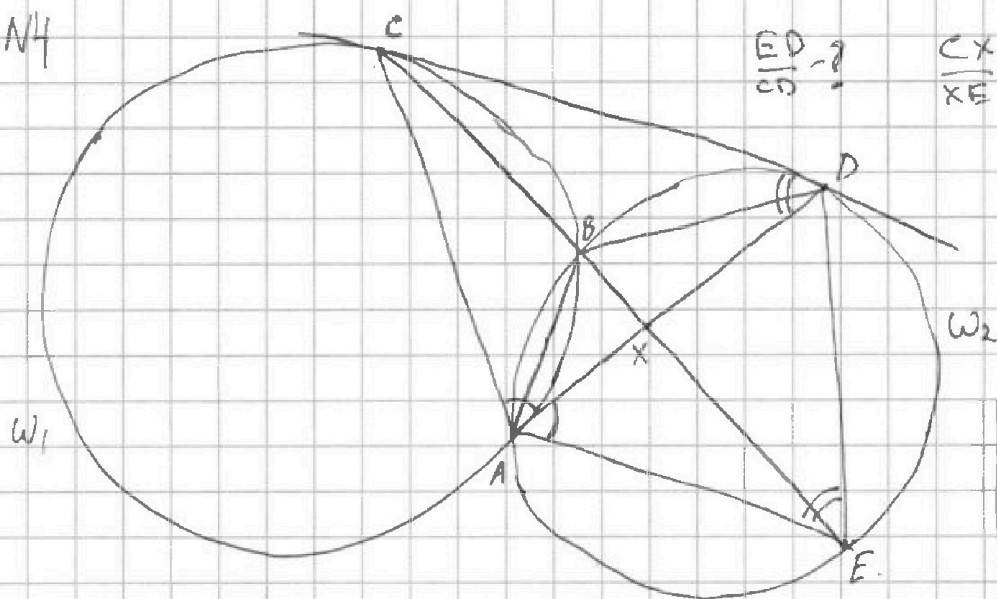
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$$

$\angle ECA \cap AD = X$ проведем BD .

Уг. $\angle CAX = \angle EAX$. Докажем: $\angle XAE = \angle EBD = \angle BCD + \angle BDC$ (Вписан) (т.о. вписан)

$$\angle CAB + \angle BAD = \angle CAD = \angle CAX$$

Потому, что CD кас. к W_1 и W_2 .
т.к. CD касат. к W_2 .

$$\angle CDA = \angle AED \text{ (т.к. } CD \text{ кас. к } W_2).$$

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle DAE \text{ и } \angle CDA = \angle AED \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADE. \text{ т.к. основное с.б.о. вписан}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = AE \cdot AC \text{ также } \frac{AE}{AC} = \frac{EX}{XE} = \frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{\sqrt{AE \cdot AC}} = \frac{\sqrt{AE}}{\sqrt{AC}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

Ответ: $\frac{5}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

Сколько кубов симметричны относительно центра?

центр это точка на сетке 9x9, четные стороны.

→ если мы выберем 4 клетки на горизонтальной стороне, то данные однозначно восстановим по-во симм. центра. Сколько еще выбрать 4 клетки из горизонтальной сек?

$C_4^{100-150}$ - кол-во симм. относ. центра

кол-во симм. относительно горизонтальной стороны

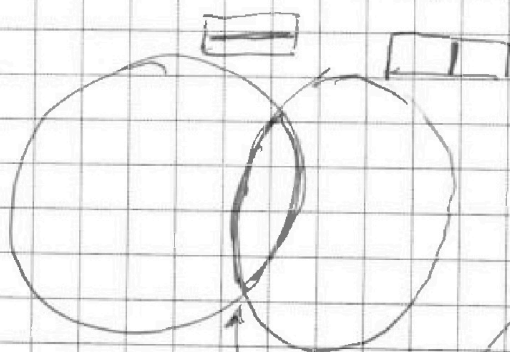
тоже $C_4^{100-150}$ т.к. если выбрать 4 сверху то оставшиеся

уже однозначно и по конечной ситуации однозначно

восстанавливаются и верхняя диагональ.

относительно вертик. стороны аналогично.

Но эти мн-ва пересекаются



сколько их? сверху
ведет все
однозначно 2
→ их $C_{150 \times 50}^2$

А сколько тех, кто
симм. относ. центра, но
или их не четн, не
диагональ?

Это все симм. от центра и тех, кто
или симм. относительно обеих осей

2) $C_{150-100}^4 - C_{150-50}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NG

Нам все $a, b, c \in \mathbb{Z}$. $a \neq b$ $(a-b) \nmid 3$ $(a-c)(b-c) = p^2$
 $a+b^2 = 820$.

Уч 1: $p=3$. Док-во: $\exists p \neq 3 \rightarrow p \equiv 2 \vee p \equiv 1 \Rightarrow p^2 \equiv 1$

$\Rightarrow (a-c)(b-c) \equiv 1$.

Перейдем к $\mathbb{Z}_3$ $\Rightarrow a \neq b$ $(a-c)(b-c) = 1$ $a+b^2 = 1$.

Какие значения могут быть у a и b

a	b
0	0
0	1
0	2
1	0
1	1
1	2
2	0
2	1
2	2

Не подходит т.к. $a+b^2 = 1$.

не подходит т.к. $a \neq b$.

$\Rightarrow$ остались только случаи

(1) (2) (3)

(01) (02) (10)

А $(a-c)(b-c)$ в (1) и (3)

случае: $(a-c)(b-c) =$

в (2) случае $(a-c)(b-c) = -c(2-c) =$

$$= c^2 - 2c$$

но тогда при $c = 0, 1, 2$

$$c^2 - 2c = 0, -1, 0$$

А должны быть 1 $\Rightarrow$?!!

$$= -c(1-c) =$$

$$= c^2 - c, \text{ но тогда}$$

при $c = 0, 1, 2$

$$c^2 - c = 0, 0, 2$$

а должны быть 1

$\Rightarrow p=3$.

$$\Rightarrow (a-c)(b-c) = 9$$

$\Rightarrow$ т.к. $a, b, c \in \mathbb{Z}$, то $a-c$ и $b-c \in \mathbb{Z}$.

$a-c$	$b-c$
1	9
3	3
9	1

либо

$a-c$	$b-c$
-1	-9
-3	-3
-9	-1

(разложим 9 на 2 множителя)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение.

* все эти случаи.

* Но заметим, что $(a-c) - (b-c) = a-b \neq 3$ и $\neq 0$.

$\rightarrow$ мы остались только : $a-c=9$ $b-c=1$
и $a-c=-1$ $b-c=-9$

1) $a-c=9$ $b-c=1$ и $a+b^2=820$.

$$\Rightarrow a-b=8 \rightarrow a+(a-8)^2=820$$

$$a^2 - 15a + 64 - 820 = a^2 - 15a - 756 = 0$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 756}}{2} = \frac{15 \pm 319}{2} = \frac{57 \pm 15}{2} = 36 \vee -21$$

$$\Rightarrow 1.1) a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=27$$

$$1.2) a=-21 \Rightarrow b=-29 \Rightarrow c=-30$$

2) $a-c=-1$ $b-c=-9$ и $a+b^2=820$

$$a-b=8 \quad a+(a-8)^2=820 \quad \uparrow \uparrow \uparrow \quad \text{Аналог} \quad a_{1,2}=36 \vee -21$$

$\rightarrow b_{1,2}=$

$$2.1) a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=37$$

$$2.2) a=-21 \Rightarrow b=-29 \Rightarrow c=-20$$

Ответ: $\{(36; 28; 27); (-21; -29; -30); (36; 28; 37); (-21; -29; -20)\}$

~~Нужно еще~~



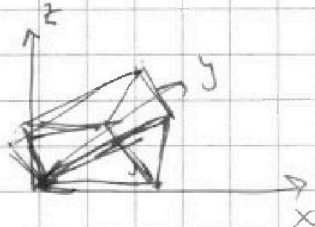
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пряма лежит в плоскости xy и ее вершина $P(0,0)$.



→ 1 первая вершина вершины плоскости
призмы

имеет коорд (x_0, y_0, z_0)

→ все остальные вершины
сдвинули на тот же вектор:
 $\vec{r}_i = (x_0, y_0, z_0)$

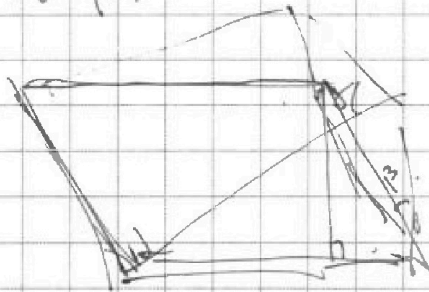
→ высота это y_0 . $|\vec{r}_i| = l = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$

Равновесие равны 55.4. → $5 = \frac{l}{2} \sin \alpha$

$$5 = \frac{l}{2} \sin \alpha$$

$$4 = \frac{l}{2} \sin \beta$$

→ $\sin \alpha$.



$$\Rightarrow V_{\text{призмы}} = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Все равновесие это параллелепипед.

→ их $S = h \cdot \text{осн}$.

$$\Rightarrow h_1 \cdot 2 = 5 \quad h_2 \cdot 2 = 5 \quad h_3 \cdot 2 = 4$$

$$\Downarrow$$
$$h_1 = h_2 = 2.5$$

$$\Downarrow$$
$$h_3 = 2$$

Но по теореме о 3-ех перпендикулярах

$$H^2 = h_1^2 + k_1^2$$

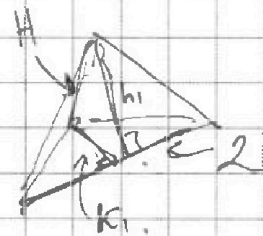
$$\Rightarrow H^2 + k_1^2 = h_1^2$$

$$H^2 + k_2^2 = h_2^2$$

$$H^2 + k_3^2 = h_3^2$$

$$\frac{k_1 \cdot 2}{2} = S_{\text{осн}} \leftarrow \text{площадь } k_1$$

$$\Downarrow K_1 = S_{\text{осн}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

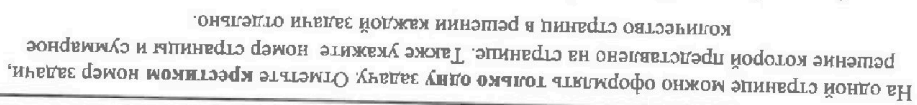
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 12 \cdot 92}}{6} =$$

$$\frac{32 \pm \sqrt{1024 - 1104}}{6}$$

верно ← плохо

А это обещание,
но идею верную.
неужели на решение
дан



Если отмечено более одной задачей или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поша QR-кода недоступна!

☐ 7
 ☐ 6
 ☐ 5
 ☐ 4
 ☐ 3
 ☐ 2
 ☐ 1

$$\begin{array}{r} 157152 + 4256 \\ \hline 161408 \end{array}$$

$$242 \frac{2}{21}$$

$$\frac{1}{114}$$

$$-\cos(x) = \cos(x + \pi)$$

$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$

$$-2g \sin^2 \alpha \cos \alpha \times 2$$

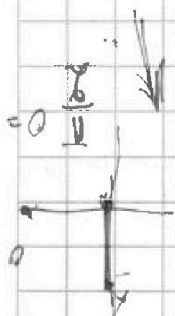
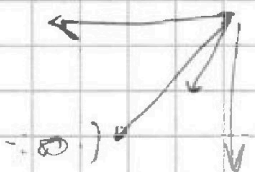
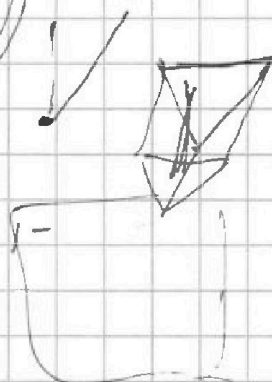
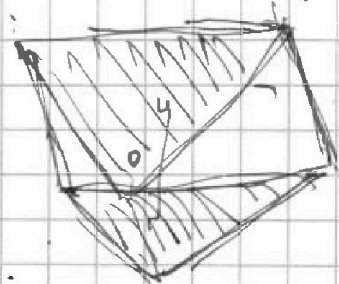
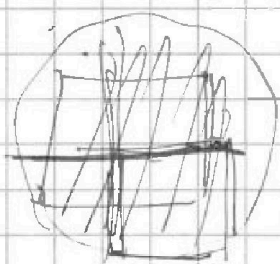
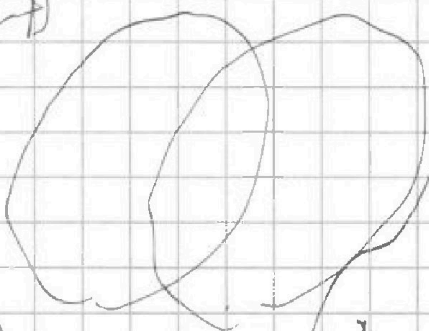
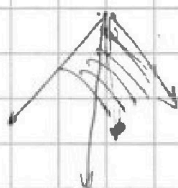
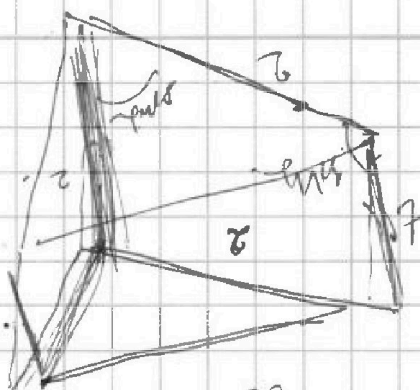
$$d = x \cos(2x) + 6 \cos x = p.$$

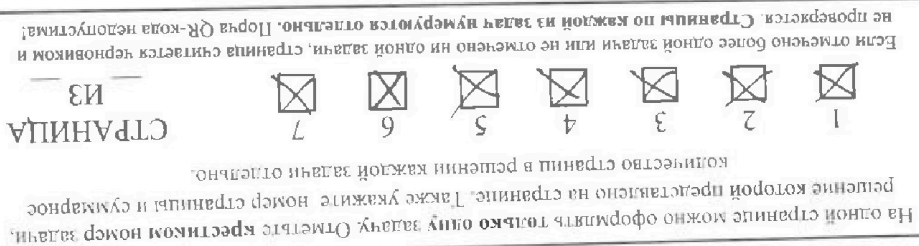
$$2\cos^3 x - \cos x - 2 + 2\cos^3 x$$

4003 x 10142.

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$5 = 7 - 2 \log 8 - 8$$













количество стран и в решении каждой задачи отдельно.

На одной странице можно оформить **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задания, решение которой представляется на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ Если нам нужно подсчитать:

и тех, кто ~~пересел~~ пересел

$$2 \cdot C_{100 \cdot 150}^4 - C_{150 \cdot 50}^2 + C_{100 \cdot 150}^4 - C_{150 \cdot 50}^2 =$$

$$= 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

симметрия относительно центра,
но не симметрия относительно
одной из ср. линий.

если симметрия относительно центра и ось откос из
ср. линий, то симметрия и относительно второй)

(~~и~~).

$$\text{Ответ: } 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

$$a > b \quad a + b^2 = 820.$$

$$a > b.$$

$$15 \times 5$$

$$1 \quad 819$$

$$820 = 17^2$$

$$a - b \neq 3.$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{array}{r} a \\ b \\ b^2 \end{array} \begin{array}{r} 012 \\ 012 \\ 011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 17 \\ \hline 105 \\ 1050 \\ \hline 2565 \end{array}$$

$$12$$

$$1+1=1$$

$$819 + 1$$

$$(a-c)(b-c) = p^2.$$

$$1 = a^2 + b^2$$

$$15 \times 2 = 22 \times 2$$

$$ab - cb - ac - c^2 = p^2.$$

$$ab - a(b+c) + c^2 = p^2.$$

$$\begin{array}{r} a \ b \\ \times \\ \hline 01 \\ 02 \\ \hline 10 \\ \times \\ \hline 10 \\ \times \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{c} 1 \\ 10 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 1 \\ 100 \end{array} \right) = 9.$$

$$a - c = 1.$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 200 & 400 \\ \hline 20 & 40 \\ \hline \end{array}$$

$$1-1$$

$$7 \ 5.$$

$$0 \ 12$$

$$(0 \ 17)$$

$$a \ b \ c$$

$$010$$

$$011$$

$$012$$

$$02.$$

$$(a-c)(b-c) = p^2.$$

$$ab + c^2 = (a+b)c.$$

$$\begin{array}{r} \uparrow \quad \uparrow \\ (820 - b^2) - c \end{array} (b-c) = 9$$

$$\begin{array}{c|c|c} a & b & c \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$0$$

$$3$$

$$ab + c^2.$$

$$a + b^2 = 820$$

$$c^2 - 2c.$$

$$10$$

$$p \times 2$$

$$(a-c)(b-c) = 9.$$

$$c^2 - c$$

$$1) a > b > c.$$

$$2)$$

$$a) c > a > c.$$

$$820 - b^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 3k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2$$

$$k_i = S_{\Delta_i} \Rightarrow \sum k_i = S\left(\frac{\Delta^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow k_i = \sqrt{h_i^2 - H^2}$$

$$\Rightarrow \sum k_i = \sum \sqrt{h_i^2 - H^2}$$

$$S\left(\frac{\Delta^2}{2}\right) = \frac{2 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = 2\sqrt{\frac{25}{4} - H^2} + \sqrt{4 - H^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 = 4\left(\frac{25}{4} - H^2\right) + 4 - H^2 + 4\sqrt{\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2)} = \frac{3 - 25 + 5H^2}{4} = \frac{5H^2 - 22}{4}$$

$$\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2) = \frac{25H^4 + 26^2 - 260H^2}{16}$$

$$16\left(25 - 4H^2 - \frac{25}{4}H^2 + H^4\right) = 25H^4 + 26^2 - 260H^2$$

$$9H^4 - 96H^2 + 276 = 0 \quad 400 - 64H^2 - 100H^2 + 16H^4 = 25H^4 + 26^2 - 260H^2$$

$$9H^4 - 96H^2 + 276 = 0$$

$$H^2 = t$$

$$\Rightarrow 9t^2 - 96t + 276 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 12 \cdot 92}}{6}$$



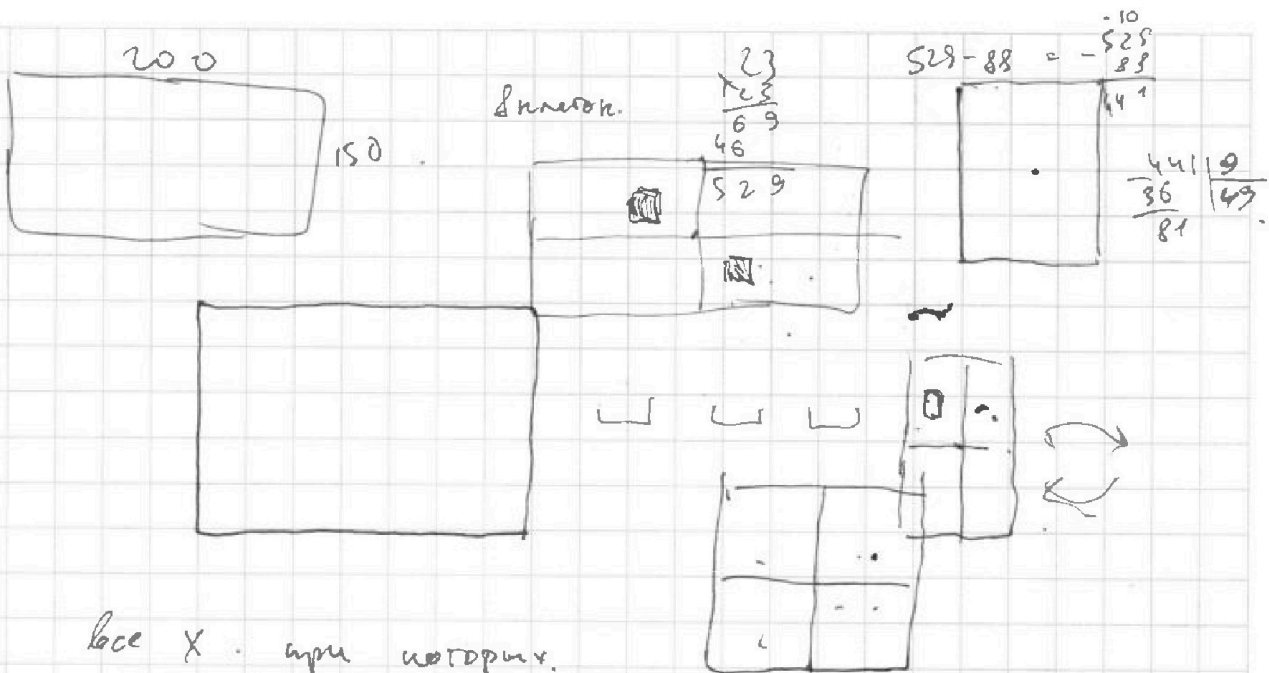
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



все x при которых.

]. $x \in \mathbb{R}$.

а q_1, q_2, q_3, q_4 .

$$q_1^3 = \sqrt{\frac{15x+16}{(x-3)^5}}$$

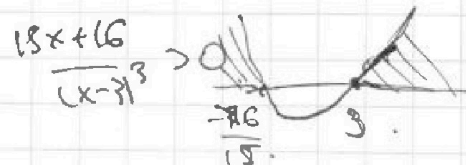
$$x \geq -4, (x-3)(\sqrt{15x+16}) > 0.$$

$$1 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot x+4$$

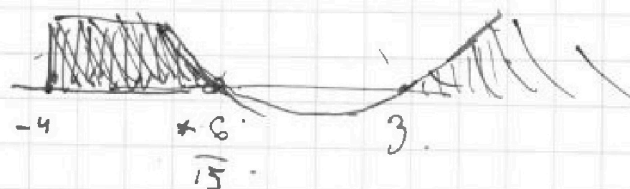
$$q_1^3 = x+4$$

$$q_1'' = \sqrt{(15x+16)(x-3)}$$

$$q_1^6 = \frac{(x+4)(x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+16}}$$



$$q_1^2 = \frac{\sqrt{(15x+16)(x-3)}}{(x+4)}$$



$$q_1^4 = (x-3)^2$$

$$q_1^4 = \pm (x-3)$$

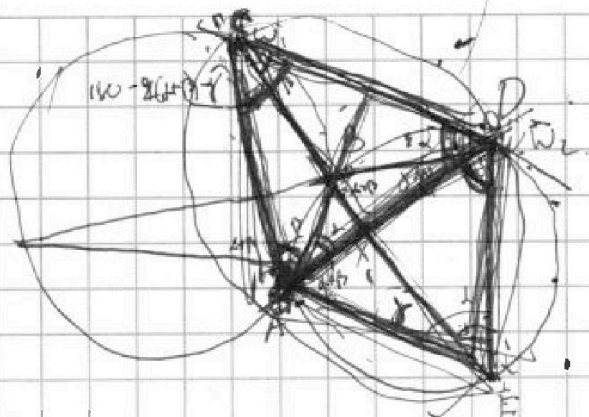


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CE}$$
$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CE} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{ED}{BD} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CE} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{CD}{AD}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD}$$

$$\frac{AD}{AE}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC \cdot \sin(\alpha + \beta)}{AC \cdot \sin(\alpha + \beta)}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{ED}{\sqrt{CB \cdot CE}}$$

$$\frac{DE}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R$$

$$\frac{AC}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{CD}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{BP}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{CD \cdot \sin \alpha}{ED \cdot \sin \alpha} = \frac{CK}{XE}$$

$$\frac{AE}{\sin(180^\circ - 2 - \alpha - \beta - \gamma)} = \frac{ED}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{BD}{CE}$$

$$\frac{CX}{XE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \cdot AE}{\sin(180^\circ - 2 - \alpha - \beta - \gamma) \cdot AC \cdot \sin(\alpha + \beta)} = \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AD}{AE}$$
$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(180^\circ - 2 - \alpha - \beta - \gamma)}$$